Teplota je jednou zo základných veličín sústavy jednotiek SI. Teplota je stavová veličina látky. Opisuje strednú kinetickú energiu častíc. Teplota sa označuje T a jej jednotkou podľa SI je Kelvin. V bežnom živote sa však z praktických dôvodov častejšie používa stupeň Celzia alebo stupeň Fahrenheita. Meriame ju ***priamo*** (teplomerom: plynový teplomer, kvapalinový teplomer, bimetalický teplomer, termočlánkom, termistorom (rezistor, ktorého rezistivita sa vplyvom teploty mení)) alebo ***nepriamo*** (pyrometrom, termografom).

Nultá termodynamická veta alebo ***nultý termodynamický zákon*** je termodynamická veta, ktorá hovorí, že keď dve telesá sú v rovnovážnom stave a zostanú v ňom dovtedy, kým si môžu začať vymieňať teplo, potom sú vzájomne takisto v rovnovážnom stave.

Tepelná rozťažnosť (niekedy tiež ***teplotná rozťažnosť***) je jav, pri ktorom sa hodnota meranej veličiny X zmení po dodaní tepla určitej látke (po zahriatí o určitú teplotu). Obyčajne je uvažovaná priama úmernosť medzi zmenou veličiny ΔX a zmenou teploty ΔT. Odborne povedané, hodnota X je lineárna funkcia teploty T.

$$\Delta X = X_0 \cdot k \cdot \Delta T$$

X_0 predstavuje počiatočnú hodnotu veličiny X pred zmenou teploty, k je koeficient teplotnej rozťažnosti, ktorý býva udávaný v jednotkách [1/K] nebo [1/°C].

Dĺžková teplotná rozťažnosť

$$\Delta d = d_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta \qquad \text{alebo} \qquad \Delta d = d_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \qquad [\mathrm{m}]$$

kde α je teplotný súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti [1/°C]

Objemová teplotná rozťažnosť

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta \vartheta \qquad \text{alebo} \qquad \Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \qquad [\mathrm{m}^3]$$

kde β je teplotný súčiniteľ objemovej rozťažnosti [1/°C] ($\beta = 3 \cdot \alpha$)

Teplo je časť vnútornej energie, ktorú teleso prijme alebo odovzdá pri tepelnej výmene druhému telesu. Je treba rozlišovať dve rôzne veličiny: ***teplota***, ktorá vyjadruje stav telesa, a ***teplo***, ktoré vyjadruje zmenu stavu telesa. V sústave jednotiek SI ho meriame v ***jouloch*** [J]. Ďalšie jednotky sú napr. ***kalória*** [cal] alebo ***Britská teplotná jednotka*** [Btu], kde:

$$1\,\mathrm{cal} = 3{,}969 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Btu} = 4{,}186\ \mathrm{J}$$

Tepelná kapacita, alebo ***mólová tepelná kapacita*** je schopnosť telesa prijať energiu v podobe tepla. Označuje sa veľkým písmenom C. Tepelná kapacita je definovaná ako množstvo tepla v jouloch, ktoré treba telesu dodať, aby sa jeho teplota zvýšila o 1 K (Kelvin), prípadne o 1 °C (stupeň Celzia). Vo fyzike a termodynamike sa ako jednotka teploty používa prednostne Kelvin.

$$C = \frac{\partial Q}{\partial T} \quad [\mathrm{J.K^{-1}}] \qquad \text{alebo} \qquad C = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{Q}{\Delta T} \quad [\mathrm{J.K^{-1}}]$$

Častejšie sa v tabuľkách uvádza ***merná tepelná kapacita***, ktorá sa vzťahuje na jednotku hmotnosti. Označuje sa malým písmenom c. Jej jednotkou je [J/(kg.K)], prípadne [kJ/(kg.K)].

Platí:

$$c = \frac{C}{m} \qquad [\mathrm{J/(kg.K)}]$$

kde m je hmotnosť látky [kg]

Teplo dodané telesu zvýši jeho teplotu o $\vartheta_2 - \vartheta_1$. Túto súvislosť vyjadrujeme vzťahom:

$$Q = C \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) \qquad [\mathrm{J}]$$

kde C je tepelná kapacita telesa

Ak má teleso hmotnosť m, potom platí

$$Q = c \cdot m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) \qquad [\mathrm{J}]$$

kde c je merná tepelná kapacita materiálu, z ktorého je teleso vyrobené [J/(kg.K)]

Otázka:

Určité množstvo tepla Q ohreje 1 g materiálu A o 3 °C a 1 g materiálu B o 4 °C. Ktorý z materiálov má väčšiu mernú tepelnú kapacitu?

Teplo na jednotku hmotnosti, ktoré dodáme materiálu, potrebné pre zmenu jeho skupenstva sa nazýva ***skupenské***, prípadne ***latentné teplo*** L. Platí

$$Q = L \cdot m$$

Najčastejšie sa stretávame so ***skupenským teplom vyparovania***, resp. ***kondenzácie***, čo je množstvo energie na jednotku hmotnosti, ktoré musíme dodať, resp. odobrať, aby sme premenili kvapalinu na plyn, resp. plyn na kvapalinu. Skupenské teplo vyparovania pri teplote varu kvapaliny nazývame ***skupenské teplo varu***. ***Skupenské teplo topenia***, resp. ***tuhnutia*** je množstvo energie na jednotku hmotnosti, ktoré musíme dodať, aby sme roztavili pevnú látku, resp. ktoré musíme odobrať, aby kvapalina stuhla.

Prvá termodynamická veta alebo prvý termodynamický zákon je vo fyzike nasledujúci zákon:

formulácia 1: Každá fyzikálna sústava má stavovú veličinu nazývanú vnútorná energia (U), ktorá sa mení len prostredníctvom výmeny energie s okolím (objemová práca, tepelná výmena)

formulácia 2: $\Delta U = \Delta Q - \Delta(W_p + W_k) = \Delta Q - \Delta W$ [J]

kde
- ΔU zmena vnútornej energie sústavy
- ΔQ zmena tepla sústavy (+ znamená dodanie, – znamená odobratie)
- $\Delta(W_p + W_k)$ vykonaná/spotrebovaná objemová práca (+ znamená, že ju sústava vykonala, – znamená, že ju sústava spotrebovala)

formulácia 3: Nie je možné skonštruovať ***perpetuum mobile prvého druhu*** (teda stroj, ktorý vyrába energiu z ničoho)

Aplikácia prvého termodynamického zákona

Prvý zákon termodynamiky môžeme aplikovať na deje prebiehajúce v uzavretých sústavách. ***Zavedieme dohodu***: Objemovú prácu W budeme označovať súhrnne, nie ako rozdiel spotrebovanej a vykonanej. O tom, o akú prácu ide rozhoduje jej znamienko:

- $W > 0$ práca bola sústavou spotrebovaná (resp. jej bola dodaná)
- $W < 0$ prácu vykonala sústava

Prvý zákon termodynamiky je možné použiť aj v nasledujúcich špeciálnych prípadoch:

Adiabatický dej	$Q = 0$:	$Q = 0$, $\Delta U = -W$,
Izochorický dej	$\Delta V = 0$:	$W = 0$, $\Delta U = Q$,
Izotermický dej	T = konšt.:	$\Delta U = 0$, $Q = -W$,
Izobarický dej	p = konšt.:	$\Delta U = Q + W$ $(W = -p \cdot \Delta V,\ Q = \Delta U - W)$

Prenos tepla

Výkon Φ, ktorým sa teplo prenáša ***vedením*** cez dosku, ktorej steny sú udržované pri teplotách ϑ_2 a ϑ_1, je

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \lambda \cdot S \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{d} \quad \text{[W]} \quad \text{resp.} \quad \Phi = \frac{Q}{t} = \lambda \cdot S \cdot \frac{T_2 - T_1}{d} \quad \text{[W]}$$

kde S plocha dosky [m^2]
d hrúbka dosky [m]
λ súčiniteľ tepelnej vodivosti materiálu dosky [W/(m.K)]

K ***prúdeniu*** dochádza, pokiaľ teplotný rozdiel spôsobí prenos tepla pohybom kvapaliny. ***Žiarenie*** je prenos tepla vyžarovaním elektromagnetickej energie. Výkon Φ_r, ktorým teleso vyžaruje energiu prostredníctvom tepelného žiarenia, je rovný

$$\Phi_r = \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot T^4 \quad \text{[W]}$$

kde σ je Stefan-Boltzmannova konštanta; $\sigma = 5{,}6703 \cdot 10^{-8}$ W/(m^2.K^4)
ε je emisivita povrchu predmetu [-]
S je povrch predmetu [m^2]
T je povrchová teplota predmetu [K]

Výkon Φ_a,, ktorým teleso pohlcuje energiu tepelného žiarenia zo svojho okolia, je pri konštantnej teplote okolia T_0 [K] rovný

$$\Phi_a = \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot T_0^4 \quad \text{[W]}$$

Príklad 1

Materiály A, B a C sú pevné látky pri teplote topenia. Materiál A potrebuje 200 J pre roztavenie 4 kg. Materiál B potrebuje 300 J pre roztavenie 5 kg a materiál C potrebuje 300 J pre roztavenie 6 kg. Usporiadajte ich zostupne podľa ich merných skupenských tepiel topenia.

Riešenie:

$$L_\mathrm{A} = \frac{Q_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A}} = \frac{200}{4} = 50\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}}$$

$$L_\mathrm{B} = \frac{Q_\mathrm{B}}{m_\mathrm{B}} = \frac{300}{5} = 60\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}}$$

$$L_\mathrm{C} = \frac{Q_\mathrm{C}}{m_\mathrm{C}} = \frac{300}{6} = 50\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}}$$

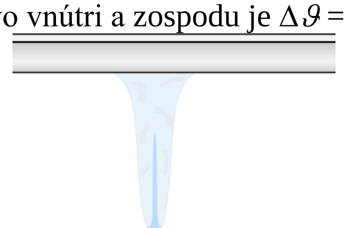
$$L_\mathrm{A} = L_\mathrm{C} < L_\mathrm{B}$$

Príklad 2

Keď cencúľ rastie, je jeho vonkajší povrch pokrytý tenkou vrstvou tekutej vody, ktorá pozvoľne steká dole, aby vytvorila kvapku visiacu na špičke. Každá kvapka vytvára tenkú trubičku kvapalnej vody, ktorá sa rozširuje smerom nahor po cencúli k jeho koreni (hore). Pretože voda na špičke tejto trubičky neustále tuhne, uvoľňuje sa energia. Odvádza sa táto energia radiálne ľadom von, dole vodou do visiacej kvapky alebo nahor do koreňa? (Predpokladajme, že teplota vzduchu je pod 0 °C.)

Riešenie:

Nahor (pri kvapalnej vode vo vnútri a zospodu je $\Delta\vartheta = 0$ horizontálne aj dole).



Príklad 3

Sklenené okno má pri teplote 10 °C rozmer presne 20 cm × 30 cm. O koľko vzrastie jeho plocha pri teplote 40 °C?

Riešenie:

Rozmery okna po vzraste teploty:

$$a = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = 0{,}2 \cdot \left[1 + 9 \cdot 10^{-6} \cdot (40 - 30)\right] = 0{,}200054\ \mathrm{m}$$

$$b = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = 0{,}3 \cdot \left[1 + 9 \cdot 10^{-6} \cdot (40 - 30)\right] = 0{,}300081\ \mathrm{m}$$

Plocha okna po vzraste teploty:

$$S = a \cdot b = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = a_0 \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)^2 = a_0 \cdot b_0 \cdot \left[1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta + (\alpha \cdot \Delta\vartheta)^2\right]$$

Ak zanedbáme tretí člen $(\alpha \cdot \Delta\vartheta)^2$ v poslednej zátvorke, oproti ostatným členom, získame vzťah:

$$S = a_0 \cdot b_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta) = 0{,}2 \cdot 0{,}3 \cdot \left[1 + 2 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot (40 - 10)\right] = 0{,}0600324\ \mathrm{m^2}$$

Z čoho ľahko získame prírastok plochy okna:

$$\Delta S = S - S_0 = a_0 \cdot b_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 0{,}2 \cdot 0{,}3 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot (40 - 10) = 0{,}0000324\ \mathrm{m^2} = 3{,}24 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2}$$

Príklad 4

Hodiny s mosadzným kyvadlom idú presne pri 20 °C. Vypočítajte sekundový rozdiel, ktorý vznikne za hodinu pri teplote 0 °C, keď koeficient dĺžkovej rozťažnosti mosadze je $\alpha = 1{,}9 \cdot 10^{-5}$ 1/°C.

Riešenie:

$$\Delta l = l \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta l = l \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 20$$

$$l_1 = l - \Delta l = l - l \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 20 = l \cdot \left(1 - 1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 20\right) = 0{,}99962 \cdot l$$

nech l = 1 m; t.j. má jednotkovú dĺžku, potom

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{l}{\frac{1}{3600}} - \frac{0{,}99962 \cdot l}{\frac{1}{3600}} = 3600 - 3600 \cdot 0{,}99962 = 1{,}368\ \mathrm{s}$$

Príklad 5

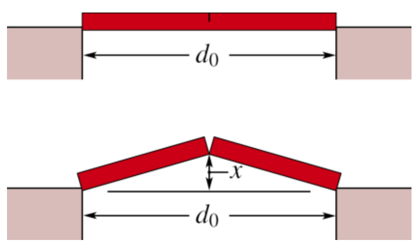
Aký je objem olovenej gule pri 30 °C, ak je jej objem pri 60 °C rovný 50 cm^3?

Riešenie:

$$V = V_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot \Delta \vartheta\right) = V_0 \cdot \left(1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta\right) = \left(50\ \mathrm{cm}^3\right) \cdot \left[1 + 3 \cdot \left(29 \cdot 10^{-6}\ /\,°\mathrm{C}\right) \cdot \left(30\ °\mathrm{C} - 60\ °\mathrm{C}\right)\right] = 49{,}87\ \mathrm{cm}^3$$

Príklad 6

Tyč s puklinou je upevnená vo zveráku puklinou smerom nahor. Pri zahriatí o 32 °C sa zdvihne o x. Vypočítajte x, ak je dĺžka tyče d_0 = 3,77 m a súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti je 25.10^{-6} 1/°C.



Riešenie:

Uvažujme polovicu tyče. Jej polovičná dĺžka je $l_0 = d_0 / 2$ a jej dĺžka po vzraste teploty je $l = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$. Pričom, pôvodná dĺžka pol-tyče l_0, jej nová dĺžka l a vzdialenosť x tvoria pravouhlý trojuholník. Využitím Pytagorovej vety dostaneme: $x = l^2 - l_0^2 = l_0^2 \cdot \left(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta\right)^2 - l_0^2$. Po vyjadrení členov výrazu $\left(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta\right)^2$ zistíme, že výraz $\left(\alpha \cdot \Delta \vartheta\right)^2$ je oproti členom $1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$ malý a môžeme ho zanedbať. Potom dostávame

$$x^2 = l_0^2 + 2 \cdot l_0^2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta - l_0^2 = 2 \cdot l_0^2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

a

$$x = l_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta} = \frac{3{,}77\ \mathrm{m}}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(25 \cdot 10^{-6}\ /\,°\mathrm{C}\right) \cdot \left(32\ °\mathrm{C}\right)} = 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}\,.$$

Príklad 7

Jeden dietológ odporúča svojim pacientom, ktorí chcú schudnúť, aby pili ľadovú vodu. Jeho teória je založená na tom, že telo musí spáliť značné množstvo energie k ohriatiu ľadovej vody o teplote 0 °C na telesnú teplotu (37 °C). Koľko litrov ľadovej vody je potrebné k spáleniu 454 g tuku? Pri spálení tohto množstva tuku vytvorí telo 3500 kcal. Prečo nie je dobré nasledovať jeho rady?

Riešenie:

$$Q_{\text{tuk}} = 3500 \cdot 10^3 \text{ cal} \cdot 4{,}186 = 1{,}4651 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$Q_{\text{voda}} = Q_{\text{tuk}} = m_{\text{voda}} \cdot c_{\text{voda}} \cdot \Delta\vartheta$$

Odkiaľ dostávame:

$$m_{\text{voda}} = \frac{Q_{\text{tuk}}}{c \cdot \Delta\vartheta} = \frac{1{,}4651 \cdot 10^7}{4186 \cdot 37} = 94{,}59 \text{ kg}.$$

Príklad 8

Miestnosť je osvetlená štyrmi 100-wattovými žiarovkami. (100 W je príkon elektrickej energie; tá sa premení na teplo a svetlo.) 90 % energie sa premení na teplo. Koľko tepla sa vyžiari do miestnosti za jednu hodinu?

Riešenie:

$$Q_{\text{t}} = \frac{90}{100} \cdot P \cdot t = \frac{90}{100} \cdot \left(4 \cdot 100 \text{ W}\right) \cdot 3600 \text{ s} = 1{,}296 \text{ MJ}$$

Príklad 9 (Pokračovanie príkladu 8 ☺)

Energetický príjem atléta je 4000 kcal denne. Keby uvoľňoval energiu plynule po celý deň, ako by dopadlo porovnanie jeho energetického výdaja so 100-Wattovou žiarovkou?

Riešenie:

$$Q_{\text{atl}} = 4000 \text{ kcal} = 4184 \cdot 4000 = 16{,}744 \text{ MJ}$$

$$\eta_{\text{atl\_vs\_ziar}} = \frac{\dfrac{Q_{\text{atl}}}{t_{24\text{h}}}}{P_{\text{ziar}}} = \frac{\dfrac{16{,}744 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600}}{100} = \frac{193{,}7964}{100} = 1{,}938$$

Príklad 10

Merná tepelná kapacita látky sa mení s teplotou podľa vzťahu: $c = 0{,}2 + 0{,}14 \cdot \vartheta + 0{,}023 \cdot \vartheta^2$. (Teplota je v stupňoch Celzia a c je v cal/(g·K).) Vypočítajte teplo, ktoré je potrebné k zahriatiu 2 g látky z teploty 5 °C na 15 °C?

Riešenie:

$$Q = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} c \cdot m \cdot \mathrm{d}\vartheta = m \cdot \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} c \cdot \mathrm{d}\vartheta = 2 \cdot \int_{5\,°\text{C}}^{15\,°\text{C}} \left(0{,}2 + 0{,}14 \cdot \vartheta + 0{,}023 \cdot \vartheta^2\right) \cdot \mathrm{d}\vartheta =$$

$$= 2 \cdot \left[0{,}2 \cdot \vartheta + 0{,}07 \cdot \vartheta^2 + 0{,}00767 \cdot \vartheta^3\right]_5^{15} \text{ cal} = 82 \text{ cal}$$

Príklad 11

Kuchárovi sa pokazila pec. Rozhodol sa preto uvariť vodu na kávu tak, že bude trepať termoskou s vodou. Predpokladajme, že v termoske je 500 cm^3 vody o teplote 20 °C. Pri každom otočení spadne voda z výšky 30 cm. Kuchár otočí termosku 30-krát za minútu. Ako dlho bude trvať, kým začne vrieť voda? Teplotné straty zanedbajte.

Riešenie:

$E_\mathrm{p} = Q$

$$t \cdot n \cdot m \cdot g \cdot h = c \cdot m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$t = \frac{Q}{n \cdot m \cdot g \cdot h} = \frac{c \cdot m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}{\frac{30\ \text{zatrepaní}}{1\ \text{minúta}} \cdot m \cdot g \cdot h} = \frac{4186 \cdot 0{,}5 \cdot (100 - 20)}{\frac{30\ \text{zatrepaní}}{1\ \text{minúta}} \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}3} = 3792\ \text{min} = 63{,}22\ \text{hod} = 2\ \text{dni}\ 15\ \text{hod}$$

Príklad 12

Karamelová tyčinka má uvedenú nutričnú hodnotu 350 kcal. Koľko kilowatthodín vám dodá, keď ju zjete?

Riešenie:

$$E = (350 \cdot 10^3\ \text{cal}) \cdot (4{,}19\ \text{J/kg}) = (1{,}466 \cdot 10^6\ \text{J}) \cdot (1\ \text{W} \cdot \text{s/J}) \cdot (1\ \text{h}/3600\ \text{s}) \cdot (1\ \text{kW}/1000\ \text{W}) = 0{,}407\ \text{kW} \cdot \text{h}$$

Táto energia by stačila k tomu, aby 100 W žiarovka svietila po dobu 4,1 h. Ak chcete takúto dobu „vybehať“, bežte nejakých 5-6 km.

Slušná denná dávka energie je pre človeka okolo 3,5 kW·h. Je to taktiež maximálna práca, ktorú je človek schopný za jeden deň vykonať. Toto množstvo energie z elektrickej siete stojí u nás cca 0,18 €/(kW·h) × 3,5 kW·h = 0,63 €.

Príklad 13

Medený valček o hmotnosti $m_\mathrm{Cu} = 75$ g bol v laboratórnej piecke zahriaty na teplotu $\vartheta = 312$ °C. Potom bol vhodený do nádoby obsahujúcej $m_\mathrm{v} = 220$ g vody. Tepelná kapacita nádoby je $C_\mathrm{n} = 45$ cal/K. Počiatočná teplota nádoby s vodou bola $\vartheta_1 = 12$ °C. Aká bude koncová teplota ϑ_2 valčeka, vody a nádoby po dosiahnutí tepelnej rovnováhy?

Riešenie:

Náš systém budú tvoriť *voda, nádoba* a *medený valček*. Systém nevymení s okolím žiadne teplo, takže algebrický súčet celkového presunu tepla vo vnútri systému musí byť rovný nule. Ide o tri presuny:

pre vodu: $Q_\mathrm{v} = m_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{v} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1);$

pre nádobu: $Q_\mathrm{n} = C_\mathrm{n} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1);$

pre meď: $Q_\mathrm{Cu} = m_\mathrm{Cu} \cdot c_\mathrm{Cu} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta).$

Teplotný rozdiel je vo všetkých výrazoch zapísaný ako rozdiel koncovej teploty (ϑ_2) a počiatočnej teploty (ϑ_1 pre vodu a nádobu, ϑ pre valček). Značíme to takto, hoci vieme, že Q_v a Q_n budú kladné (pretože teplo prejde do pôvodne chladnej vody a nádoby), zatiaľ čo Q_Cu bude záporné (pretože teplo sa odoberie z pôvodne horúceho medeného valčeka). Takto môžeme totiž napísať

$$Q_\mathrm{v} + Q_\mathrm{n} + Q_\mathrm{Cu} = 0$$

Po dosadení za výrazy pre prenos tepla (z predchádzajúcej rovnice) dostaneme

$$m_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{v} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + C_\mathrm{n} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + m_\mathrm{Cu} \cdot c_\mathrm{Cu} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta) = 0$$

V tejto rovnici sa vyskytujú teploty len v rozdieloch. Pretože rozdiely teplôt v stupňoch Celzia a v kelvinoch sú rovnaké, môžeme použiť v rovniciach ktorékoľvek z jednotiek. Rovnicu môžeme vyriešiť pre ϑ_2 a dostaneme

$$\vartheta_2 = \frac{m_{\mathrm{Cu}} \cdot c_{\mathrm{Cu}} \cdot \vartheta + C_{\mathrm{n}} \cdot \vartheta_1 + m_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{v}} \cdot \vartheta_1}{m_{\mathrm{Cu}} \cdot c_{\mathrm{Cu}} + C_{\mathrm{n}} + m_{\mathrm{v}} \cdot c_{\mathrm{v}}}.$$

Pri použití Celziovej stupnice je čitateľ rovný

$$(75\ \mathrm{g}) \cdot (0{,}092\ \mathrm{cal}/(\mathrm{g} \cdot \mathrm{K})) \cdot (312\ ^\circ\mathrm{C}) + (45\ \mathrm{cal}/\mathrm{K}) \cdot (12\ ^\circ\mathrm{C}) + (220\ \mathrm{g}) \cdot (1\ \mathrm{cal}/(\mathrm{g} \cdot \mathrm{K})) \cdot (12\ ^\circ\mathrm{C}) = 5332{,}8\ \mathrm{cal}$$

a menovateľ

$$(75\ \mathrm{g}) \cdot (0{,}092\ \mathrm{cal}/(\mathrm{g} \cdot \mathrm{K})) + 45\ \mathrm{cal}/\mathrm{K} + (220\ \mathrm{g}) \cdot (1\ \mathrm{cal}/(\mathrm{g} \cdot \mathrm{K})) = 271{,}9\ \mathrm{cal}/^\circ\mathrm{C}.$$

Odkiaľ získame:

$$\vartheta_2 = \frac{5332{,}8\ \mathrm{cal}}{271{,}9\ \mathrm{cal}/^\circ\mathrm{C}} = 19{,}6\ ^\circ\mathrm{C} \cong 20\ ^\circ\mathrm{C}$$

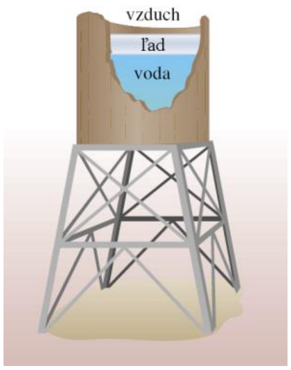
Z uvedených hodnôt môžeme nájsť

$$Q_{\mathrm{v}} \cong 1670\ \mathrm{cal}, \qquad Q_{\mathrm{n}} \cong 342\ \mathrm{cal}, \qquad Q_{\mathrm{Cu}} \cong -2020\ \mathrm{cal}.$$

Algebrický súčet týchto troch prenesených tepiel je až na zaokrúhľovacie chyby skutočne rovný nule, v súlade s požiadavkou $Q_{\mathrm{v}} + Q_{\mathrm{n}} + Q_{\mathrm{Cu}} = 0$.

Príklad 14

Nádrž s vodou bola vystavená vonkajšiemu vplyvu mrazivého počasia. Vytvorila sa vrstva ľadu o hrúbke 5 cm. Vzduch nad ľadom mal teplotu –10 °C. Vypočítajte rýchlosť nárastu ďalšieho ľadu na spodku ľadovej vrstvy (v cm/hod). Tepelná vodivosť ľadu je 0,004 cal/(s.cm.°C) a hustota ľadu je 0,92 g/cm^3. Predpokladajte, že nádrž dokonale izoluje. ($L_{\mathrm{voda,ľad}}$ = 334 kJ/kg)



Riešenie:

$$\lambda = 0{,}004\ \frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{cm} \cdot ^\circ\mathrm{C}}$$

$$\rho = 0{,}92\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$$

$$L = 334\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 79{,}79\ \frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{g}}$$

Základný Fourierov vzťah pre prenos tepla vedením: $\Phi = \dfrac{Q}{t} = \lambda \cdot S \cdot \dfrac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{d}$

Z ktorého si odvodíme rýchlosť nárastu ľadu: $\frac{d}{t} = \lambda \cdot S \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{Q}$

Latentné teplo (zmena skupenstva): $Q = L \cdot m$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$Q = L \cdot \rho \cdot V = L \cdot \rho \cdot S \cdot d$$

Do vzťahu pre rýchlosť nárastu ľadu dosadíme za $Q = L \cdot \rho \cdot S \cdot d$:

$$\frac{d}{t} = \lambda \cdot S \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{L \cdot \rho \cdot S \cdot d} = \lambda \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{L \cdot \rho \cdot d} =$$

$$= 0{,}004\ \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot {}^\circ\text{C}} \cdot \frac{10\ {}^\circ\text{C}}{79{,}79\ \frac{\text{cal}}{\text{g}} \cdot 0{,}92\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 5\ \text{cm}} = 1{,}0898 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \doteq 0{,}392\ \frac{\text{cm}}{\text{h}}$$