

Hornova logika

(Aplikácia logiky v inteligentných systémoch)

M. Mach

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie, FEI, TUKE

november 2020

Hornove klauzuly

- Nie je to samostatný typ logiky, označuje podtriedu klauzúl
 - Hornova výroková logika
 - Hornova predikátová logika
- Hornova klauzula
 - klauzula obsahuje najviac jeden pozitívny literál
 - počet negatívnych literálov je ľubovoľný (vrátane žiadnych)
- Podtriedy
 - práve jeden pozitívny literál → definitné klauzuly
 - bez funkčných symbolov → Datalog

Typy Hornových klauzúl

- Pravidlo (pozitívny aj negatívne literály)

$\neg \text{luhar}(Kto) \vee \neg \text{povedal}(Kto, Co) \vee \text{loz}(Co)$

$\text{luhar}(Kto) \wedge \text{povedal}(Kto, Co) \rightarrow \text{loz}(Co)$

- Fakt (iba pozitívny literál)

$\text{povedal}(\text{jano}, 'dnes\ svieti\ slnko')$

$\top \rightarrow \text{povedal}(\text{jano}, 'dnes\ svieti\ slnko')$

- Cieľ (iba negatívne literály)

$\neg \text{loz}('dnes\ svieti\ slnko') \vee \neg \text{luhar}(\text{jano})$

$\text{loz}('dnes\ svieti\ slnko') \wedge \text{luhar}(\text{jano}) \rightarrow \perp$

Vlastnosti Hornových klauzúl

- Klauzuly sa chápu ako pravidlá

$$LHS \rightarrow RHS$$

kde *LHS* sa môže označovať ako *telo* alebo *predpoklad* pravidla a *RHS* zase ako *hlava* alebo *záver* pravidla

- Premenné sú považované za univerzálne kvantifikované
- Reštrikcia na
 - vyjadrovaciu schopnosť – nie každá veta môže byť transformovaná na množinu Hornových klauzúl
 - špeciálny tvar – existencia výkonnejšej inferencie

Hornove klauzuly a inferencia

- Dopredné reťazenie pravidiel
 - používanie pravidiel dopredným spôsobom
 - postup od predpokladov k záverom (od faktov cez pravidlá k cieľom)
- Spätné reťazenie pravidiel
 - používanie pravidiel spätným spôsobom
 - postup od záverov k predpokladom (od cieľov cez pravidlá k faktom)

$\top \rightarrow A \quad A \rightarrow B \quad B \rightarrow C \quad C \rightarrow \perp$

Dopredné reťazenie pravidiel

- Platné fakty umožňujú pomocou pravidiel odvodiť platnosť ďalších faktov
 - použitie tých pravidiel, ktorých predpoklady sú založené na známych faktoch
- Rekurzívne odvádzanie platnosti faktov
- Odvodzovanie *riadené dátami*
 - nie je informácia vedúca inferenciu smerom k cieľu
 - postupné dokazovanie platnosti všetkých faktov, ktoré sa dokázať dajú
 - málo vhodné pre cieľovo orientované dokazovanie
- Ukončenie dokazovania
 - medzi odvodenými faktami sa objavil dokazovaný cieľ
 - už sa nedá odvodiť platnosť žiadneho nového faktu

Dopredné reťazenie pravidiel a rezolvencia

- Hyperrezolvencia zastupuje sekvenciu rezolveníí

$$\frac{P_1 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow S \quad \top \rightarrow P'_1, \dots, \top \rightarrow P'_n}{subst(\theta, S)}$$

pretože

$$\frac{\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \neg P_3 \vee \dots \vee \neg P_n \vee S \quad P'_1}{subst(\theta_1, \neg P_2 \vee \neg P_3 \vee \dots \vee \neg P_n \vee S) \quad P'_2}$$
$$\frac{subst(\theta_2, subst(\theta_1, \neg P_3 \vee \dots \vee \neg P_n \vee S)) \quad P'_3}{\dots}$$

- Vstupom je viacero klauzúl – jedno pravidlo a fakty
 - postupná redukcia pôvodného pravidla
 - sekvencia sa vykoná iba ak sa dajú odstrániť všetky negatívne literály (a teda dokázať nový fakt)

Algoritmus dopredného reťazenia

```
fch(KB, Ciel)
1.   do
2.     novy = {}
3.     foreach (LHS → RHS) ∈ KB do
4.       foreach  $\theta' \in \{\theta \mid \text{subst}(\theta, \text{LHS}) \equiv$ 
5.          $\text{subst}(\theta, l_1 \wedge \dots \wedge l_n),$ 
6.          $(\top \rightarrow l_i) \in \text{KB}, i = 1, \dots, n\}$  do
7.         RHS' = subst( $\theta'$ , RHS)
8.         novy = novy ∪ ( $\top \rightarrow \text{RHS}'$ )
9.       KB = KB ∪ novy
10.      if ( $\top \rightarrow \text{Ciel}$ ) ∈ novy then return KB
11. while novy ≠ ∅
12. return KB
```


Spätné reťazenie pravidiel

- O platnosti cieľa sa dá rozhodnúť dvomi spôsobmi
 - je známe, že platí (vo forme faktu) - nie je potrebné nič dokazovať
 - použije sa pravidlo, ktoré cieľ dokazuje
- Pri dokazovaní pomocou pravidla
 - dokazovanie platnosti hlavy je nahradené dokazovaním platnosti tela pravidla
 - každý literál tela sa stáva novým cieľom
- Ukončenie dokazovania cieľa
 - platnosť cieľa je potvrdená faktom
 - nie je fakt ani pravidlo, ktoré by potvrdzovali cieľ
- Odvodzovanie je *cieľovo orientované* – nerobí sa nič čo by nesúviselo s dokazovaným cieľom

Spätne reťazenie pravidiel a rezolvencia

- Rezolvencia dvoch Hornových klauzúl produkuje Hornovu klauzulu

$$\frac{A \wedge B \wedge C \rightarrow Q' \quad P \wedge Q \wedge R \rightarrow S}{subst(\theta, P \wedge A \wedge B \wedge C \wedge R \rightarrow S)}$$

pretože

$$\frac{\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee Q' \quad \neg P \vee \neg Q \vee \neg R \vee S}{subst(\theta, \neg P \vee \neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg R \vee S)}$$

- Nikdy sa nerezolvujú dve rezolventy spolu – jedna zo vstupných klauzúl je vždy z pôvodnej bázy
 - stratégia vstupnej rezolvenencie je teraz úplnou stratégiou
 - orezanie priestoru rezolvenencií \rightarrow efektívna inferencia
 - začína sa s klauzulou $LHS \rightarrow \perp$ reprezentujúcou cieľ
 - spor je detekovaný ako $\top \rightarrow \perp$

Algoritmus spätného reťazenia (1)

vstup: znalostná báza KB a $Ciel$ ktorý je potrebné dokázať

výstup: množina dôkazov vo forme unifikátorov

$bch(KB, Ciel)$

1. **return** $bch_aux(KB, [Ciel], \{\})$

$vyber(KB, Ciel)$

1. $P = \{\}$

2. **for** $(LHS \rightarrow RHS) \in KB$ **do**

3. **if** $unify(Ciel, RHS)$ **then** $P = P \cup (LHS \rightarrow RHS)$

4. **return** P

Algoritmus spätného reťazenia (2)

```
bch_aux(KB, Ciele,  $\theta$ )
1.   odpovede = {}
2.   if Ciele = [ ] then return { $\theta$ }
3.   [Prvy|Ostatne] = Ciele
4.   Q = subst( $\theta$ , Prvy)
5.   for (LHS  $\rightarrow$  RHS)  $\in$  vyber(KB, Q) do
6.      $\theta'$  = unify(Q, RHS)
7.     if LHS =  $\top$ 
8.       then NoveCiele = Ostatne
9.       else NoveCiele = [LHS|Ostatne]
10.    odpovede = odpovede  $\cup$ 
        bch_aux(KB, NoveCiele, comp( $\theta'$ ,  $\theta$ ))
11.  return odpovede
```

Dopredné vs spätné reťazenie

- Dopredné reťazenie
 - odvodzovanie riadené dátami
 - základ pre
 - produkčné systémy
- Spätné reťazenie
 - cieľovo orientované odvodzovanie
 - efektívna inferencia prehľadávaním do hĺbky
 - základ pre
 - pravidlové znalostné systémy
 - logické programovanie