

Fyzika - prednáška 5

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Ciele

2. Dynamika hmotného bodu

2.3 Pohybová rovnica

2.4 Hodnotenie účinkov sily

Zopakujte si

- Veľkosť skalárneho súčinu vektorov $\vec{a} \cdot \vec{b}$ vieme vyjadriť ako súčin veľkosti **oboch vektorov** a **kosínusu uhla medzi vektormi** .
- 2. Newtonov zákon definuje silu vzt'ahom $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$.
- Príčinou zmeny pohybového stavu telesa je **..sila..** .
- Poloha hmotného bodu pri posuvnom pohybe je daná **..polohovým vektorom..** .
- Okamžitá rýchlosť je definovaná vzt'ahom $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.

2.3 Pohybová rovnica (posuvný pohyb)

Pohybová rovnica umožňuje riešiť dynamické problémy v rôznych oblastiach fyziky okrem problémov v mikrosvete. Vyplýva z 2. Newtonovho pohybového zákona.

Pomocou pohybovej rovnice vieme:

1. vypočítať **silu**, ak poznáme jednu z veličín popisujúcu pohyb (polohový vektor, dráhu, rýchlosť alebo zrýchlenie) a hmotnosť telesa

Vektorový zápis pohybovej rovnice:

Skalárny zápis pohybovej rovnice:

2. určiť **akým spôsobom (pohybom)** sa HB pohybuje, ak poznáme príčinu pohybu (silu), počiatočné podmienky (počiatočnú rýchlosť a dráhu) a hmotnosť telesa.

a) ak sila je funkciou času

Opačná rovnica (pre rýchlosť):

Rovnica dráhy:

b) ak sila je funkciou dráhy alebo rýchlosti - rieši sa diferenciálne rovnica (napr. netlmený harmonický kmitavý pohyb)

M4: Určitý integrál

Neurčitý integrál – výsledkom integrácie je funkcia $\int f(x) dx = F(x) + c$

Určitý integrál – výsledkom integrácie je číslo. Platia tie isté pravidlá a vzťahy pre integrovanie ako pre neurčitý integrál.

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

2.4 Hodnotenie účinkov sily

1. **Z hľadiska dráhy** – dráhový účinok sily, mechanická práca.
2. **Z hľadiska časového intervalu** – časový účinok sily, impulz.

2.4.1 Dráhový účinok sily a jeho dôsledok

Mechanická práca – je definovaná dráhovým integrálom sily pôsobiacej na HB po dráhe, kde $d\vec{r}$ je elementárne posunutie, \vec{r}_1 je poloha bodu v ktorom začína sila pôsobiť na HB a \vec{r}_2 je poloha bodu v ktorom prestáva sila pôsobiť na HB.

Hodnotí dráhový účinok sily.

Jednotka $(W) = J$ rozmer: $1 J = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$

Definícia vyjadruje prácu premennej sily (mení smer aj veľkosť).

Práca sily (nemení smer a mení veľkosť):

Práca konštantnej sily (nemení smer ani veľkosť):

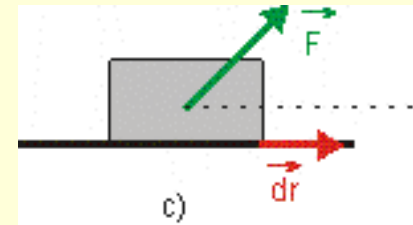
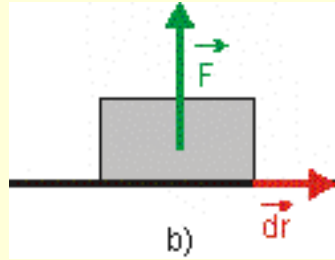
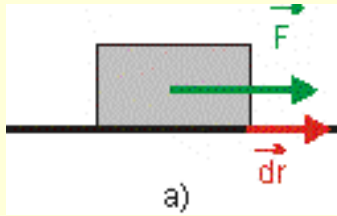
Jednotkou práce je 1 J, je to práca, ktorú vykoná sila 1 N pôsobiaca po dráhe 1 m v smere dráhy.

Dôsledok práce:

Kinetická (pohybová) energia charakterizuje pohybový stav HB. Je definovaná ako jedna polovica zo súčinu hmotnosti HB a jeho rýchlosti na druhú.

Veta o kinetickej energii (dôsledok konania mechanickej práce): práca sily pôsobiacej na HB na určitej dráhe je rovná zmene kinetickej energie HB na tejto dráhe.

KONTROLKA: Obrázok znázorňuje tri prípady pôsobenia sily na hranol po hladkej podložke. Rozhodnite, v ktorom prípade vykoná sila nulovú prácu?



2.4.2 Výkon

Slúži na hodnotenie rýchlosti konania práce.

Okamžitý výkon je definovaný ako podiel elementárnej práce za elementárny čas.

Jednotka $(P) = W$ rozmer: $1 W = 1 \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-3}$

Okamžitý výkon – skalárny súčin sily a rýchlosti pôsobiska sily.

Priemerný výkon je definovaný ako podiel práce za čas.

2.4.4 Časový účinok sily a jeho dôsledok

Impulz premennej sily:

Impulz sily je definovaný časovým integrálom sily pôsobiacej na HB počas časového intervalu, kde t_1 je čas, v ktorom sila začína pôsobiť na HB dráhe, t_2 je čas, v ktorom sila prestáva pôsobiť na HB. Je to vektorová veličina.

Hodnotí časový účinok sily na HB.

Jednotka $(I) = \text{N}\cdot\text{s}$ rozmer: $1 \text{ N}\cdot\text{s} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}$

Impulz sily, ktorá mení svoju veľkosť:

Impulz konštantnej sily:

Dôsledok impulzu:

Veta o impulze a hybnosti – prírastok hybnosti HB spôsobený vonkajšou silou, počas určitej doby je určený impulzom sily.

2.5 Moment sily, pohybová rovnica (otáčavý pohyb)

Moment sily je definovaný ako vektorový súčin polohového vektora pôsobiska sily a pôsobiacej sily vzhľadom na nejaký vzťažný bod. Vektorová veličina.

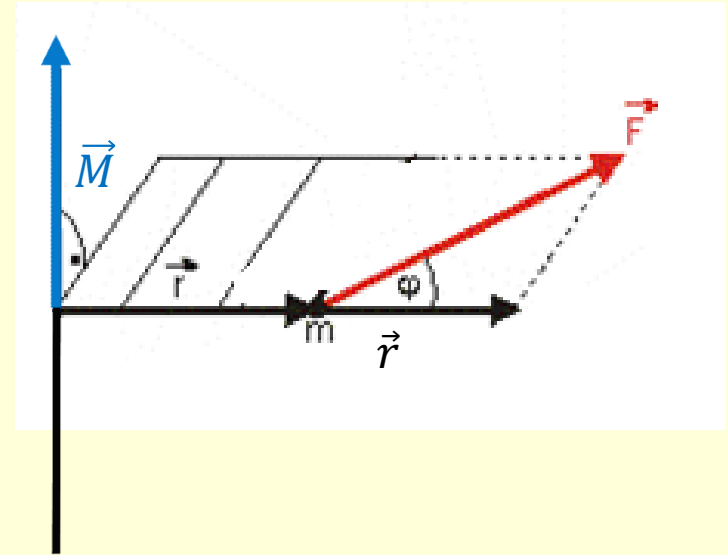
Jednotka

$(M) = \text{Nm}$

rozmer: $1\text{Nm} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$

Vel'kost' momentu sily

Smer momentu sily – určený z vektorového súčinu, vektor \vec{M} je kolmý na rovinu vektorov \vec{r} a \vec{F} a smeruje na tú stranu roviny z ktorej sa stotožnenie polohového vektora \vec{r} s vektorom sily \vec{F} javí po kratšej ceste proti smeru hodinových ručičiek



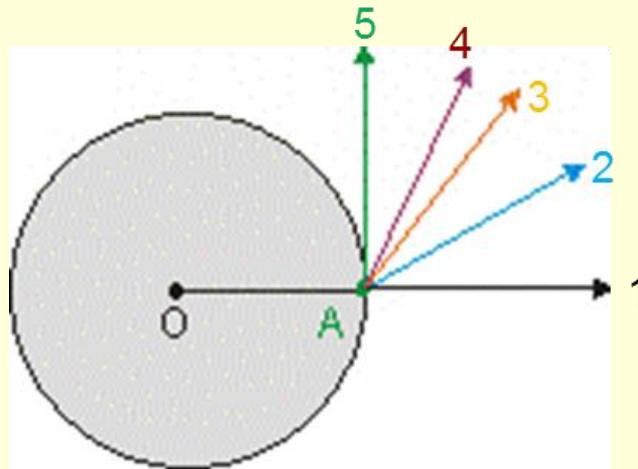
Moment hybnosti je vektorová veličina, ktorá charakterizuje pohybový stav HB pri otáčavom pohybe. Je daná ako vektorový súčin polohového vektora HB a jeho hybnosti vzhľadom na nejaký vzťažný bod.

Pohybová rovnica:

Pohybová rovnica pre otáčavý pohyb – časová zmena momentu hybnosti vzhľadom k vzťažnému bodu je rovná momentu pôsobiacej sily vzhľadom k tomu istému vzťažnému bodu

KONTROLKA: Na kotúč v pokoji na obrázku pôsobí v bode A postupne päť rovnako veľkých, rôzne orientovaných síl. Ktorá sila bude mať najväčší otáčavý účinok na kotúč? (Na obrázku je znázornený pohľad zhora.)

- a) 3,
- b) 1,
- c) 5,
- d) 2,
- e) 4.



Posuvný pohyb		Otáčavý pohyb
Sila \vec{F}	príčina pohybu	Moment sily \vec{M}
Hybnosť \vec{p}	popis pohybového stavu	Moment hybnosti \vec{L}
$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	pohybová rovnica	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Čo sme sa naučili

Napísať **pohybovú rovnicu** vo vektorovom a skalárnom tvare.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2s}{dt^2}$$

Napísať opačné rovnice pre rýchlosť a dráhu, ak na teleso pôsobí sila $F = F(t)$

$$v = \int_{t_1}^{t_2} \frac{F}{m} dt + v_0 \qquad s = \int_{t_1}^{t_2} v dt + s_0$$

Hodnotiť účinky sily na HB z 3 hľadísk. Definovať slovne a matematicky **prácu**. Poznať jej jednotku. Napísať vzťahy pre prácu v závislosti od toho, či sa mení smer a veľkosť pôsobiacej sily.

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds$$

$$W = Fs$$

Formulovať slovne **vetu o kinetickej energii** ako dôsledok práce a uviesť jej matematický zápis. Napísať vzťah pre **kinetickú energiu**.

$$W = \Delta E_k$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Definovať okamžitý výkon (slovné znenie, matematický zápis, jednotka). Odvodiť vzťah pre okamžitý výkon pomocou rýchlosti pôsobiska sily (popis postupu odvodu, matematický zápis a slovné znenie odvodeného vzťahu).

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Definovať priemerný výkon (slovné znenie, matematický zápis).

$$P = \frac{W}{t}$$

Definovať slovne a matematicky **impulz sily**. Vyjadriť impulz pre silu, ktorá nemení svoj smer a 1) mení svoju veľkosť, 2) nemení svoju veľkosť. Uviesť jednotku impulzu.

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$

$$I = F \Delta t$$

Odvodiť **vetu o impulze a hybnosti** (popis postupu odvodu, matematický zápis a slovné znenie odvodeného vzťahu).

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Definovať slovne a matematicky **moment sily**. Vyjadriť jeho veľkosť a určiť jeho smer pomocou vektorového súčinu. Vedieť jednotku pre moment sily.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M = rF \sin \alpha$$

Definovať **moment hybnosti** a pomocou neho formulovať pohybovú rovnicu pre otáčavý pohyb (dôsledok momentu sily).

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$