

Fyzika - prednáška 2.

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Ciele

1. Kinematika hmotného bodu

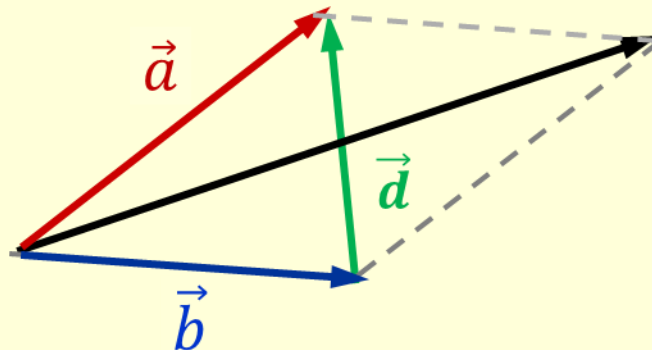
1.1 Poloha a pohyb HB

1.2 Rýchlosť HB

1.3 Zrýchlenie HB

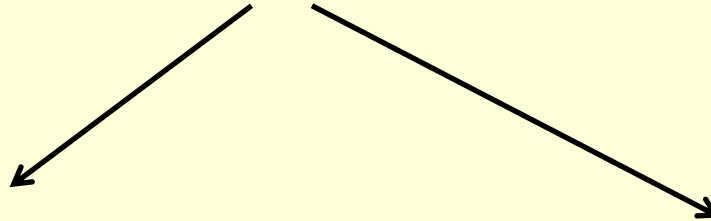
Zopakujte si

- Jednotkové vektory v súradnej sústave XYZ označujeme $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, majú **jednotkovú** veľkosť a **kladné** smery osi x, y, z.
- Vektor \vec{a} zapisujeme pomocou jeho súradníc a jednotkových vektorov v tvare $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$.
- Veľkosť vektora \vec{a} je daná ako $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.
- Vektor \vec{d} na obrázku zobrazuje graficky **rozdiel** vektorov, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.



MECHANIKA

skúma mechanický pohyb



KINEMATIKA

popisuje pohyb bez ohľadu
na jeho príčiny

DYNAMIKA

popisuje príčiny zmien
pohybového stavu

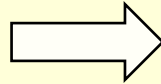
1. Kinematika hmotného bodu (HB)

1.1 Poloha a pohyb HB

Hmotný bod (HB) – teleso, ktorého rozmery možno pri študovanom pohybe zanedbať vzhľadom na ostatné rozmery, má hmotnosť uvažovaného telesa.



auto, $m = 1500 \text{ kg}$



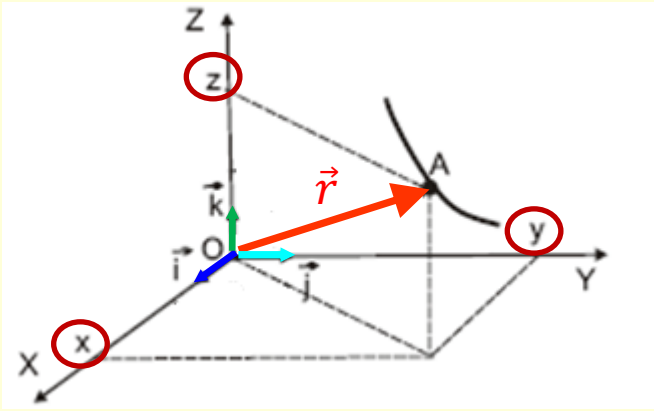
hmotný bod, $m = 1500 \text{ kg}$

Kinematika HB sa zaoberá jednoznačným matematickým popisom pohybu HB.

Poloha HB – vždy určená vzhľadom k nejakému vzťažnému bodu telesa, ktoré sa nepohybuje, resp. k vzťažnej sústave.

Polohu môžeme určiť pomocou:
a) pravouhlých súradníc x, y, z ,
b) polohového vektora \vec{r} .

a) pravouhlé súradnice



Súradnice bodu

A: x, y, z

A $[x, y, z]$

b) polohový vektor

Polohový vektor – spája zvolený HB s počiatkom súradnicového systému O, smeruje od O k HB (do bodu A).

$$\vec{r} = \overrightarrow{OA}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Velikost' polohového vektora

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Jednotka $(r) = \text{m}$

Príklady zápisu:

$$\text{A: } x = 8 \text{ cm, } y = -4 \text{ cm, } z = 0 \text{ cm}$$

$$\text{B } [10, 5, -4] \text{ cm}$$

$$\text{C: } \vec{r} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$$

Pohyb – je zmena polohy HB vzhľadom na iný HB v čase.

A: $x = x(t)$

$y = y(t)$

$z = z(t)$

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Príklady zápisu:

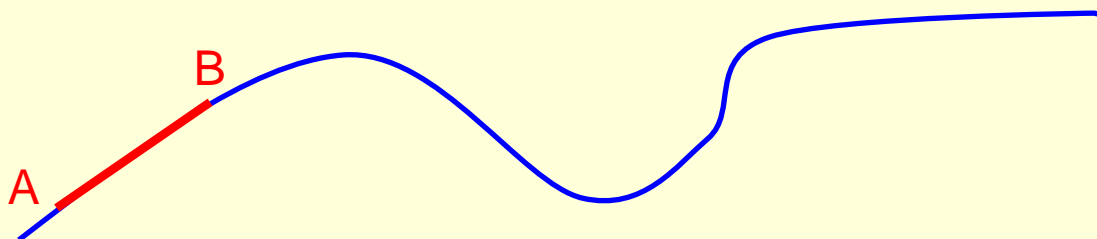
D: $x = -3t$

$y = t^2$

$z = 8t$

E: $\vec{r}(t) = -t\vec{i} + 5t^4\vec{j} + 3\vec{k}$

Trajektória - čiara, ktorú HB opisuje pri svojom pohybe



Dráha pohybu – dĺžka vymedzeného úseku na trajektórii

Rozdelenie pohybov podľa tvaru trajektórie:

1. posuvný (translačný) - všetky body telesa sa pohybujú rovnakým spôsobom,

2. otáčavý (rotačný) – body sa pohybujú po kružniciach, ktorých stredy ležia na spoločnej priamke (osi rotácie).

KONTROLKA: Vyberte správnu odpoveď. Vzťah $y = 4t + 2$ (cm) vyjadruje:

- a) že HB sa pohybuje proti smeru osi z ,
- b) že HB je v pokoji,
- c) že HB sa pohybuje v smere osi y .

Aká bola poloha HB v čase 0,5 s?

1.2 Rýchlosť HB

Ako určiť rýchlosť vlaku, v ktorom sa veziete?

Priemerná rýchlosť

Posunutie $\Delta\vec{r}$ – vyjadruje zmenu polohy HB.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Pri výpočte posunutia nie je dôležité koľko metrov teleso prešlo, ale počiatočná a koncová poloha.

Priemerná (stredná) rýchlosť – podiel posunutia HB $\Delta\vec{r}$ a doby Δt .

$$\vec{v}_p = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Veľkosť priemernej rýchlosti

$$\Delta s \neq \Delta \vec{r}$$

Je daná ako podiel zmeny dráhy Δs a doby Δt .

$$v_p = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

KONTROLKA: Vyberte správnu odpoveď. Teleso pri pohybe po priamke zmenilo svoju dráhu z 3 m na 10 m za 7 sekúnd. Potom

a) $\Delta s = 0$,

b) $\overrightarrow{\Delta r} = 0$,

c) $\overrightarrow{\Delta r} \neq 0$.

Čo predstavuje priemernú rýchlosť v grafe $s = f(t)$?



Sklon modrej čiary predstavuje priemernú rýchlosť auta.

M1: Derivácia

Označenie derivácie:

Definícia derivácie v matematike: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Derivácia funkcie v danom bode = smernici dotýčnice ku krivke v danom bode

Okamžitá rýchlosť

dt - elementárny čas (infinitesimálny = nekonečne malý)

$d\vec{r}$ - elementárne posunutie (infinitesimálne = nekonečne malé)

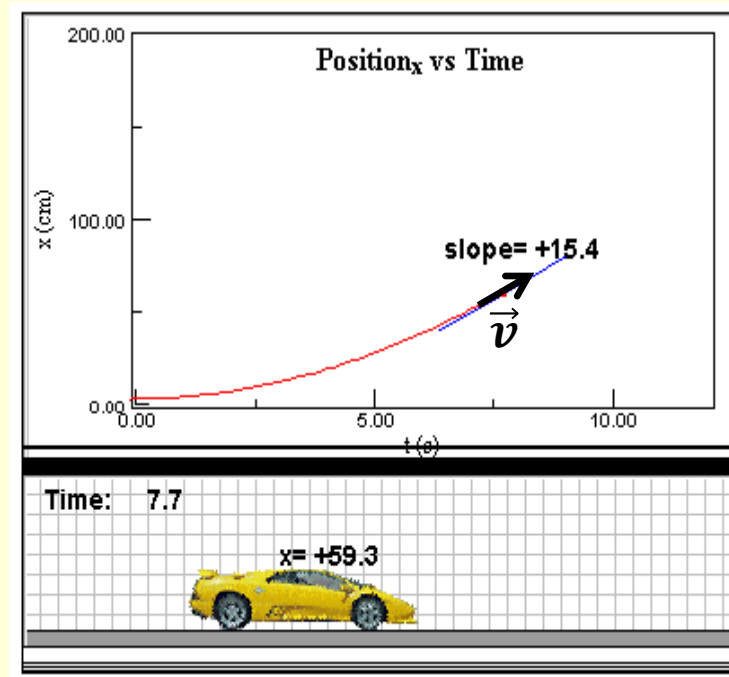
$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Okamžitá rýchlosť (rýchlosť) – prvá derivácia polohového vektora pohybujúceho sa HB (v danom bode) podľa času, resp. podiel elementárneho posunutia $d\vec{r}$ za elementárny čas dt .

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Z definície rýchlosti a definície derivácie v matematike vyplýva, že rýchlosť má smer dotyčnice k trajektórii pohybu v danom bode.

Jednotka $(v) = \text{m/s}$



Dotyčnica k trajektórii v červenom bode predstavuje okamžitú rýchlosť.

M2: Pravidlá pre derivovanie

derivácia súčinu konštanty c a funkcie

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x),$$

derivácia súčtu (rozdielu) funkcií

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x),$$

Súradnice okamžitej rýchlosti

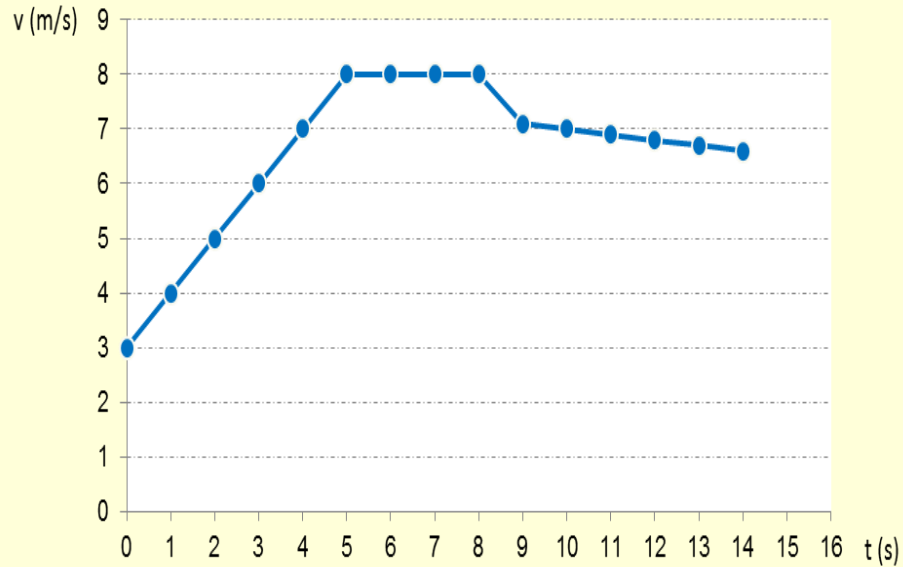
$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Veľkosť okamžitej rýchlosti

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

KONTROLKA: Vyberte správnu odpoveď. Na grafickej závislosti rýchlosti od času sú priemerná rýchlosť a okamžitá rýchlosť rovnaké na intervale

- a) 0 - 5 s,
- b) 5 - 8 s,
- c) 8 - 14 s,
- d) žiadnom.



1.3 Zrýchlenie HB

rýchlosť – zmena polohy HB za čas; zrýchlenie – zmena rýchlosti HB za čas

Priemerné zrýchlenie

$\Delta\vec{v}$ - vektor zmeny rýchlosti

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Priemerné zrýchlenie je to zmena rýchlosti $\Delta\vec{v}$ za časový interval Δt .

$$\vec{a}_p = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Okamžité zrýchlenie

$d\vec{v}$ - elementárna rýchlosť (infinitesimálna = nekonečne malá)

dt - elementárny čas

Okamžité zrýchlenie (zrýchlenie) sa rovná prvej derivácii rýchlosti podľa času alebo druhej derivácii polohového vektora podľa času.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Jednotka **(a) = m/s²**

Súradnice zrýchlenia

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

Veľkosť zrýchlenia

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

KONTROLKA: Opravte nasledujúce tvrdenia:

- a) ak sa HB pohybuje, potom jeho polohový vektor je daný $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,
- b) okamžité zrýchlenie vyjadruje zmenu rýchlosti za istú dobu,
- c) pri výpočte priemernej rýchlosti derivujeme \vec{r} podľa t .

Čo sme sa naučili

Definovať pojmy: **kinematika HB**, **hmotný bod**, **poloha a pohyb HB**, **trajektória**, **dráha**.

Uviest' dva spôsoby určenia polohy HB (pomocou súradníc a polohového vektora).
Definovať **polohový vektor** a vyjadriť jeho veľkosť.

Rozdeliť pohyby podľa tvaru trajektórie. Definovať **priemernú rýchlosť**.

Vyjadriť veľkosť priemernej rýchlosti. Definovať **okamžitú rýchlosť**.

Vyjadriť súradnice a veľkosť okamžitej rýchlosti.

Definovať **priemerné zrýchlenie**. Definovať **okamžité zrýchlenie**.

Vyjadriť súradnice a veľkosť okamžitého zrýchlenia.