

## **Premeny elektrickej energie**

Autori: doc. Ing. Pavel Novák, CSc.  
Ing. Dušan Medved', PhD.

Lektorovali: doc. Ing. Alexander Mészáros, PhD.  
doc. Ing. Ľubomír Beňa, PhD.

Grafický návrh obálky: Equilibria, s.r.o.

© 2012, doc. Ing. Pavel Novák, CSc., Ing. Dušan Medved', PhD.

Vydavateľ: Equilibria, s.r.o.

ISBN 978-80-8143-030-5

Všetky práva vyhradené. Vyrobené na Slovensku.

## **Predslov**

*V akademickom roku 2005/2006, v súvislosti s legislatívnymi zmenami v organizácii štúdiá na vysokých školách Slovenskej republiky, aj na Katedre elektroenergetiky FEI TU v Košiciach sa zmenila štruktúra študijných plánov a ich obsah. V študijnom odbore Elektrotechnika, v študijných programoch Elektrotechnické inžinierstvo a Elektroenergetika, bol do 2. ročníka bakalárskeho štúdia zaradený nový predmet, PREMENY ELEKTRICKEJ ENERGIE. Na CD – nosiči bola pre študentov vypracovaná stručná učebná pomôcka s rovnakým názvom (ISBN 80-8073-500-X).*

*Predkladaná učebnica je obsahovo rozšírená a metodicky upravená. Jej osnovu tvoria fyzikálne základy premien elektrickej energie na koncové formy, t.j. také, ktoré sa nevratne spotrebovávajú pri rôznych činnostiach človeka. Súčasťou obsahu učebnice sú vybrané aplikácie predmetných premien, využívané v rôznych technológiách a procesoch, prostredníctvom konkrétnych meničov elektrickej energie.*

*Obsahový význam učebnice spočíva v skutočnosti, že predmetné koncové formy energie (svetelná, mechanická,...) sú v dnešnom svete dominujúce pre náš každodenný život, výrazne ovplyvňujú životnú úroveň každého jednotlivca i celých spoločenstiev.*

*Premeny elektrickej energie na vybrané koncové formy patria medzi energeticky náročné procesy. Na jednej strane výrazne zaťažujú elektrizačnú sústavu, na druhej strane, práve z dôvodu energetickej náročnosti, sú determinujúce pre jej stabilnú prevádzku. Preto je dôležité im rozumieť a ich racionálne využívať.*

Košice, jún 2012

*autori*



## Úvod

Za začiatok systematickej výroby elektrickej energie vo svete sa považuje rok 1882. Vtedy, v New Yorku, T. A. Edison postavil prvú elektrárňu pre elektrické osvetlenie mesta a zároveň v Európe, M. Depréz realizoval prvý prenos elektrickej energie na väčšiu vzdialenosť (57 km vedenie s napätím 400 V v okolí Mníchova). Aj pri začiatkovej nedôvere k novej forme energie, zvyšovanie jej výroby a súbežne spotreby dosiahlo takú úroveň, že elektrická energia sa stala technickým fenoménom nasledujúceho 20. storočia. Stala sa jednou z podmienok rozvoja ľudskej spoločnosti a zvyšovania kvality života každého jednotlivca.

Vo virtuálnom energetickom reťazci elektrickej energii prináleží stupeň upravenej (zuošľachtenej) formy energie, so špecifickými vlastnosťami jej výroby, prenosu, distribúcie aj spotreby, ktoré ju posúvajú do polohy „univerzálnej“ energie. Jej prípadnú absenciu na súčasnej úrovni poznania fyzikálneho sveta si nevieme predstaviť, elektrická energia sa stala súčasťou nášho každodenného života do takej miery, že ju v praktickom využívaní ani nevnímame, pokiaľ nedôjde k vážnejším poruchám a krízovým situáciám v jej dodávke.

Široké využívanie elektrickej energie v modernom svete je zákonité, lebo vyplýva z viacerých objektívnych skutočností. Sú to najmä tieto:

- dá sa vyrábať z menej hodnotných foriem energie, presnejšie ich nosičov, v súčasnosti technológiami na primeranej technickej úrovni,
- dá sa prenášať a distribuovať v podstate na neobmedzené vzdialenosti s prijateľnými stratami, transformácia jej parametrov, potrebná k prenosu a distribúcii, je jednoduchá,
- dá sa premieňať na všetky koncové formy napr. na svetlo, teplo, mechanickú prácu, ktoré ľudstvo na začiatku 21. storočia existenčne potrebuje,
- kvantita a kvalita elektrickej energie sa dá jednoducho merať a podľa potreby aj regulovať,
- používanie elektrickej energie všeobecne minimalizuje ekologické problémy.

Týchto päť priorít sa celkom zákonite reflektuje v sústavnom zvyšovaní podielu elektrickej energie na spotrebe primárnych zdrojov, ktorý na prelome 20. a 21. storočia predstavuje hodnotu 35 až 40 % z ich celkovej spotreby vo svete. Neexistujú relevantné dôvody, aby sa v blízkej budúcnosti tento podiel znižoval, naopak bude rásť.

Špecifickou vlastnosťou elektrickej energie je to, že sa nedá skladovať. Z tejto vyplýva požiadavka na trvalú vyváženosť medzi jej produkciou a spotrebou, teda sústavnou premenou elektrickej energie na koncové formy. Uskutočňuje sa prostredníctvom zariadení, ktoré nazývame *meniče energie*, resp. *konverzné zariadenia*. Bývajú rôzne, líšia sa rozdielnymi fyzikálnymi princípmi cieľovej premeny, z nich odvodenou energetickou náročnosťou, tiež rozsahom použitia a teda sumárne veľkosťou podielu cieľovej koncovej formy na celkovej spotrebe elektrickej energie. Podľa výšky tohto podielu celá vyrobená elektrická energia sa v podstate spotrebuje na produkciu štyroch koncových foriem – mechanickej, svetelnej, tepelnej a chemickej energie. Sú to teda rozhodujúce koncové formy energie, ktoré zabezpečujú vyváženosť medzi výrobou a spotrebou elektrickej energie, teda prispievajú k stabilnej prevádzke elektrizačnej sústavy. Stručne pripomeňme ich zmysel z pohľadu spotrebiteľa.

- *mechanická energia* – získava sa elektro-mechanicou premenou v točivých elektrických strojoch (motoroch) a spotrebováva sa pre účely pohonu rôznych elektromechanických systémov,

- **svetelná energia** – získava sa elektro-svetelnou premenou v elektrických svetelných zdrojoch a spotrebováva sa vo forme umelého svetla, ktoré poskytujú rôzne svietidlá v osvetľovacích sústavách,
- **tepelná energia** – generuje sa ako elektrické teplo elektro-tepelnou premenou v elektrických peciach a ohrievačoch a nevratne sa spotrebováva v mnohorakých tepelných technológiách,
- **chemická energia** – získava sa elektro-chemickou premenou v roztokoch elektrolytov a spotrebováva sa pri chemických procesoch (elektrolytických), ktorých výsledkom sú chemické produkty inej kvality ako pôvodný elektrolyt, resp. jeho roztok.

Vymenované premeny elektrickej energie a im zodpovedajúce konverzné zariadenia (meniče) sú obsahom predkladanej učebnej pomôcky.

Každá premena elektrickej energie na ktorúkoľvek koncovú formu je prirodzene podmienená jej prívodom do zodpovedajúceho konverzného zariadenia. Preto úvodnú kapitolu príručky venujeme fyzikálnym princípom prenosu energie všeobecne i s dôrazom na prenos energie elektromagnetického poľa. Vede nás k tomu aj skutočnosť, že v 2. ročníku bakalárskeho štúdia, v študijnom odbore elektrotechnika, študenti ešte nemajú potrebné vedomosti o elektromagnetickom poli.

## Zoznam vybraných a použitých fyzikálnych veličín, ich značky a jednotky (podľa STN ISO 31-1; STN ISO 31-4; STN ISO 31-5 a STN ISO 31-6)

<i>Veličina</i>	<i>Značka</i>	<i>Jednotka</i>	<i>Poznámka</i>
dĺžka	$l, L$	m	základná veličina SI
šírka	$b$	m	
výška	$h$	m	
hrúbka	$d, \delta$	m	
polomer	$r, R$	m	
priemer	$d, D$	m	
uhol (rovinný)	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi$	rad	
priestorový uhol	$\Omega$	sr	
karteziánske súradnice	$x, y, z$	m	
plocha, plošný obsah	$A, S$	m <sup>2</sup>	
objem	$V$	m <sup>3</sup>	
čas, časový interval	$t, \Delta t$	s, min, h	základná veličina SI
rýchlosť	$v, c$	m·s <sup>-1</sup>	
uhlová rýchlosť	$\omega$	rad·s <sup>-1</sup>	
hmotnosť	$m$	kg	
objemová hmotnosť	$\rho$	kg·m <sup>-3</sup>	hustota
merný objem	$V_m$	m <sup>3</sup> ·kg <sup>-1</sup>	
sila	$F$	N	
tlak	$p$	Pa	
práca	$W, A$	J	všeobecne
výkon	$P$	W	všeobecne
termodynamická teplota	$T$	K	základná veličina SI
Celziova teplota	$t, \vartheta$	°C	$t = T - 273,15 \text{ K}$
teplo, množstvo tepla	$Q$	J	
tepelný tok	$\Phi$	W	
hustota tepelného toku	$q, \varphi$	W·m <sup>-2</sup>	
koeficient tepelnej vodivosti	$\lambda$	W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>	
koeficient prestupu tepla	$h, \alpha$	W·m <sup>-2</sup> ·K <sup>-1</sup>	
tepelný odpor	$R$	K·W <sup>-1</sup>	
tepelná vodivosť	$G$	W·K <sup>-1</sup>	
tepelná kapacita	$C$	J·K <sup>-1</sup>	
hmotnostná tepelná kapacita	$c$	J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>	
tepelná difuzivita	$a$	m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup>	koeficient teplotnej vodivosti
energia	$E, W$	J	všetky formy
vnútorná energia	$U$	J	$\Delta U = Q + W$
entalpia	$H$	J	$H = U + p \cdot V$
hustota energie	$w$	J·m <sup>-3</sup>	objemová
hmotnostná energia	$e$	J·kg <sup>-1</sup>	špecifická energia
hmotnostná vnútorná energia	$u$	J·kg <sup>-1</sup>	hustota vnútornej energie [J·m <sup>-3</sup> ]
hmotnostná entalpia	$h$	J·kg <sup>-1</sup>	

elektrický prúd	$I$	A	základná veličina SI
intenzita elektrického poľa	$E$	$V \cdot m^{-1}$	
napätie, rozdiel potenciálov	$U$	V	$\Delta U$
elektrický náboj	$Q$	C	$C = A \cdot s$
objemová hustota náboja	$\rho$	$C \cdot m^{-3}$	
elektrická indukcia	$D$	$C \cdot m^{-2}$	$\text{div } \mathbf{D} = \rho$
elektrická kapacita	$C$	F	$F = C/V$
permitivita	$\varepsilon$	$F \cdot m^{-1}$	$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$
permitivita vákua	$\varepsilon_0$	$F \cdot m^{-1}$	elektrická konštanta
relatívna permitivita	$\varepsilon_r$	1	$\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$
elektrická polarizácia	$P$	$C \cdot m^{-2}$	$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \varepsilon_0 \mathbf{E}$
elektrický dipólový moment	$p, p_e$	$C \cdot m$	
hustota elektrického prúdu	$J$	$A \cdot m^{-2}$	
intenzita magnetického poľa	$H$	$A \cdot m^{-1}$	
magnetická indukcia	$B$	T	$T = N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1} = V \cdot s \cdot m^{-2}$
magnetický tok	$\Phi$	Wb	$Wb = V \cdot s$
vlastná indukčnosť	$L$	H	$H = Wb \cdot A^{-1}$
vzájomná indukčnosť	$M, L_{m,n}$	H	
faktor väzby	$k, \kappa$	1	
faktor rozptylu	$\sigma$	1	$\sigma = 1 - k^2$
permeabilita	$\mu$	$H \cdot m^{-1}$	$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
permeabilita vákua	$\mu_0$	$H \cdot m^{-1}$	magnetická konštanta
relatívna permeabilita	$\mu_r$	1	$\mu_r = \mu / \mu_0$
magnetická polarizácia	$J$	T	$\mathbf{J} = \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{H}$
magnetický moment	$M$	$A \cdot m^2$	
magnetizácia	$M, H_i$	$A \cdot m^{-1}$	$\mathbf{M} = (\mathbf{B} / \mu_0) - \mathbf{H}$
hustota energie el.-mag. poľa	$W$	$J \cdot m^{-3}$	objemová hustota
Poyntingov vektor	$S, S_N$	$W \cdot m^{-2}$	$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$
fázová rýchlosť el.-mag. poľa	$c$	$m \cdot s^{-1}$	
rýchlosť el.-mag. vln vo vákuu	$c_0$	$m \cdot s^{-1}$	$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$
elektrický odpor	$R$	$\Omega$	pri jednosmernom prúde
elektrická vodivosť	$G$	S	pri jednosmernom prúde
výkon jednosmerného prúdu	$P$	W	$P = U \cdot I$
rezistivita	$\rho$	$\Omega \cdot m$	$\mathbf{E} = \rho \cdot \mathbf{J}$
konduktivita	$\gamma$	$S \cdot m^{-1}$	$\gamma = \frac{1}{\rho}$
frekvencia	$f, \nu$	Hz	$Hz = s^{-1}$
uhlová frekvencia	$\omega$	$rad \cdot s^{-1}$	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$
impedancia	$Z$	$\Omega$	$Z = R + j \cdot X$
modul impedancie	$ Z $	$\Omega$	$ Z  = \sqrt{R^2 + X^2}$
rezistancia	$R$	$\Omega$	voči striedavému prúdu
reaktancia	$X$	$\Omega$	imaginárna časť impedancie
admitancia	$Y$	S	$Y = \frac{1}{Z}$
modul admitancie	$ Y $	S	$ Y  = \sqrt{G^2 + B^2}$

faktor kvality	$Q$	1	$Q = \frac{X}{R}$ (akosť obvodu)
činný výkon	$P$	W	
zdanlivý výkon	$S, P_S$	VAr	$S = U \cdot I$
jalový výkon	$Q, P_Q$	VAr	$Q^2 = S^2 - P^2$
faktor výkonu (účinník)	$\lambda$	1	$\lambda = \frac{P}{S} = \cos \varphi$
elektrická práca	$W, W_p$	J, Wh	1 kWh = 3,6 MJ
žiarivá energia	$Q, W$	J	tiež $U$ alebo $Q_r$
objemová hustota žiarivej energie	$w$	J·m <sup>-3</sup>	tiež $w_r$
vlnová dĺžka žiarenia	$\lambda$	m	
žiarivý tok, žiarivý výkon	$P, \phi$	W	$\Phi = \int \Phi_\lambda \cdot d\lambda$
fluencia žiarivej energie	$\psi$	J·m <sup>-2</sup>	
dávka fluencie žiarivej energie	$\phi, \psi, q_r$	W·m <sup>-2</sup>	hustota žiarivého toku
žiarivosť	$I, I_r$	W·sr <sup>-1</sup>	$I = \int I_\lambda \cdot d\lambda$
žiara	$L, L_r$	W·sr <sup>-1</sup> ·m <sup>-2</sup>	$L = \int L_\lambda \cdot d\lambda$
intenzita vyžarovania	$M, M_r$	W·m <sup>-2</sup>	vyžarovanie $M = \int M_\lambda \cdot d\lambda$
intenzita ožarovania	$E, E_r$	W·m <sup>-2</sup>	ožarovanie $E = \int E_\lambda \cdot d\lambda$
emisivita	$\varepsilon$	1	$\varepsilon = \frac{M}{M_0}$
spektrálna emisivita	$\varepsilon(\lambda)$	1	funkcia vlnovej dĺžky
absorptancia	$\alpha$	1	
spektrálna absorptancia	$\alpha(\lambda)$	1	
reflektancia	$\rho$	1	
spektrálna reflektancia	$\rho(\lambda)$	1	
transmitancia	$\tau$	1	
spektrálna transmitancia	$\tau(\lambda)$	1	
spektrálna hustota žiarivého toku	$\varphi_\lambda$	W·m <sup>-3</sup>	



## Dôležité fyzikálne konštanty

Názov	Značka	Číselná hodnota	Poznámka
rýchlosť svetla vo vákuu	$c_0$	$2,997924 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$c_0 \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
permeabilita vákuua	$\mu_0$	$4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$	$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot c_0^2}$
permitivita vákuua	$\epsilon_0$	$8,854187 \cdot 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$	$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 \cdot c_0^2}$
elementárny náboj	$e$	$1,602189 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	
Planckova konštanta	$h$	$6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	
Wienova konštanta	$b$	$2,897790 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$	$b = \lambda_{\text{max}} \cdot T$
Stefan-Boltzmannova konštanta	$\sigma_0$	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$	
1. radiačná konštanta	$c_1$	$3,741832 \cdot 10^{-16} \text{ W}\cdot\text{m}^2$	$\frac{c_1}{2\pi} = h \cdot c_0^2$
2. radiačná konštanta	$c_2$	$1,438786 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{K}$	
gravitačná konštanta	$G$	$6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$	
Boltzmannova konštanta	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$	

## Obsah

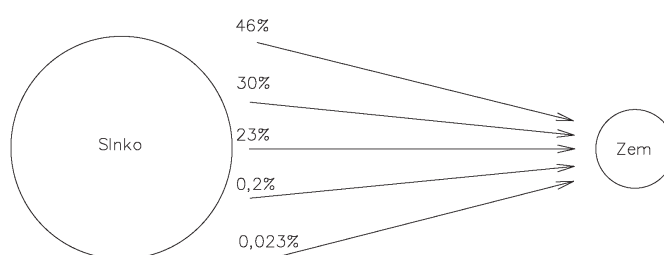
Úvod.....	5
Zoznam vybraných a použitých fyzikálnych veličín, ich značky a jednotky .....	7
Dôležité fyzikálne konštanty.....	10
Obsah .....	11
1 Zdroje, zásoby, formy energie a ich premeny.....	13
1.1 Elektrická energia a jej premeny na koncové formy.....	17
1.2 Rovnice energetickej bilancie meničov elektrickej energie a ich pracovné charakteristiky.....	18
2 Prenos energie, rovnice šírenia energie.....	22
Kľúčové pojmy z termodynamiky .....	22
2.1 Prenos energie a všeobecná rovnica prenosu energie .....	24
2.1.1 Vedenie tepla, rovnice pre prenos tepla vedením .....	30
2.1.2 Prúdenie tepla, rovnice pre prenos tepla prúdením.....	31
2.1.3 Žiarenie energie, rovnice pre prenos energie žiarením .....	33
2.2 Energia elektromagnetického poľa a jej prenos .....	46
2.2.1 Poyntingov žiarivý vektor.....	50
2.2.2 Vlnové rovnice elektromagnetického poľa.....	54
2.2.3 Praktický prenos elektrickej energie zo zdroja do konverzných zariadení .....	56
3 Premena elektrickej energie na svetelnú energiu.....	58
3.1 Optické žiarenie, všeobecná charakteristika .....	58
3.2 Vybrané fotometrické veličiny a ich jednotky .....	60
3.3 Zrakový orgán, oko a jeho spektrálna citlivosť .....	63
3.4 Generovanie svetla v elektrických svetelných zdrojoch .....	65
3.5 Elektrické svetelné zdroje .....	68
3.5.1 Teplotné zdroje svetla .....	68
3.5.2 Výbojové zdroje svetla.....	69
3.5.3 Kvantové generátory svetla, lasery .....	72
3.6 Záver .....	73
4 Premena elektrickej energie na tepelnú energiu.....	74
4.1 Fyzikálne princípy generovania tepla z elektrickej energie.....	76
4.1.1 Generovanie tepla vo vodivých materiáloch (vodivostnými prúdmi).....	76
4.1.2 Generovanie tepla v dielektrických materiáloch.....	78
4.1.3 Generovanie tepla vo feromagnetických materiáloch.....	83
4.1.4 Generovanie tepla v elektrických výbojoch.....	84
4.1.5 Generovanie tepla z kinetickej energie urýchlených elektrónov .....	90
4.1.6 Generovanie tepla pôsobením koherentného žiarenia.....	92
4.2 Kritériá triedenia elektrických ohrevov .....	93
4.3 Odporový ohrev a odporové elektrotepelné zariadenia .....	96
4.3.1 Nepriamy odporový ohrev .....	98
4.3.2 Priamy odporový ohrev.....	100
4.3.3 Výchrevné články odporových pecí a ohrievačov s nepriamym ohrevom .....	104
4.3.4 Prehľad konštrukcií odporových pecí a ohrievačov .....	114
4.4 Indukčný ohrev a indukčné elektrotepelné zariadenia .....	119
4.4.1 Generovanie tepla v indukčných zariadeniach.....	123
4.4.2 Elektrický obvod a náhradné elektrické schémy indukčných zariadení .....	126
4.4.3 Prehľad a použitie indukčných elektrotepelných zariadení .....	130
4.5 Dielektrický ohrev a dielektrické elektrotepelné zariadenia.....	139

4.5.1	Dielektrické ohrievače, pracovné kondenzátory a ich náhradné schémy .....	141
4.5.2	Niektoré aplikácie dielektrického ohrevu .....	145
4.6	Oblúkové elektrotepelné zariadenia .....	147
4.7	Iné elektrické ohrevy a elektrotepelné zariadenia .....	151
5	Premena elektrickej energie na chemickú energiu .....	153
5.1	Elektrolytická disociácia .....	154
5.2	Princípy premeny elektrickej energie na chemickú, elektrolýza .....	155
5.3	Princípy premeny chemickej energie na elektrickú – galvanické články .....	157
5.4	Elektrochemické palivové články .....	158
5.5	Faradayove zákony elektrolýzy .....	159
5.6	Prúdové a napäťové pomery v elektrolýze .....	162
5.7	Elektrolýzy .....	165
5.7.1	Generovanie tepla a teplota elektrolytu .....	167
5.7.2	Elektródy pre elektrolýtické procesy .....	170
5.7.3	Elektrické zdroje pre elektrolýtické procesy .....	173
5.8	Priemyselné využitie elektrolýzy a energetická náročnosť procesov .....	176
6	Premena elektrickej energie na mechanickú energiu .....	179
6.1	Premena energie a energetická bilancia točivých elektrických strojov .....	180
6.2	Princíp asynchrónneho motora .....	183
6.2.1	Straty a účinnosť asynchrónnych motorov .....	186
6.2.2	Točivý moment asynchrónneho motora .....	187
	Použitá a odporúčaná literatúra .....	190

# 1 ZDROJE, ZÁSoby, FORMY ENERGIE A ICH PREMENY

Žijeme na planéte, ktorá, ako každá iná v našej slnečnej sústave, má charakter neizolovanej termodynamickú sústavu. Z termodynamiky vieme, že je to sústava, ktorej hraničná plocha neobmedzuje výmenu energie s okolím. Preto ak chceme bilancovať energetické zdroje na Zemi, prirodzene sa musíme pozrieť aj za jej hranice.

Naším určujúcim zdrojom energie je Slnko, ktorého žiarivý tok smerujúci k Zemi má gigantickú hodnotu, približne  $173 \cdot 10^{15}$  W. Je to časť energie Slnka vyžiarená k Zemi za každú sekundu. Žiaľ ľudstvo, na súčasnej úrovni poznania fyzikálneho sveta, z tohto obrovského množstva energie využíva stále len malú časť. Názorne to dokumentuje aj nasledujúca bilancia a obr. 1.1, [1]:



Obr. 1.1 Bilancia energie Slnka vyžiarenej k Zemi

- 30 % energie Slnka sa odráža hornými vrstvami atmosféry späť do vesmíru vo forme krátkovlnového žiarenia – nevyužitelná energia
- 46 % energie Slnka sa pohlcuje atmosférou, ľadovcami a oceánmi vo forme tepla – potenciálna možnosť využitia tepla oceánov
- okolo 23 % energie Slnka sa spotrebuje v hydrologických procesoch na Zemi odparovaním a zrážkami – využíva sa hydropotenciál vodných tokov
- približne len 0,2 % energie Slnka spôsobuje pohyb vzduchu a vlnenie morí – využíva sa energia vetra
- napokon veľmi malá časť energie Slnka, len 0,023 %, sa absorbuje rastlinstvom (flórou) na procesy fotosyntézy, prostredníctvom ktorej sa vytvorili v minulých geologických epochách obrovské zásoby fosílnych palív (uhlie, lignit, ropa a zemný plyn). Sú to produkty rozkladu organických látok, pod zemským povrchom sa vytvárali v priebehu niekoľkých miliónov rokov. Ľudstvo ich účelovo spotrebováva približne 200 až 250 rokov. Pri súčasnej intenzite spotreby a s určitou dávkou optimizmu, ich zásoby sa odhadujú na ďalších 200 až 400 rokov (podľa jednotlivých nosičov). Sú to vyčerpatelné zdroje energie.

Okrem využiteľných zložiek žiarivej energie Slnka, k energetickému potenciálu na našej planéte ešte treba pripočítať:

- gravitačné sily Mesiaca, generujúce energiu prílivu a odlivu morí. Je to mechanická energia s reálnou možnosťou využívania
- jadrovú energiu Zeme, ktorej nosičom sú štiepne (rádioaktívne) materiály nahromadené pod zemským povrchom
- geotermálnu energiu Zeme, ktorá je produktom dlhodobých procesov pod zemským povrchom

- energiu morských prúdov, ako produkt otáčania Zeme okolo vlastnej osi

Všetky využiteľné zložky energie Slnka, Mesiaca a Zeme (s ohľadom na súčasne technické prostriedky, ktoré má ľudstvo k dispozícii), nazývame **primárne, resp. prvotné formy energie**. V energetickom reťazci sú vhodné na ďalšie premeny, teda aj na produkciu elektrickej energie. V tabuľke 1.1 ich uvádzame podľa fyzikálneho kritéria.

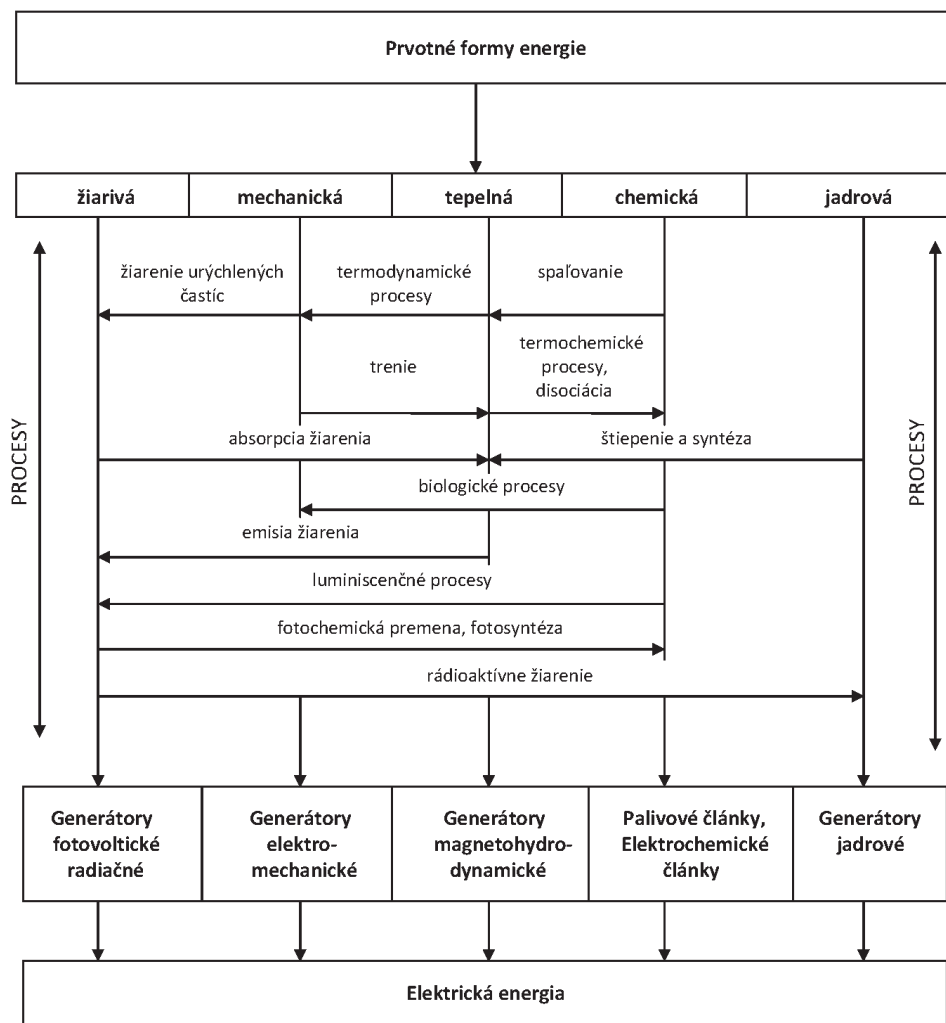
Tab. 1.1 Prvotné formy energie, ich pôvod a nosiče energie

Prvotná forma energie	Pôvod (zdroj)	Nosič energie
Žiarivá energia Slnka	Jadrové procesy na Slnku	elektromagnetické žiarenie
Mechanická energia	energia vodných tokov, energia vetra, energia morských prúdov, energia prílivu a odlivu	vodné toky, vietor, morské prúdy, príliv a odliv
Tepelná energia	geotermálne procesy, teplo oceánov	voda
Chemická energia	energia fosílnych palív	uhlie, lignit, ropa, zemný plyn
Jadrová energia	energia štiepných materiálov	štiepne (rádioaktívne) materiály

**Poznámka:** V príručke uprednostňujeme termíny forma energie a nosič energie miesto termínu zdroj energie. Považujeme ich sa adresnejšie a terminologicky vhodnejšie. Napr. uhlie je nosičom chemickej formy energie, urán je nosičom jadrovej energie, elektromagnetické pole je nosičom elektromagnetickej, resp. menej dôsledne elektrickej energie

Vzájomne premeny medzi prvotnými formami energie a premeny vedúce k produkcii elektrickej energie ilustruje obr. 1.2

Predmetné premeny jednej formy na inú formu energie sa uskutočňujú podľa fyzikálno-chemických zákonitostí a vždy prostredníctvom zariadení, ktoré všeobecne nazývame **konverzné** alebo jednoducho **meniče energie**. Konverzné procesy, resp. meniče energie sú v zásade dvojaké. Samovoľné či prirodzené alebo vynútené, t.j. umelé. Príkladom prirodzeného meniča je živý organizmus, v ktorom samovoľným biologickým procesom sa mení chemická energia na mechanickú formu. Nosičom chemickej energie je prijímaná potrava. Umelým meničom je napr. jadrový reaktor, v ktorom sa vynúteným procesom mení jadrová forma energie na tepelnú. Umelým meničom je tiež kotol, turbína a elektrický generátor v tepelnej elektrárni, jednoduchá žiarovka v stolnej lampe či akumulátor v automobile.

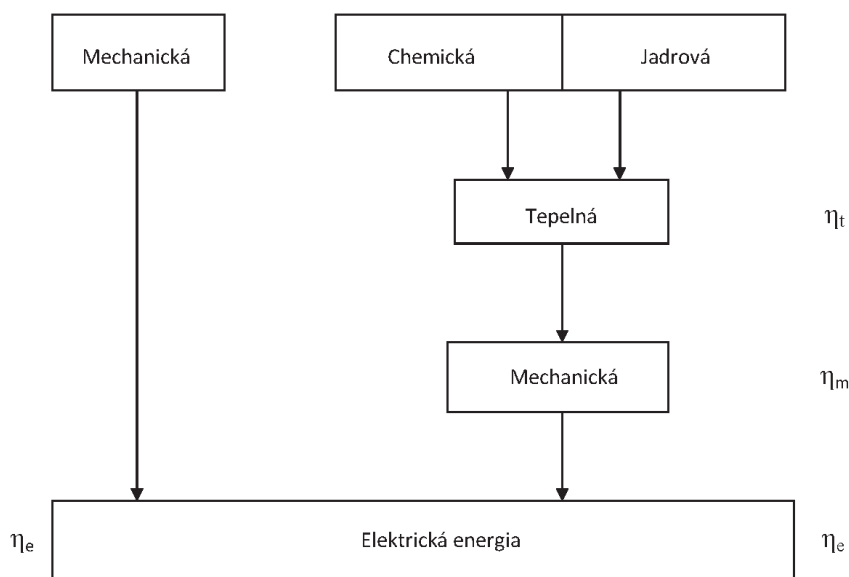


Obr. 1.2 Premeny prvotných foriem energie a výroba elektrickej energie [1]

V súvislosti s výrobou elektrickej energie, na obr. 1.2 si treba všimnúť ešte jednu dôležitú skutočnosť. Premeny prvotných foriem na elektrickú energiu sa dajú principiálne uskutočniť dvojako:

- **jednostupňovou konverziou**, t.j. priamou premenou z prvotnej formy energie. V existujúcich výrobniciach taká premena prináleží napr. hydroelektrárňam a veterným elektrárňam, v oboch sa získava elektrická energia priamo z mechanickej energie vodných tokov alebo vetra. Ostatné, teoreticky zvládnuteľné jednostupňové premeny, z rôznych technických a ekonomických dôvodov doteraz málo prispievajú do celkového objemu vyprodukovanej elektrickej energie. V ostatných rokoch najväčší pokrok sa zaznamenal v oblasti fotovoltiky.
- **viacstupňovou konverziou**, t.j. nepriamou viacnásobnou premenou. Príkladom je klasická tepelná elektráreň, v ktorej sa postupne chemická energia fosílného paliva mení spaľovaním na tepelnú, táto termodynamickými procesmi na mechanickej a z tejto sa v elektrickom generátore produkuje elektrická energia. Podobne je to v súčasných jadrových elektrárňach.

Obe premeny sú kvalitatívne odlišné, viacstupňová konverzia je zákonite energeticky náročnejšia, čo názorne dokumentuje aj bloková schéma na obr. 1.3



Obr. 1.3 Bloková schéma jedno a trojstupňovej výroby elektrickej energie

Schéma ilustruje používané technológie výroby elektrickej energie vo vodných, tepelných a jadrových elektrárňach. Ak v nej budeme predpokladať ideálne podmienky, t.j. vylúčime pomocné zariadenia upravujúce toky jednotlivých foriem energie, výsledná energetická účinnosť  $\eta_{en}$  porovnávaných technológií je teoreticky rôzna:

- pri jednostupňovej výrobe ju určuje účinnosť len jedného konverzného systému – elektrického generátora  $\eta_e$ , t.j.

$$\eta_{en,1} = \eta_e \quad (1.1)$$

- pri trojstupňovej premene, napr. v tepelnej elektrárni, jej celkovú energetickú účinnosť určujú účinnosti troch konverzných systémov, postupne:
  - chemicko-tepelný menič (kotel) s účinnosťou  $\eta_t$ ,
  - tepelno-mechanický menič (turbína) s účinnosťou  $\eta_m$ ,
  - mechanicko-elektrický menič (generátor) s účinnosťou  $\eta_e$ .

Teda výsledná energetická účinnosť je

$$\eta_{en,3} = \eta_t \cdot \eta_m \cdot \eta_e < \eta_{en,1} \quad (1.2)$$

nakoľko každý reálny konverzný systém pracuje vždy s účinnosťou  $\eta < 1$ .

Z nerovnosti  $\eta_{en,3} < \eta_{en,1}$  vyplýva súčasné úsilie energetiky pre technicky a ekonomicky prijateľné zvládnutie všetkých jednostupňových technológií výroby elektrickej energie, naznačených na obr. 1.2.

## 1.1 Elektrická energia a jej premeny na koncové formy

Ako už vieme z úvodu, koncovými formami energie v energetickom reťazci nazývame tie, ktoré sa bezprostredne a nevratne spotrebujú rôznou činnosťou človeka, resp. slúžia k dotváraniu jeho prostredia a vytváraniu životnej pohody. Podobne ako pri výrobe elektrickej energie z primárnych foriem, aj jej spotreba prostredníctvom koncových foriem sa uskutočňuje v rôznych, viac alebo menej zložitých meničoch energie. Sú to napr. jednoduchá žiarovka produkujúca svetlo, žehlička, elektrický kotol, mikrovlnová rúra, v ktorých sa produkuje teplo, rôzne druhy elektromotorov, na hriadeli s mechanickou energiou, tiež zložitý elektrolyzér s premenou elektrickej energie na chemickú formu. Meničmi energie sú tiež reproduktor, televízor, počítač a iné moderné informačné i telekomunikačné systémy. Rôzne meniče pracujú s rôznou energetickou náročnosťou, teda rôzne zaťažujú elektrizačnú sústavu.

Tiež už vieme, že koncové formy energie, s ohľadom na neskladovateľnosť elektrickej energie, majú ešte jeden dôležitý význam. Zabezpečujú stabilnú prevádzku elektrizačných sústav, t. j. sústavnú vyváženosť medzi výrobou a spotrebou elektrickej energie. Aj z tohto pohľadu za rozhodujúce koncové formy sa považujú mechanická, tepelná, svetelná a chemická energia. Ich podiely na spotrebe elektrickej energie sú najvyššie, ich vývoj v priemyselne najvyspelejších krajinách sveta, za obdobie približne sto rokov, dokumentuje nasledujúca tabuľka 1.2.

Tab. 1.2 Podiely koncových foriem na spotrebe elektrickej energie [2]

Koncová forma energie [%]	Začiatok 20. storočia	50-te až 60-te roky 20. storočia	70-te až 90-te roky 20. storočia	Začiatok 21. storočia
Chemická	?	8	do 10	viac ako 10
Mechanická	70 – 80	55 – 65	45 – 50	35 – 40
El. svetlo	5	8 – 10	5 – 6	3 – 5
Elektrické teplo	10 – 15	20 – 25	30 – 35	45 – 50
Spolu	100	100	100	100

\* Údaje v tab. 1.2 sú približným odhadom, spracovaným z viacerých prameňov

Aj keď jednotlivé podiely sú len približným odhadom, umožňujú urobiť niekoľko záverov.

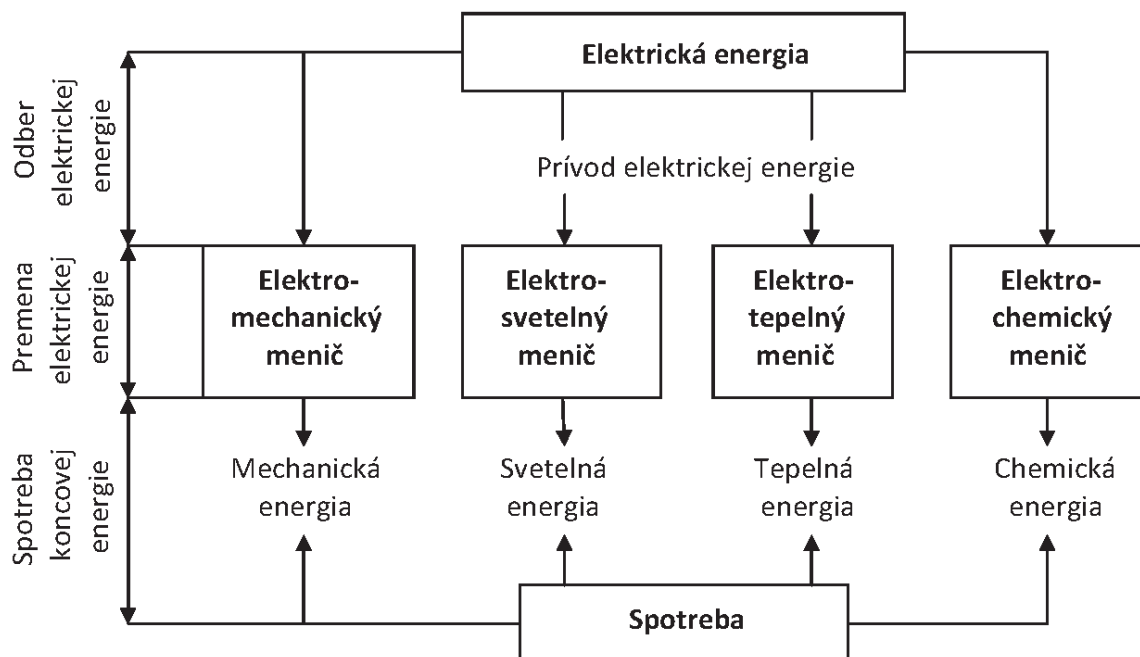
1. Dominujúcimi koncovými formami s najvyššou spotrebou elektrickej energie je mechanická energia a elektrické teplo (tepelná energia vyrobená z elektrickej). Ich vzájomné relácie v priebehu jedného storočia sa však podstatne zmenili. Ak na začiatku 20. storočia sa elektrická energia spotrebovala predovšetkým mechanickou formou, na začiatku 21. storočia dominuje spotreba elektrickej energie formou elektrického tepla. Dôvody treba hľadať vo zvyšovaní účinnosti elektromechanickej premeny a prudkého rozvoja elektrotepelnej techniky na prelome 20. a 21. storočia.
2. Jednotlivé podiely tiež nepriamo vyjadrujú energetickú náročnosť zodpovedajúcich premien. Táto bezprostredne súvisí s ich fyzikálnym princípom, inými slovami, s teoretickou spotrebou elektrickej energie (bez strát), zužitkovanou v koncovej forme. Uvedieme klasický príklad zo stredoškolskej fyziky. Na zdvih bremena s hmotnosťou 100 kg do výšky 10 m, napr. elektromotorom, sa teoreticky, t.j. bez strát, spotrebuje 9,81 kJ práce ( $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ). Ak to isté bremeno, napr. oceľ pri



20°C potrebujeme ohriať len o 10°C, napr. v elektrickej peci, spotrebuje sa pritom 477 kJ elektrickej práce (znovu bez strát,  $c = 477 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ). Ak oceľ vymeníme za vodu, pri ostatných rovnakých parametroch sa spotrebuje až 4186 kJ ( $c = 4186 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ). Teda pri premene elektrickej energie na teplo sa spotrebuje podstatne viac elektrickej práce ako pri jej premene na mechanickú (presne potenciálnu) energiu bremena rovnakej hmotnosti. Čo je príčinou? Pretože pri oboch premenách sme neuvažovali aktuálne straty, rozdiely jednoznačne spôsobuje fyzikálny princíp premen, ktorý sa reflektuje v jednotlivých fyzikálnych konštantách – gravitačnom zrýchlení pri zdvihu a hmotnostnej tepelnej kapacite pri ohreve. Pretože tieto sú nemenné, nemenná zostáva aj teoretická energetická náročnosť premen. Nedá sa ovplyvniť ani konštrukciou, ani prevádzkou jednotlivých meničov energie. Aj to je dôvod, prečo podiel elektrického tepla na spotrebe elektrickej energie v tab. 1.2 je vysoký.

## 1.2 Rovnice energetickej bilancie meničov elektrickej energie a ich pracovné charakteristiky

Ak sa obmedzíme na predmetné štyri koncové formy energie, potom ich generovanie z elektrickej energie a konečná spotreba zodpovedajú jednoduchšej blokovej schéme na obr. 1.4.



Obr. 1.4 Bloková schéma premeny elektrickej energie na koncové formy

Principiálne pri všetkých znázornených premenách ku konečnej spotrebe koncových foriem sa dostávame niekoľkými krokmi, s postupnosťou:

- **prívodom elektrickej energie** zo zdroja do meniča. Zdroj má príkon  $P_p$ , prívod energie je sprevádzaný elektrickými stratami  $\Delta P_e$ . Na vstupe do meniča máme k dispozícii užitočný elektrický výkon  $P_{už,e} = P_p - \Delta P_e$ .

- **premenou elektrickej energie** v meniči na koncovú formu. Realizuje sa s teoretickou energetickou náročnosťou, zodpovedajúcou fyzikálnemu princípu premeny. Na výstupe meniča máme k dispozícii výkon  $P_{\text{sek}} = P_{\text{už,e}}$ .
- **spotrebou koncovej formy energie** s výkonom  $P_{\text{sek}}$ , ktorá je sprevádzaná sekundárnymi stratami  $\Delta P_{\text{sek}}$ . Sú to napr. tepelné straty v elektro-tepelnom meniči, mechanické straty v elektromechanickom a pod. Pre konečnú spotrebu máme teda k dispozícii užitočný sekundárny výkon  $P_{\text{sek,už}} = P_{\text{sek}} - \Delta P_{\text{sek}}$ .

Z uvedeného zároveň vyplýva, že skutočná náročnosť premeny (produkcia a spotreba koncovej formy energie), je s ohľadom na prítomné straty vždy vyššia ako jej teoretická hodnota. Skutočná hodnota je premenná a sumárne závisí:

- od veľkosti teoretickej hodnoty, vyjadrenej výkonom  $P_{\text{sek}} = P_{\text{už,e}}$
- od veľkosti elektrických strát  $\Delta P_e$ , ktoré určujú elektrickú účinnosť konkrétneho meniča

$$\eta_e = \frac{P_{\text{už,e}}}{P_p} = \frac{P_p - \Delta P_e}{P_p} = \frac{P_{\text{sek}}}{P_p} \quad (1.3)$$

- od veľkosti sekundárnych strát, ktoré určujú zase sekundárnu účinnosť meniča (napr. tepelnú, mechanickú, ...)

$$\eta_{\text{sek}} = \frac{P_{\text{sek,už}}}{P_{\text{sek}}} = \frac{P_{\text{sek}} - \Delta P_{\text{sek}}}{P_{\text{sek}}} = \frac{P_{\text{už,e}} - \Delta P_{\text{sek}}}{P_{\text{už,e}}} \quad (1.4)$$

Proces prívodu elektrickej energie do meniča, jej premenu na koncovú formu vrátane jej konečnú spotrebu, vyjadruje **celková t.j. energetická účinnosť** meniča (motora, variča, žiarovky, ...)

$$\eta_c = \eta_{\text{en}} = \eta_e \cdot \eta_{\text{sek}} = \frac{P_{\text{sek,už}}}{P_p} \quad (1.5)$$

Tejto zodpovedá rovnica energetickej bilancie procesu premeny

$$P_p = P_{\text{už,e}} + \Delta P_e = P_{\text{sek,už}} + \Delta P_{\text{sek}} + \Delta P_e = P_{\text{sek,už}} + \Delta P_c \quad (1.6)$$

v ktorej  $\Delta P_c$  sú celkové (energetické) straty pri premene. V ich znižovaní spočíva **všeobecný princíp racionalizácie spotreby elektrickej energie**.

Vymenované premeny elektrickej energie na koncové formy majú jednu spoločnú vlastnosť, vždy sú spojené s produkciou tepla. Ak sa teplo produkuje nezámerne, napr. pri elektro-mechanickej, či elektro-svetelnej konverzii ako sprievodný fyzikálny jav, je to **stratové teplo**. Môže mať rozdielny charakter podľa príčiny generovania. Ak sa generuje napr. v súlade s Jouleovým zákonom, potom ho označujeme ako elektrické (Jouleové) straty. V elektrickom točivom stroji vzniká teplo na trecích plochách, množstvo tohto tepla vyjadrujeme mechanickými stratami.

Ak sa teplo produkuje účelovo, je to **užitočné teplo** (elektro-tepelná konverzia). Podľa fyzikálnych javov, spojených so zámernou i nezámernou produkciou tepla z elektrickej energie, je možné tepelné procesy rozdeliť do troch skupín:

- **procesy generujúce teplo** – produkcia tepla sa uskutočňuje spotrebovanou elektrickou energiou v konverznom systéme,
- **procesy termodynamické** – spočívajú v zmenách termodynamických parametrov stavu sústavy ( $p, V, T$ ), na ktoré sa viažu úbytky, resp. prírastky vnútornej energie tejto sústavy,
- **procesy termokinetické** – sú to procesy prenosu tepla (vedenie, prúdenie, sálanie), uskutočňované vždy v smere teplotného spádu (záporného gradientu teploty), buď vo vnútri sústavy, alebo na jej hranici s okolím.

Procesy pri ktorých sa generuje teplo nemajú rovnakú fyzikálnu podstatu. Existuje niekoľko spôsobov generovania tepla z elektrickej energie, konkrétny spôsob závisí od fyzikálnych vlastností a fázového stavu prostredia, tiež od parametrov konvertovanej elektrickej energie.

Mierou intenzity produkcie tepla je generovaný tepelný výkon  $P_g$  (tiež ohrievací výkon)

$$P_g = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{W}] \quad (1.7)$$

kde  $dQ$  je generované množstvo tepla za čas  $dt$ . Priestorové rozloženie tepelného výkonu v objeme  $V$  konverzného systému zohľadňuje objemová hustota tepelného výkonu

$$p_{V,g} = \frac{dP_g}{dV} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (1.8)$$

Jej stredná hodnota je merný objemový výkon

$$\bar{p}_{V,g} = \frac{P_g}{V} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (1.9)$$

Tepelnými procesmi sa nebudeme podrobnejšie zaoberať, v prípade potreby v ďalšom texte využijeme poznatky z fyziky.

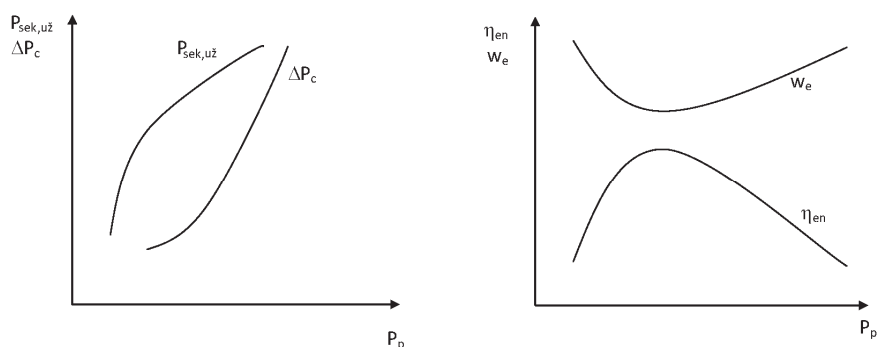
Technická úroveň, spoľahlivosť a prevádzkový režim konverzných systémov sa vyjadrujú pracovnými charakteristikami. Slúžia na vzájomné porovnávanie kvality konštrukcie a vedenia prevádzky analogických zariadení, prostredníctvom závislosti rôznych výstupných parametrov od zvolenej nezávislej premennej. Môže ňou byť napr. prúd, napätie na vstupe meniča, dodávaný príkon a pod. Výstupnými parametrami sú tie, ktoré jednoznačne popisujú prevádzku jednotlivých meničov. Napr. oteplenie alebo rýchlosť ohrevu pri elektro-tepelnej premene, svietivosť pri elektro-svetelnej a pod. Významnými veličinami hodnotiacimi ktorýkoľvek menič je účinnosť (energetická, elektrická, svetelná, ...), merná spotreba elektrickej energie a ďalšie.

S ohľadom na jednoduchosť merania elektrických veličín, spravidla za nezávislú premennú v pracovných charakteristikách sa volí privádzaný príkon do jednotlivého meniča  $P_p$ . Medzi pracovné charakteristiky patria napr.

- **energetická** – vyjadruje priebeh koncového užitočného výkonu  $P_{\text{sek,už}} = f(P_p)$
- **celkových strát** – t.j. funkciu  $\Delta P_c = f(P_p)$
- **účinnosti** –  $\eta = f(P_p)$
- **mernej spotreby elektrickej energie**, vyjadrovanou veľkosťou energie dodávanej do systému, potrebnej k vytvoreniu jednotky koncovej energie

$$w_e = \frac{dW_p}{dW_{\text{sek,už}}} = \frac{P_p}{P_{\text{sek,už}}} = \frac{1}{\eta_{\text{en}}} \quad (1.10)$$

Príklady pracovných charakteristík sú znázornené na obr. 1.5



Obr. 1.5 Príklady pracovných charakteristík konverzných systémov

S niektorými dôležitými pracovnými charakteristikami sa oboznámime pri jednotlivých premenách.

## 2 PRENOS ENERGIE, ROVNICE ŠÍRENIA ENERGIE

### Kľúčové pojmy z termodynamiky

- **termodynamická sústava** – ďalej TD sústava, je kontrolnou plochou uzavretá oblasť prostredia s istým množstvom hmotného média (látky), v ktorom prebiehajú termodynamické deje. Mimo TD sústavy sa nachádza okolie. Podľa interakcie TD sústavy s okolím a počtu fáz látky v nej, poznáme nasledujúce sústavy:
  - uzavreté – kontrolná plocha neumožňuje výmenu látky s okolím
  - otvorené – kontrolná plocha neobmedzuje výmenu látky s okolím
  - čiastočne otvorené (uzavreté) – len na niektorých častiach plochy sa uskutočňuje výmena látky s okolím
  - izolované – kontrolná plocha neumožňuje výmenu energie s okolím
  - neizolované – kontrolná plocha neobmedzuje výmenu energie s okolím
  - čiastočne neizolované (izolované) – kontrolná plocha je neizolovaná len pre niektoré formy energie, pre ostatné je izolovaná
  - homogénne – TD sústavy s jednou skupenskou fázou
  - heterogénne – TD sústavy s viacerými fázami
- **termodynamický dej (TD dej)** – je postupnosť stavov sústavy, pri ktorých sa termodynamické premenné menia v priestore a čase. Vyjadruje zmeny, ku ktorým dochádza v sústave alebo na jej hranici s okolím. TD deje bývajú vratné (reverzibilné) a nevratné (ireverzibilné). Skutočné TD deje sú nevratné, vratné sú idealizované deje.
- **termodynamické premenné** – sú vhodne volené veličiny (funkcie), ktorými sa vyjadrujú vlastnosti TD sústavy a jej interakcia s okolím. TD premenné sú:
  - stavové (vnútorné) – sú závislé len od stavu sústavy, ktorý zároveň definujú (teplota, energia, ...)
  - vonkajšie – premenné určujúce interakciu sústavy s okolím (napr. vonkajšie sily pôsobiace na sústavu)
  - extenzívne – sú to premenné závislé od hmotnosti sústavy, vyjadrujú množstvo. Sú to aditívne veličiny, napr. energia, teplo
  - intenzívne – premenné nezávislé od hmotnosti sústavy, vyjadrujú intenzitu, napr. teplota, účinnosť (nedajú sa spočítavať)
- **termodynamická rovnováha** – je stav sústavy, v ktorom TD premenné nezávisia ani od miesta v sústave, ani od času. S ohľadom na sústavné mikrofyzikálne (mikroskopické) zmeny v sústave, zapríčinené pohybom jednotlivých častíc, sú TD premenné vždy istými priemernými hodnotami v jej objeme a čase, ktoré sa nastavujú tak, že stav TD rovnováhy býva stavom najpravdepodobnejším. Tento stav nastáva po určitom čase v každej sústave, ktorá je uzavretá a zároveň izolovaná. Vyjadruje rovnováhu tepelnú, chemickú, mechanickú a ďalšie (stav úplnej TD rovnováhy). Prakticky sú zaujímavé TD deje, pri ktorých dochádza k zmenám premenných. Potom stav rovnováhy je medzným stavom, ku ktorému sa sústava vždy blíži.
- **energia** – je stavová a extenzívna TD premenná, ktorou sa vyjadruje schopnosť sústavy konať prácu. Fyzikálne treba rozlišovať vonkajšiu a vnútornú energiu.

**Vonkajšia energia** sa vzťahuje na pohyb a polohu sústavy v poli vonkajších síl (napr. v gravitačnom, elektromagnetickom, ...). Je teda súčtom kinetickej energie sústavy, vyjadrenej jej makrofyzikálnym (makroskopickým) pohybom a polohovej (potenciálnej) energie, vyjadrenej polohou sústavy v konkrétnom poli vonkajších síl. **Vnútoraná energia** súvisí s mikrofyzikálnymi pohybmi v sústave a jej „vnútorným“ stavom (chemické väzby, elektromagnetické interakcie medzi časticami ...). Vnútoraná energia sústavy sa rovná celkovej energii, ktorá sa sústave musí dodať, aby táto prešla zo základného stavu (ľubovoľne zvoleného) do stavu nového (napr. požadovaného). Je najdôležitejšou termodynamickou stavovou veličinou (funkciou). Vnútoranú energiu viazanú na neusporiadaný pohyb v sústave nazývame tiež tepelnou energiou, ktorá touto vlastnosťou sa líši od energie viazanej na usmernené pohyby (sily).

- **teplo** – je TD premenná, ktorou sa vyjadruje prírastok alebo úbytok vnútornej energie sústavy, ak táto nevykonáva prácu alebo v nej neprebiehajú chemické reakcie a fázové premeny. Je to teda časť vnútornej energie sústavy, ktorú si môže vymieňať s okolím prostredníctvom mikrofyzikálnej interakcie. Teplo ako forma prenosu energie je vyjadrením pôsobenia mikroskopických neusmernených síl, nie je stavovou veličinou, pretože závisí aj od spôsobu tejto interakcie sústavy s okolím. Prísne z fyzikálneho hľadiska teplo je kvantitatívnu mierou zmeny vnútornej energie, nie je teda formou energie. V technických aplikáciách sa však tejto nepresnosti vedome dopúšťame a teplo považujeme za formu energie.
- **práca** – je rovnako formou prenosu energie a jednou z foriem, akou je TD sústava v interakcii s okolím. Rozdielne od tepla, práca súvisí s pôsobením makroskopických usmernených síl (napr. tlaku). Rovnako ako teplo nezávisí len od stavu sústavy, ale aj od spôsobu interakcie s okolím, nie je preto stavovou veličinou.
- **termodynamická teplota** – je stavová a intenzívna TD premenná, ktorou sa vyjadruje tepelný stav sústavy. Teplota je mierou celkovej vnútornej energie sústavy, odráža intenzitu mikrofyzikálneho pohybu prostredníctvom strednej energie pohybujúcich sa častíc. Je to kvalitatívna veličina, ktorá sa dá objektívne zistiť (zmerať) prostredníctvom zmien niektorých iných fyzikálnych vlastností sústavy (elektrický odpor, objem, tlak, ...). Neizolované TD sústavy, ktoré sú vo vzájomnej interakcii a zároveň v TD rovnováhe, majú rovnakú teplotu. Je to **nultý zákon termodynamiky** (nultá veta).
- **1. termodynamická veta** – vyjadruje všeobecný princíp zachovania energie v TD sústavách. Ak ho budeme aplikovať na sústavu uzavretú a neizolovanú, resp. čiastočne izolovanú, potom jej vnútoranú energiu  $U$  sa dá meniť dvoma spôsobmi:
  - makrofyzikálnou interakciou, pri ktorej sústava alebo jej okolie koná prácu  $A$ , napr. využitím tlaku
  - mikrofyzikálnou interakciou, teda výmenou tepla  $Q$ . Rovnica energetickej bilancie sústavy je
 
$$dU = dQ + dA \quad [\text{J}] \quad (2.1)$$
 ktorú môžeme prečítať rovnako dvoma spôsobmi
    - prírastok vnútornej energie sústavy je výsledkom prijatého tepla a prijatej práce z okolia, alebo úbytok vnútornej energie sústavy je spôsobený

*prenosom tepla zo sústavy do okolia a vykonaním práce sústavy. Odvedené teplo a vykonaná práca zvyšujú energiu okolia.*

Rovnica (2.1) je matematickým vyjadrením 1. termodynamickej vety. V oboch smeroch výmeny energie sa súčet tepla a práce vždy rovná kvantitatívnej zmene vnútornej energie. Nezávisí od spôsobu vykonania tejto zmeny, len od začiatočného a konečného stavu v sústave. Preto je úplným diferenciálom funkcie stavu sústavy. Pretože teplo a práca (spotrebované, či vyprodukované) sú závislé aj od spôsobu zmeny, nie sú úplnými diferenciálmi funkcie stavu (môžeme ich integrovať len po známej integračnej krivke). I z tohto rozdielu vyplýva, že v záujme dodržiavania jednoznačnosti pojmov treba rozlišovať vnútornú energiu ako formu energie, od tepla a práce ako foriem prenosu energie do alebo zo sústavy. Existujú aj iné formulácie 1. termodynamickej vety. [3]

Zložitosti mikrofyzikálnych interakcií, spôsobujúcich prenos tepla neumožňujú vypočítať príspevok  $dQ$  priamo a jednoducho tak, ako príspevok práce  $dA$ . Z tohto dôvodu sa do termodynamiky účelovo zaviedla ďalšia veličina (fenomenologická), ktorá sa nazýva **tepelná kapacita**. Je to podiel sústave dodaného tepla  $dQ$  a prírastku teploty  $dT$ , ktorý tým vznikol

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad [\text{J} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (2.2)$$

a číselne udáva množstvo tepla potrebné na ohriatie sústavy (látky) o 1 K. Podiel tepelnej kapacity ohrievanej látky a jej hmotnosti je **hmotnostná tepelná kapacita**

$$c = \frac{C}{m} = \frac{dQ}{m \cdot dT} \quad [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (2.3)$$

- **2. termodynamická veta** – alebo tiež zákon rastu entropie odstraňuje nedostatok 1. vety, ktorá má len kvantitatívny obsah. Vyjadruje len energetickú bilanciu TD sústavy, bez určenia smeru – prirodzenej zmeny, vedúcej k dosiahnutiu TD rovnováhy ako jediného deja, ktorý môže prebiehať samovoľne. Túto prirodzenú zmenu stanovuje 2. veta termodynamiky, ktorá má tiež niekoľko ekvivalentných formulácií. Napr.
  1. Pri styku dvoch prostredí s rôznou teplotou teplo prechádza samovoľne vždy len z teplejšieho prostredia do chladnejšieho. Obrátený vynútený proces sa dá uskutočniť len vonkajšími silami – privedením práce do chladnejšieho prostredia (Clausiova formulácia)
  2. Nedá sa zostrojiť trvale pracujúci tepelný stroj, ktorý by len odoberal teplo zo zásobníka a menil ho na prácu (Planckova formulácia).
  3. Všetky formy energie sa dajú bez obmedzenia meniť na teplo, ale meniť teplo na ostatné formy sa dá len s určitými obmedzeniami (Schmidtova formulácia). Napr. teplo nie je možné premeniť na prácu bez zvyšku.

Najmä z ostatnej formulácie 2. vety vyplýva obmedzenie platnosti 1. vety, v súvislosti s tvrdením o vzájomnej ekvivalencii tepla a práce. K zopakovaniu základov termodynamiky odporúčame viaceré lit. pramene, napr. [4] a [5].

## 2.1 Prenos energie a všeobecná rovnica prenosu energie

Každý fyzikálny dej prebiehajúci v priestore a čase je charakteristický tým, že je vždy istým spôsobom viazaný na prenosové procesy. Sú to napr. procesy prenosu hmotnosti,

hybnosti, energie, či impulzov, ktoré sa môžu uskutočňovať jednotlivo, alebo sa navzájom podmieňujú. V aplikáciách energetických premien je významný najmä prenos energie, ktorý sa v aktuálnom prostredí uskutočňuje podľa všeobecného princípu šírenia energie, teda z miesta s väčšou hustotou energie smerom k menšej hustote.

Hustota energie je množstvo energie  $W$  prislúchajúce jednotke objemu prostredia, teda

$$w = \frac{dW}{dV} \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.4)$$

Intenzitu prenosu vyjadruje tok energie prostredím (výkon)

$$\Phi = P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad [\text{W}] \quad (2.5)$$

alebo veľkosť hustoty tohto toku

$$\phi = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi}{\Delta S} = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dW}{dS \cdot dt} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.6)$$

Hustota toku energie je vektorová veličina a vyjadruje rýchlosť prenosu energie cez plochu  $1 \text{ m}^2$ . Veľkosť tokov energie býva veľmi rozdielna, rádovo sa pohybuje od hodnôt okolo  $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , čomu zodpovedá napr. výmena tepla medzi živými organizmami a okolím, až do hodnôt  $10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , čo sú hustoty tokov typické pre jadrovú energetiku [6]. Fyzikálne si vieme predstaviť, že prenos energie prostredím sa realizuje prostredníctvom istých nosičov. Sú to častice, ktoré sa do prostredia dostanú buď z okolia, alebo častice vlastného prostredia, ktoré disponujú väčšou energiou, akú majú častice v ich bezprostrednej blízkosti. Preto aj druh, rýchlosť a spôsob premiestňovania nosičov bývajú rôzne a sú závislé najmä od charakteru prostredia, v ktorom sa pohybujú. Môžu nimi byť elementárne častice ako molekuly, atómy, ióny, elektróny, ktoré sa v mikroštruktúre látky pohybujú pôsobením rôznych vnútorných síl, nosičmi energie sú tiež drobné čiastočky sypkých materiálov, víriace častice pri turbulentnom prúde tekutín a pod. Nosičmi energie sú však aj elektromagnetické vlny žiarenia, ktoré v súlade s kvantovou teóriou prenášajú energiu prostredníctvom kvánt, či fotónov, t.j. elementárnych častíc s nulovou pokojovou hmotnosťou. Rýchlosť nosičov je tiež rôzna, pohybuje sa v hraniciach od  $10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  až po rýchlosť svetla  $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Pre konkrétny spôsob prenosu energie je dôležitý spôsob premiestňovania nosičov (ich pohyb v prostredí). Je dvojaký a menovite závisí od koncentrácie látkových častíc v prostredí.

Ak sa prostredie vyznačuje vysokou koncentráciou častíc, ktorá je typická najmä pre pevnú a kvapalnú skupenskú fázu, potom pohybujúce sa nosiče v protismere gradientu hustoty energie sú v neustálom kontakte s ostatnými časticami látkového prostredia. Túto permanentnú interakciu nazývame *difúziou* a zodpovedajúci spôsob premiestňovania nosičov je difúzny (prenos elektrónov v kovoch, molekúl a atómov v parách, ale aj prenos fotónov v opticky málo priepustných prostrediach ...).

Kvalitatívne iný spôsob premiestňovania nosičov energie sa uskutočňuje v prostrediach s malou koncentráciou častíc. Interakcia nosičov s časticami prostredia je preto zriedkavá, prenos energie má iný charakter. V takých prostrediach sa premiestňovanie nosičov nazýva *žiarením* a uskutočňuje sa napr. prostredníctvom svetla, prúdmi elementárnych častíc v plynách, alebo všeobecnejšie fotónmi v opticky dobre priepustných prostrediach.

Spôsob prenosu energie sa odvodzuje od spôsobu premiestňovania jej nosičov. Je teda v zásade rovnako dvojaký, difúziou a žiarením. Pri difúznom prenose nosiče energie



ostatným časticiam tuhého prostredia odovzdávajú energiu prostredníctvom permanentných zrážok. Pretože gradient hustoty energie v tuhom prostredí je malý, prenos energie „čistou“ difúziou je pomalý. V pohyblivých prostrediach (prúdiacich tekutinách) k difúznej zložke premiestňovania nosičov prispieva aj prenos energie hmotnosti prostredia. Prenosu hmotnosti zodpovedajúci prenos energie je konvekčný, celkový prenos energie v prúdiacich tekutinách je difúzne-konvekčný. Je intenzívnejší ako difúzny a závisí najmä od rýchlosti prúdenia tekutín. Pri veľkých rýchlostiach difúzna zložka sa stáva zanedbateľnou, prenos energie sa uskutočňuje „čistou“ konvekciou. Vysokým rýchlostiam premiestňovania nosičov žiarením zodpovedá veľmi intenzívny prenos energie žiarením.

Všeobecne vo všetkých uvedených prípadoch intenzitu prenosu energie určuje rozloženie (objemovej) hustoty energie v prostredí, resp. na jeho hranici. Preto pre akýkoľvek prenos energie je táto veličina určujúca – charakteristická. Ak predmetné prostredie (TD sústava) sa ale nachádza v stave TD rovnováhy, alebo sa k takému stavu blíži, rozloženie hustoty energie v prostredí sa dá vyjadriť zodpovedajúcou teplotou v každom bode prostredia. Prenos energie v stavoch blízkych TD rovnováhe prostredia, t.j. jednoznačne definovaných teplotou, má charakter prenosu formou tepla a preto sa nazýva **prenos tepla prostredím**. Analogicky, k uvedeným spôsobom prenosu energie, existujú tri fyzikálne viac alebo menej odlišné spôsoby prenosu tepla:

- **vedenie tepla** (kondukcia) – v tuhých prostrediach
- **prúdenie tepla** (konvekcia) – v tekutých prostrediach
- **sálanie tepla** (tepelné žiarenie, radiácia) – vo vákuu a opticky dobre priezračných prostrediach. Prenos tepla sálaním teda nevyžaduje existenciu sprostredkujúcej látky. Tým sa zásadne líši od spôsobu prenosu tepla vedením alebo prúdením.

Preto tiež analogicky k prenosu energie aj intenzitu prenosu tepla budeme posudzovať:

- veľkosťou tepelného toku prostredím

$$\Phi = P = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{W}] \quad (2.7)$$

čo je podiel množstva tepla  $Q$  preneseného za časovú jednotku. Tepelný tok je teda tepelný výkon prostredia  $P$ .

- veľkosťou hustoty tepelného toku

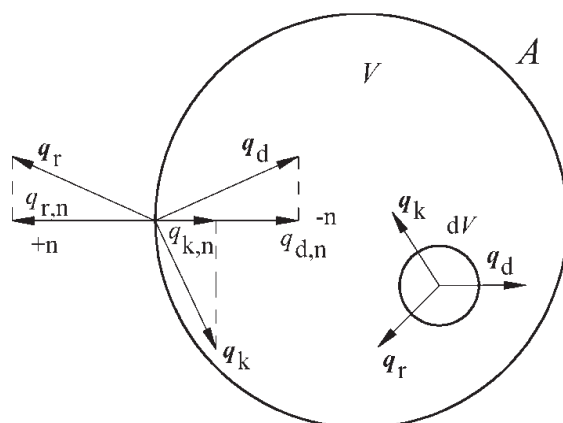
$$q = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dQ}{dS \cdot dt} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.8)$$

Je to znovu vektorová veličina a vyjadruje rýchlosť prenosu tepla cez plochu  $1 \text{ m}^2$ .

Prenos tepla vedením, prúdením, sálaním a prenos ich možnými kombináciami všeobecne nazývame **termokinetické procesy**.

Skôr ako fyzikálne a matematicky popíšeme jednotlivé spôsoby prenosu energie a tepla, zostavme univerzálnu rovnicu energetickej bilancie pre všetky spôsoby prenosu. Má to najmä metodický význam.

Za uvedeným účelom uvažujeme všeobecnú, neizolovanú a otvorenú TD sústavu, ktorá podlieha nestacionárnemu deju a v jej objeme sa nachádza vnútorný zdroj energie (jeho obsah vysvetlíme neskôr). Predmetná TD sústava je znázornená na obr. 2.1.



Obr. 2.1 Znáznornenie prenosu energie v TD sústave s vnútorným zdrojom

Nestacionárny dej v takto definovanej TD sústave sa prejavuje možnými zmenami rôznych foriem či zložiek energie, ktoré sa v nej nachádzajú. Menovite sú to:

- zmena vnútornej (tepelnej) energie  $dU$ , s hustotou  $du$  (objemovou):

$$dU = \int_V du \cdot dV = \int_V d(\rho \cdot c \cdot \vartheta) \cdot dV \quad [\text{J}] \quad (2.9)$$

- zmena kinetickej energie sústavy  $dW_k$ , s hustotou  $dw_k$ :

$$dW_k = \int_V dw_k \cdot dV = \int_V d\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2\right) \cdot dV \quad [\text{J}] \quad (2.10)$$

- zmena potenciálnej energie  $dW_p$ , ktorou sa vyjadrujú rôzne skupenské, chemické a iné premeny v sústave. Pri hustote potenciálnej energie  $w_p$  a hmotnostnej energii parciálnych zložiek  $e_i$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ] táto zmena je:

$$dW_p = \int_V dw_p \cdot dV = \int_V d\left(\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot e_i\right) \cdot dV \quad [\text{J}] \quad (2.11)$$

- zmena žiarivej energie sústavy  $dW_r$ , s hustotou  $dw_r$ :

$$dW_r = \int_V dw_r \cdot dV \quad [\text{J}] \quad (2.12)$$

Súčet zmien jednotlivých foriem vyjadruje celkovú zmenu energie sústavy

$$dW = dU + dW_k + dW_p + dW_r = \int_V \left[ d(\rho \cdot c \cdot \vartheta) + d\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2\right) + d\left(\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot e_i\right) + dw_r \right] \cdot dV \quad (2.13)$$

Príčinou predmetných zmien energie v sústave je existencia vnútorného zdroja energie a interakcia sústavy s okolím, prostredníctvom jednotlivých tokov energie.

Vnútorný zdroj energie sa dá rovnako definovať zodpovedajúcou hustotou v sústave  $w_z$ , teda

$$W_z = \int_V w_z \cdot dV \quad [\text{J}] \quad (2.14)$$

ktorej časová zmena vyjadruje tzv. **merný výkon vnútorného zdroja**

$$q_z = \frac{dw_z}{dt} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.15)$$

V súlade s popisom jednotlivých spôsobov prenosu energie zodpovedajúce toky sú [3]:

- **tok energie difúziou**, ktorého vektor hustoty je definovaný záporným gradientom objemovej hustoty prenášanej energie, t. j.

$$\mathbf{q}_d = -a_d \cdot \text{grad } w \quad (2.16)$$

kde  $a_d$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ] je koeficient difúzneho prenosu energie.

- **tok energie prúdením** (konvekciou), ktorého vektor hustoty pri rýchlosti prúdiaceho média  $\mathbf{v}$  je definovaný vzťahom [6]

$$\mathbf{q}_d = \mathbf{m}_k \cdot \mathbf{c} \cdot \mathbf{v} = \rho \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{c} \cdot \vartheta = \mathbf{v} \cdot \mathbf{u} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.17)$$

kde  $\mathbf{m}_k$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ] je vektor hustoty toku hmotnosti média, pri jeho hustote vnútornej energie  $u$  [ $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$ ].

- **tok energie žiarením**, ktorého vektor hustoty  $\mathbf{q}_r$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ] vyjadríme neskôr.

Súčet predmetných tokov definuje celkový tok energie (výkon), vyvolávajúci zmenu energie aktuálnej sústavy v časovom intervale  $dt$ . Ak vektory hustoty jednotlivých tokov vyjadríme prostredníctvom normálových zložiek k povrchu  $A$  sústavy (pozri obr. 2.1) je táto zmena určená výrazom

$$\frac{dW}{dt} = - \int_S (\mathbf{q}_{d,n} + \mathbf{q}_{k,n} + \mathbf{q}_{r,n}) \cdot d\mathbf{A} \quad (2.18)$$

ku ktorému je identický výraz

$$\frac{dW}{dt} = - \int_V \text{div}(\mathbf{q}_d + \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_r) \cdot dV \quad (2.19)$$

Výsledkom doterajších úvah a uvedených vzťahov môže byť rovnica energetickej bilancie predmetnej, stále všeobecnej TD sústavy. Získame ju zo zápisov (2.14) až (2.19), teda formálne je

$$\int_V (du + dw_k + dw_p + dw_r) \cdot dV = - \left[ \int_V \text{div}(\mathbf{q}_d + \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_r) \cdot dV \right] \cdot dt + \left[ \int_V q_z \cdot dV \right] \cdot dt \quad (2.20)$$

Ak prijmeme predpoklad, že všetky integrované funkcie sú spojité, potom rovnako platí diferenciálna rovnica v tvare [6]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \cdot \mathbf{c} \cdot \vartheta + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \sum_{i=1}^n (\rho_i \cdot e_i) + w_r \right) + \text{div}(\mathbf{q}_d + \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_r) = q_z \quad (2.21)$$

Jej fyzikálny obsah sa dá interpretovať v súlade so zákonom o zachovaní energie takto: Zmeny jednotlivých foriem energie obsiahnutých v jednotke objemu sústavy za jednotku času sú vždy výsledkom pôsobenia vnútorného zdroja energie (ak v sústave existuje) a prenosu energie cez jednotku plochy povrchu sústavy, vyjadreného vektormi možných tokov energie. Táto rovnica sa zvykne nazývať **všeobecná rovnica šírenia energie**. Prirodzene, ak v sústave neexistuje vnútorný zdroj, potom príčinou zmeny energie sústavy ostáva len divergencia energie na hranici sústavy a okolia (prítok resp. výtok).

Treba pripomenúť, že rovnica (2.21) nemá priame praktické uplatnenie, pretože neexistuje všeobecné prostredie, v ktorom by sa súčasne menili všetky obsiahnuté formy energie a súčasne by sa v ňom uplatňovali všetky toky energie. Je však užitočná pre tvorbu partikulárnych rovníc prenosu energie a tepla, už konkrétne rešpektujúcich podmienky

prenosu a charakter prostredia. Práve takto ju využijeme pre modelovanie termokinetických procesov. V tejto súvislosti si pripomeňme termín teplotného poľa.

**Teplotné pole** je fyzikálne pole, ktoré prostredníctvom teploty vyjadruje tepelný stav prostredia v každom bode a čase. Je to pole skalárne, ktoré sa dá popísať všeobecnou teplotnou funkciou, menovite:

- $\vartheta = \vartheta(x, y, z, t)$  v karteziánskych súradniciach
- $\vartheta = \vartheta(r, \alpha, z, t)$  v cylindrických súradniciach
- $\vartheta = \vartheta(r, \alpha, \beta, t)$  vo sférických súradniciach

Teplotné polia môžeme ďalej konkretizovať podľa kritéria:

- **priestorového**
  - na jednorozmerné  $\vartheta = \vartheta(x, t)$
  - na dvojrozmerné  $\vartheta = \vartheta(x, y, t)$
  - na trojrozmerné  $\vartheta = \vartheta(x, y, z, t)$
- **časového**
  - na stacionárne, napr.  $\vartheta = \vartheta(x, y, z)$
  - na nestacionárne  $\vartheta = \vartheta(x, y, z, t)$

Nestacionárnosť teplotného poľa je v podstate prechodný stav, v konečnom čase pole samovoľne prechádza do stavu stacionárneho.

Geometrické miesta bodov s rovnakou teplotou vytvárajú v trojrozmernom poli izotermické plochy, v dvojrozmernom poli izotermické krivky. Izotermické plochy, resp. krivky sa nemôžu navzájom pretínať, nakoľko v každom bode poľa a v každom čase má teplota len jednu hodnotu. Každému bodu izotermickej plochy, resp. krivky zodpovedá (dá sa priradiť) **gradient teploty**, vyjadrujúci prírastok teploty v kolmom smere na predmetnú plochu, či krivku. Napr. pre trojrozmerné pole je

$$\text{grad } \vartheta = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta n} \cdot \mathbf{n}_0 = \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot \mathbf{x}_0 + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \cdot \mathbf{y}_0 + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \cdot \mathbf{z}_0 \quad [\text{K} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (2.22)$$

kde  $\mathbf{n}_0$ ,  $\mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{y}_0$ ,  $\mathbf{z}_0$  sú jednotkové vektory.

Gradient teploty je vektor, ktorý má opačný smer ako **intenzita teplotného poľa**

$$\mathbf{E}_\vartheta = -\text{grad } \vartheta \quad [\text{K} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (2.23)$$

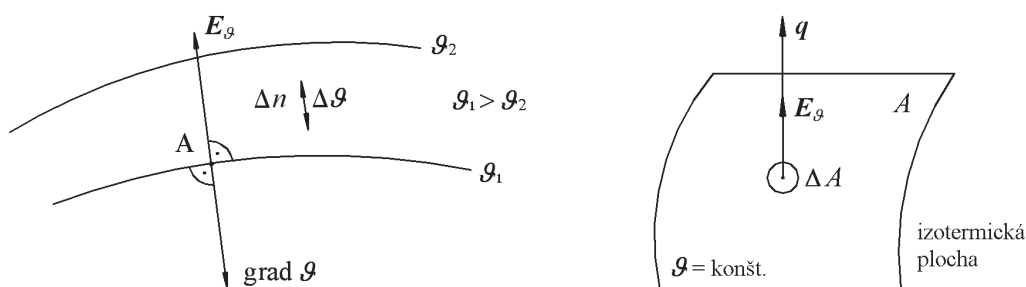
Pretože v skalárnom poli krivkový integrál intenzity poľa po ľubovoľnej uzavretej krivke sa vždy rovná nule, platí, že **teplotné pole je bezvírové a potenciálové**. Krivkový integrál intenzity poľa po časti krivky sa nerovná nule, ale rozdielu teplôt medzi začiatočným a koncovým bodom časti krivky

$$\int_{l_1}^{l_2} \mathbf{E}_\vartheta \cdot d\mathbf{l} = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \Delta \vartheta \quad (2.24)$$

Fyzikálnym dôsledkom rovnice (2.24) je prenos tepla v smere intenzity teplotného poľa (z vyššej potenciálovej hladiny na nižšiu;  $\text{grad } \vartheta \neq 0$ ). Obrátený proces je možný len s vynaložením vonkajšej práce. Ak  $\text{grad } \vartheta = 0$ , teplo sa neprenáša, **teplotné pole je izotermické**.

Napokon, teplotné polia môžu byť žriedlové alebo bezžriedlové. Podmienkou žriedlového poľa je prítomnosť vnútorného zdroja tepla v prostredí.

Vzájomné súvislosti medzi gradientom teploty, intenzitou poľa a hustotou tepelného toku sú znázornené na obr. 2.2.



Obr. 2.2 Gradient teploty, intenzita teplotného poľa a hustota tepelného toku

### 2.1.1 Vedenie tepla, rovnice pre prenos tepla vedením

Ako už vieme z predchádzajúceho článku, difúzny prenos energie v tuhých prostrediach sa uskutočňuje vedením tepla vtedy, ak sa prostredia nachádzajú v stave blízkom TD rovnováhe. Vtedy energiu prostredia reprezentuje len vnútorná (tepelná, termodynamická) energia a jej hustotu len teplota prostredia vo vyšetřovanom bode. Tejto skutočnosti zodpovedá zápis. [3]

$$\frac{dw}{dT} \equiv \frac{du}{dT} = \rho \cdot c \quad \text{resp.} \quad dw \equiv du = \rho \cdot c \cdot dT \quad (2.25)$$

čo je v súlade s 1. termodynamickou vetou. Z ekvivalentnosti  $dw$  a  $du$  v rovnici (2.25) vyplýva aj ekvivalencia medzi vektorom hustoty difúzneho toku energie a nasledujúcim vektorom

$$\mathbf{q}_w = \mathbf{q}_d = -a \cdot \text{grad}(\rho \cdot c \cdot \vartheta) = -a \cdot \rho \cdot c \cdot \text{grad} \vartheta = \lambda \cdot \text{grad} \vartheta \quad (2.26)$$

Tento vektor reprezentuje hustotu tepelného toku vedením tepla a je matematickým vyjadrením **Fourierovho zákona** pre vedenie tepla. Platí pre tuhé a nepohybujúce sa prostredia. Pretože operátor gradient vyjadruje zmenu teploty (prírastok), termodynamickú teplotu sme nahradili Celziovou. Koeficient  $\lambda$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ] je termofyzikálnou vlastnosťou prostredia, vyjadruje jeho schopnosť prenášať teplo. Nazýva sa **koeficient tepelnej vodivosti** a podobne ako elektrická konduktivita závisí od teploty. Súbor fyzikálnych parametrov

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \quad [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (2.27)$$

sa nazýva **tepelná difuzivita prostredia**. Je ekvivalentná koeficientu difúzneho prenosu energie ( $a = a_d$ ) v stave TD rovnováhy prostredia a je mierou rýchlosti zmeny teploty v tomto prostredí.

Následne upravme všeobecnú rovnicu šírenia energie (2.21) pre vedenie tepla.

Prenos tepla vedením sa uskutočňuje v tuhom prostredí, ak sa nachádza v stave blízkom TD rovnováhe (nepodlieha skupenským premenám, nemení sa jeho chemická podstata, ...). Za týchto okolností v prostredí nemá opodstatnenie prenos energie konvekciou a žiarením a vektor hustoty difúzneho toku energie (2.16) sa dá vyjadriť ekvivalentným vektorom hustoty tepelného toku vedením tepla (2.26). Tento, spolu s merným výkonom vnútorného zdroja, je príčinou zmeny len vnútornej energie tuhého prostredia. V súlade s rovnicou (2.21), pre prenos tepla vedením majú teda opodstatnenie rovnice:

- v tuhom prostredí s vnútorným zdrojom

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot c \cdot \vartheta) + \operatorname{div} \mathbf{q}_v = q_z \quad (2.28)$$

- v tuhom prostredí bez vnútorného zdroja

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot c \cdot \vartheta) + \operatorname{div} \mathbf{q}_v = 0 \quad (2.29)$$

So zjednodušením, že hmotnostná tepelná kapacita nezávisí od teploty prostredia, rovnicami (2.28) a (2.29) sú ekvivalentné tiež rovnice

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 \vartheta + \frac{q_z}{\rho \cdot c} \quad \text{alebo} \quad \nabla^2 \vartheta - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \cdot q_z = 0 \quad (2.30)$$

resp.

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \cdot \nabla^2 \vartheta \quad \text{alebo} \quad \nabla^2 \vartheta - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (2.31)$$

pričom pri ich úprave sme použili vzťahy (2.26), (2.27) a prevod  $\operatorname{div}(\operatorname{grad} \vartheta) = \nabla^2 \vartheta$ . Sú to známe rovnice matematickej fyziky, parciálne diferenciálne rovnice 2. rádu, parabolického typu. Rovnica (2.28), resp. (2.30) sa nazýva **rovnica vedenia tepla**, rovnica (2.29), resp. (2.31) je známa **Fourierova rovnica**.

Obe rovnice sú matematickými modelmi nestacionárneho teplotného poľa s vnútorným zdrojom alebo bez neho. Ak teplotné pole prejde do stavu stacionárneho ( $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0$ ), predmetné rovnice sa zjednodušia takto:

- pre stacionárne teplotné pole s vnútorným zdrojom

$$a \cdot \nabla^2 \vartheta + \frac{q_z}{\rho \cdot c} = 0 \quad \text{alebo} \quad \nabla^2 \vartheta + \frac{q_z}{\lambda} = 0 \quad (2.32)$$

- pre stacionárne teplotné pole bez vnútorného zdroja

$$\nabla^2 \vartheta = 0 \quad (2.33)$$

Rovnica (2.32) sa nazýva **Poissonova**, rovnica (2.33) je **Laplaceova** rovnica. Obe rovnice patria medzi eliptické rovnice a modelujú stacionárne teplotné polia.

### 2.1.2 Prúdenie tepla, rovnice pre prenos tepla prúdením

Konvekcia tepla je vždy viazaná na prenos hmotnosti prostredia, teda na makroskopický pohyb tekutín. Ak je pohyb tekutého média vyvolaný len gradientom teploty (napr. rozdielom teplôt vzduchu v uzavretom priestore), prenos tepla sa uskutočňuje voľnou konvekciou (prirodzenou). Ak pohyb tekutiny je vyvolaný vonkajším pôsobením (gradientom tlaku od čerpadla, ventilátora, ...), prenos tepla sa uskutočňuje nútenou konvekciou (umelou). V oboch prípadoch prenos hmotnosti média sa vyjadruje prostredníctvom vektora hustoty toku hmotnosti

$$\mathbf{m}_k = \rho \cdot \mathbf{v} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (2.34)$$

t.j. súčinom objemovej hmotnosti a rýchlosti toku média. Zodpovedajúci vektor hustoty tepelného toku prúdením získame (pre podmienku TD rovnováhy prostredia) vynásobením hustoty toku hmotnosti, prenášanou vnútornou energiou ( $m \cdot c \cdot \vartheta$ ) v jednotke hmotnosti ( $c \cdot \vartheta$ ). Dostaneme už uvedený vzťah (2.17), ktorý je znovu v súlade s 1. vetou

termodynamiky. Rovnica (2.17) je matematickým vyjadrením prenosu tepla „čistým“ prúdením. Pretože v reálnych tekutinách okrem makroskopického prenosu hmotnosti existuje aj mikroskopický – difúzny, rovnako sa v nich uplatňuje aj difúzny prenos energie, čo v stavoch blízkych TD rovnováhe znamená prenos tepla vedením. Výsledný prenos tepla v pohybujúcich sa tekutinách je teda kondukčne-konvekčný a reprezentuje ho vektor hustoty tepelného toku vedením a prúdením tepla

$$\mathbf{q}_{v,k} = \mathbf{q}_v + \mathbf{q}_k = -\lambda \cdot \text{grad } \vartheta + \mathbf{v} \cdot \rho \cdot c \cdot \vartheta \quad (2.35)$$

v ktorom  $\lambda$  je koeficient tepelnej vodivosti tekutiny.

Príspevok jednotlivých vektorov  $\mathbf{q}_v$  a  $\mathbf{q}_k$  na celkovom transporte tepla býva rôzny a závisí od druhu prúdenia, termokinetických a hydrodynamických vlastností tekutín. Matematický model kondukčne-konvekčného prenosu tepla je pomerne zložitý, riešenie komplikované a zdĺhavé. Preto pre bežné inžinierske potreby sa výpočty robia prostredníctvom matematicko-experimentálnych metód s využitím *Newtonovho zákona* pre konvekciu tepla. Pre obtekanie povrchu pevného prostredia s teplotou  $\vartheta_p$  prúdiacou tekutinou s teplotou  $\vartheta_l$  má tvar

$$q_k = \alpha \cdot (\vartheta_p - \vartheta_l) = \alpha \cdot \Delta \vartheta \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.36)$$

čo znamená, že hustota tepelného toku prúdením je priamo úmerná teplotnému spádu medzi povrchom a tekutinou. Veľkosť hustoty toku závisí tiež od *koeficientu prestupu tepla*  $\alpha$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ], ktorý nie je fyzikálnou vlastnosťou tekutiny. Závisí od rôznych podmienok prúdenia, napr. od jeho druhu (prirodzené alebo umelé), od charakteru prúdenia (laminárne alebo turbulentné), od kvality obtekaného povrchu steny (drsny, hladký, ...) a pod. Určuje sa z kritériálnych rovníc termokinetických procesov, získaných experimentálne najmä metódami teórie podobnosti [6]

Prenos tepla prúdením je zložitejší v porovnaní s prenosom tepla vedením, lebo okrem difúznej zložky sa na ňom podieľa aj prenos hmotnosti tekutého prostredia, ktoré všeobecne môže byť nerovnorodé (nehomogénne). Pretože odvodené rovnice (2.17), (2.35) a (2.36) vyjadrujú len kvantitatívnu stránku prenosu tepla prúdením, treba nájsť vhodnú diferenciálnu rovnicu, ktorá bude matematickým modelom všeobecne nestacionárneho teplotného poľa v predmetnom prostredí. Použijeme k tomu znovu všeobecnú rovnicu šírenia energie (2.21). Ak ju budeme aplikovať na prostredie nachádzajúce sa v TD rovnováhe a ktoré budeme zároveň považovať za neutrálne (nedochádza v ňom k žiadnym premenám), ktoré sú spojené s uvoľňovaním alebo viazaním energie v potenciálnej forme, t.j.  $\sum(\rho_i \cdot e_i) = 0$ , potom dostaneme

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \cdot c \cdot \vartheta + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \right) + \text{div}(\mathbf{q}_d + \mathbf{q}_k) = q_z \quad (2.37)$$

Zmena kinetickej energie ( $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$ ) pri bežných podmienkach prúdenia tekutého média je relatívne malá a teda voči zmene vnútornej (tepelnej) zanedbateľná. S ohľadom na túto skutočnosť a s využitím vzťahov (2.17) a (2.35), rovnicu (2.37) prepíšeme na tvar

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot c \cdot \vartheta) + \text{div}(-\lambda \cdot \text{grad } \vartheta + \mathbf{v} \cdot \rho \cdot c \cdot \vartheta) = q_z \quad (2.38)$$

Je to *diferenciálna rovnica kondukčne-konvekčného prenosu tepla* v pohybujúcom sa prostredí s vnútorným zdrojom energie. Ak ju budeme aplikovať na nestlačiteľné prostredie ( $c, \rho, \mathbf{v} = \text{konšt.}$ ) a využijeme vlastnosť divergencie, že  $\text{div}(\mathbf{v} \cdot \vartheta) = \vartheta \cdot \text{div } \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } \vartheta = \mathbf{v} \cdot \text{grad } \vartheta$  získame jej konečné tvary ( $\text{div } \mathbf{v} = 0$ ):

- pre prostredie s vnútorným zdrojom

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } \vartheta = a \cdot \nabla^2 \vartheta + q_z \quad \text{resp.} \quad \nabla^2 \vartheta - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{q_z}{\lambda} - \frac{\mathbf{v}}{a} \cdot \nabla \vartheta = 0 \quad (2.39)$$

- pre prostredie bez vnútorného zdroja

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } \vartheta = a \cdot \nabla^2 \vartheta \quad \text{resp.} \quad \nabla^2 \vartheta - \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - \frac{\mathbf{v}}{a} \cdot \nabla \vartheta = 0 \quad (2.40)$$

Rovnice (2.39), resp. (2.40) poznáme pod názvom **Fourier-Kirchhoffove rovnice**. Sú matematickým modelom teplotného poľa v pohybujúcom sa prostredí s kondukčne-konvekčným prenosom tepla, s vnútorným zdrojom alebo bez neho. Rýchlosťou  $\mathbf{v}$  sa zohľadňuje pohybový charakter poľa. Ak kondukčne-konvekčný prenos sa uskutočňuje v ustálenom stave, zmena teploty v ľubovoľnom bode teplotného poľa podľa času sa rovná nule ( $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0$ ) a v tejto súvislosti sa ostatné rovnice zjednodušia. Budú modelom stacionárneho teplotného poľa pri kondukčne-konvekčnom prenose tepla v predmetnom prostredí.

### 2.1.3 Žiarenie energie, rovnice pre prenos energie žiarením

Prenos energie žiarením sa uskutočňuje inými mechanizmami, akými sa riadi difúzny, resp. difúžno-konvekčný prenos. Žiarením všeobecne označujeme prenos energie elektromagnetického vlnenia v celom rozsahu vlnových dĺžok, teoreticky v hraniciach  $\lambda \in \langle 0; \infty \rangle$ . Z fyziky je známe, že elektromagnetické vlnenie vyžaruje (generuje) každé nepriehľadné prostredie (teleso) s povrchovou teplotou vyššou ako nula Kelvinov, zároveň také prostredie žiarenie prichádzajúce z okolia pohlcuje (absorbuje). Elektromagnetické vlnenie, ktoré teleso vyžaruje alebo pohlcuje v celom rozsahu vlnových dĺžok sa nazýva **integrálne žiarenie**. Integrálne žiarenie sa dá rozložiť na zložky žiarenia, ktorým zodpovedá konkrétna vlnová dĺžka  $\lambda$ , resp. jej úzky interval  $d\lambda$ . Jednotlivé zložky tvoria **monofrekvenčné**, resp. **monochromatické žiarenie**. Ak zoradíme monofrekvenčné žiarenia podľa vlnových dĺžok (resp. zodpovedajúcich frekvencií) získame **spektrum žiarenia**. Prehľad základných druhov elektromagnetického žiarenia (vlnenia) poskytuje nasledujúca tab. 2.1.

Tab. 2.1 Prehľad druhov elektromagnetického žiarenia [7]

Žiarenie (elektromagnetické vlnenie)	Približné rozsahy		Poznámka
	$\lambda$ [m]	f [Hz]	
Kozmické	$10^{-14}$ a menej	$6 \cdot 10^{22}$ a viac	–
$\gamma$ - lúče	$10^{-14}$ až $8 \cdot 10^{-13}$	$8 \cdot 10^{20}$ až $6 \cdot 10^{22}$	–
Röntgenové (X-lúče)	$8 \cdot 10^{-13}$ až $6 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{16}$ až $8 \cdot 10^{20}$	–
Ultrafialové (UV)	$6 \cdot 10^{-9}$ až $4 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{14}$ až $8 \cdot 10^{16}$	Súčasť optického žiarenia
Viditeľné (svetelné)	$4 \cdot 10^{-7}$ až $8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{14}$ až $8 \cdot 10^{14}$	Súčasť optického žiarenia
Infračervené (IR)	$8 \cdot 10^{-7}$ až $10^{-3}$	$5 \cdot 10^{11}$ až $6 \cdot 10^{14}$	Súčasť optického žiarenia
Rádiové vlny	$10^{-3}$ až $5 \cdot 10^5$	$10^3$ až $5 \cdot 10^{11}$	–
Elektromagnetické vlny striedavých napätí	$5 \cdot 10^5$ až $5 \cdot 10^8$	$10^0$ až $10^3$	Striedavé elektromagnetické polia



Predstavám o prenose energie žiarením vyhovujú dve teórie elektromagnetického poľa, vlnová aj kvantová. Podľa vlnovej teórie nosičmi žiarivej energie sú elektromagnetické vlny, s vibráciou v priechom smere k smeru ich šírenia a s takými vlastnosťami ako je interferencia a ohyb. Podľa druhej, kvantovej teórie, nosičmi energie sú fotóny, kvantá elektromagnetického žiarenia, ktoré predstavujú elementárne častice s nulovou pokojovou hmotnosťou. Preto rýchlosť fotónu nemôže byť menšia ako rýchlosť svetla  $c_0$ . Vznik fotónov je podmienený existenciou vybudovaných častíc, ktoré po návrate do pôvodného stavu s nižšou energetickou hladinou tieto fotóny emitujú (vysielajú kvantá energie). Podľa kvantovej teórie, má teda prenos energie elektromagnetického poľa diskretný charakter, vyžiarená energia je vždy celočíselným násobkom jedného kvanta energie. Energia tohto elementárneho množstva je podľa Plancka priamo úmerná frekvencii žiarenia, t.j.

$$W = h \cdot f = h \cdot \frac{c_0}{\lambda} \quad [\text{J}] \quad (2.41)$$

kde  $h$  je Planckova konštanta. Z porovnania Planckovej rovnice s rovnako známou Einsteinovou

$$W = m \cdot c_0^2 \quad [\text{J}] \quad (2.42)$$

vyplýva pre hmotnosť kvanta pohybujúceho sa rýchlosťou svetla veľkosť

$$m_k = \frac{h \cdot f}{c_0^2} = \frac{h}{c_0 \cdot \lambda} \quad [\text{kg}] \quad (2.43)$$

nakolko tiež platí, že  $c_0 = \lambda \cdot f = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Z rovnice (2.43) vyplýva, že pri rýchlosti šírenia elektromagnetickej vlny vo vákuu prenos energie sa uskutočňuje kvantami energie (fotónmi), ktorých hmotnosť závisí od vlnovej dĺžky  $\lambda$ , resp. frekvencie  $f$  žiarenia. Z tab. 2.1 zistíme, že najväčšou energiou a hmotnosťou disponujú fotóny kozmického žiarenia.

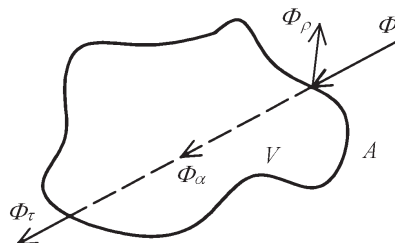
Medzi jednotlivými druhmi žiarenia má osobitné miesto také, ktoré ak je pohltené prostredím, či konkrétnym telesom, premieňa sa na teplo. Nazýva sa preto **tepelné žiarenie** alebo **sálanie**. Touto vlastnosťou sa vyznačuje najmä optické žiarenie, výrazne v spektre vlnových dĺžok viditeľného žiarenia ( $\lambda \in < 0,38; 0,78 \mu\text{m} >$ ) a infračerveného žiarenia ( $\lambda \in < 0,78; 800 \mu\text{m} >$ ). Také označenie sálania však nie je celkom presné, pretože v spektre tepelného žiarenia sa vyskytujú aj iné vlnové dĺžky, resp. frekvencie elektromagnetického vlnenia, ktoré vždy zodpovedajú energetickému stavu častíc telesa (prostredia) pri danej teplote. To znamená, že tepelné žiarenie je výlučne určené tepelným stavom – teplotou sálajúceho telesa (prostredia). To je zásadná okolnosť, ktorou sa tepelné žiarenie líši od ostatných druhov žiarenia.

Sálanie je prirodzenou vlastnosťou všetkých telies, čo znamená, že ak teplota telesa je vyššia ako 0 K nepretržite vyžaruje energiu a v ľubovoľnom mieste priestoru sústavne prebieha prenos energie žiarením. Pri dopade na iné telesá časť tejto energie sa pohlcuje (absorbuje), časť sa odrazí späť do priestoru (reflektuje) a časť energie môže cez telesá prechádzať (transmitovať). Pohltená časť energie sa mení znovu na teplo. Výsledkom takejto dvojitej premeny energie tepelná-žiarivá a žiarivá-tepelná je **výmena tepla sálaním**. Množstvo odovzdaného a pohlteneho tepla je dané rozdielom telesom vysálanej a pohltenej energie tepelného žiarenia.

Ak energiu na teleso dopadajúceho tepelného žiarenia vyjadríme prostredníctvom žiarivého toku (obr. 2.3), potom v súlade so zákonom o zachovaní žiarivej energie prirodzene platí

$$\Phi = \Phi_{\alpha} + \Phi_{\rho} + \Phi_{\tau} \quad [\text{W}] \quad (2.44)$$

kde,  $\Phi_{\alpha}$ ,  $\Phi_{\rho}$ ,  $\Phi_{\tau}$  sú postupne zložky pohlteneho, odrazeného a telesom prepusteného toku.



Obr. 2.3 Rozklad dopadajúceho žiarivého toku

Rovnici (2.44) je ekvivalentný zápis v tvare s rozmerom jeden

$$\frac{\Phi_{\alpha}}{\Phi} + \frac{\Phi_{\rho}}{\Phi} + \frac{\Phi_{\tau}}{\Phi} = \alpha + \rho + \tau = 1 \quad (2.45)$$

z ktorého vyplývajú definície:

- **absorptancie** telesa  $\alpha$  (pomernej pohltivosti) – čo je podiel pohltenej zložky toku k celkovému
- **reflektancie** telesa  $\rho$  (pomernej odraznosti) – čo je podiel odrazenej zložky toku k celkovému
- **transmitancie** telesa  $\tau$  (pomernej priepustnosti) – čo je podiel prepustenej zložky toku k celkovému

Podľa medzných hodnôt faktorov sa zvyknú definovať fiktívne (ideálne) telesá:

- absolútne čierne teleso:  $\alpha = 1$ ;  $\rho = \tau = 0$
- absolútne biele teleso:  $\rho = 1$ ;  $\alpha = \tau = 0$
- absolútne priepustné (diatermické) teleso:  $\tau = 1$ ;  $\alpha = \rho = 0$

Pre reálne tuhé telesá spravidla je  $\alpha < 1$ ;  $\rho < 1$ ;  $\tau = 0$ , t.j.  $\alpha + \rho = 1$ . Telesá, resp. ich povrchy s touto vlastnosťou sú **šedé**. Ak uvedené vlastnosti telies budeme vzťahovať na tepelné žiarenie v úzkom intervale vlnových dĺžok (monochromatické), potom majú spektrálnu absorptanciu  $\alpha(\lambda)$ , spektrálnu reflektanciu  $\rho(\lambda)$  a spektrálnu transmitanciu  $\tau(\lambda)$ . Pre tieto platí tiež vzťah (2.45). Absorptancia, reflektancia a transmitancia žiarenia patria medzi dôležité radiačné charakteristiky telies.

S pohlcovacou schopnosťou telies úzko súvisí ich vyžarovacia schopnosť, ktorá sa vyjadruje ďalšou radiačnou charakteristikou – **emisivitou**  $\varepsilon$ . Emisivita sa vyjadruje podielom intenzity vyžarovania šedého povrchu telesa a intenzity vyžarovania absolútne čierneho povrchu ( $\varepsilon = M/M_0 < 1$ ). V stave blízkom TD rovnováhe absorptancia povrchu telesa sa rovná jeho emisivite, t. j.  $\alpha = \varepsilon$ , tiež  $\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$ .

Závislosť energie tepelného žiarenia na frekvencii alebo vlnovej dĺžke sa vyjadruje **spektrálnou charakteristikou** sálajúceho telesa. Pretože veľkosť energie zodpovedá jeho tepelnému stavu, dá sa určiť ako funkcia teploty a radiačných schopností telesa. Ak spektrálna charakteristika vyjadruje maximálne možnú hodnotu tepelného žiarenia pri danej teplote, zodpovedá žiareniu **absolútne (dokonale) čierneho telesa**. Naopak, absolútne čierne teleso maximálne pohlcuje dopadajúce tepelné žiarenie. Termín absolútne čierne teleso necharakterizuje skutočné čierne teleso a nesúvisí ani s jeho čiernou farbou ako ju vníma ľudské oko. Súvisí len s jeho pohltivosťou a používa sa na vzájomné porovnávanie telies,

resp. ich povrchov z pohľadu absorpčných schopností. Dokonale čiernemu telesu sa dostatočne približujú telesá s matným čiernym povrchom, ale napr. aj matný biely papier má absorptanciu vysokú, až 0,97.

*V súvislosti s niektorými zmenami v názvosloví normy STN ISO 31-6 (01 13 01) Veličiny a jednotky; 6. časť: Svetlo a príbuzné žiarenia, upresníme niektoré názvy veličín, ich obsah a jednotky pre oblasť žiarenia energie a sálania tepla.*

*Pre žiarivú energiu (synonymá – radiačná energia, energia žiarenia), hustotu žiarivej energie a žiarivý výkon, resp. žiarivý tok platia pôvodné, teda rovnaké značky a jednotky ako pre iné formy energie, ich hustoty a toky. Pripomeňme, že žiarivou energiou označujeme energiu vyžarovaniu, prenášanú alebo prijímanú ako žiarenie, teda ako elektromagnetické vlnenie vo všeobecnom význame. Z ďalších veličín sú dôležité ešte tieto:*

- **spektrálna objemová hustota žiarivej energie**  $w_\lambda$  – je podiel jej objemovej hustoty [ $\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$ ] a intervalu vlnovej dĺžky  $d\lambda$ , na ktorý sa vzťahuje [m]. Jednotkou tejto veličiny teda je [ $\text{J}\cdot\text{m}^{-4}$ ].
- **žiarivosť**  $I$  [ $\text{W}\cdot\text{sr}^{-1}$ ] – je žiarivý tok zo zdroja alebo z jeho časti v danom smere do elementárneho priestorového uhla v tomto smere, delený veľkosťou tohto uhla. Pre žiarenie v intervale vlnovej dĺžky  $d\lambda$  je analogickou veličinou **spektrálna žiarivosť** s jednotkou [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{sr}^{-1}$ ]. Zodpovedajúce názvy pri tepelnom žiarení sú **sálavosť** a **spektrálna sálavosť**.
- **intenzita vyžarovania**  $M$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ], synonymom je hustota žiarivého toku – je žiarivý tok z plošného elementu v danom bode, delený plošným obsahom tohto elementu. Ak sa energia vyžaruje jednotkovou plochou za jednotku času len v úzkom intervale vlnových dĺžok ( $\lambda, \lambda + d\lambda$ ), zodpovedajúca veličina je **spektrálna intenzita vyžarovania** (tiež **spektrálna hustota vyžarovania** [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ]). Pre sálanie tepla je intenzite vyžarovania ekvivalentný názov **intenzita sálania** alebo **hustota sálavého toku**.
- **intenzita ožarovania**  $E$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ] – je podiel žiarivého toku a plochy, na ktorú tok dopadá (pasívna plocha). Analogicky platia termíny **spektrálna intenzita ožarovania** [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ], resp. **intenzita osalávania** [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ] pri sálaní tepla.
- **žiara**  $L$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$ ] – je to žiarivosť plošného elementu v danom bode a v danom smere, delená plošným obsahom ortogonálneho priemetu tohto plošného elementu do roviny kolmej na daný smer

$$L = \frac{dI}{dS \cdot \cos \beta} = \frac{d^2 \Phi}{d\Omega \cdot dS \cdot \cos \beta} \quad (2.46)$$

*Synonymom žiary je plošná žiarivosť. Ďalšie veličiny súvisiace so žiarou sú **spektrálna žiara** [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{sr}^{-1}$ ] a pri sálaní tepla jej ekvivalentom je plošná sálavosť [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}$ ].*

*Poznamenajme, že ak má plošná žiarivosť vo všetkých smeroch rovnakú hodnotu, zodpovedajúce žiarenie je **difúzne**. Pri difúznom žiarení je intenzita vyžarovania telesa vždy  $\pi$ -násobne väčšia ako je jeho žiara, teda  $M = \pi \cdot L$ . Pre povrchy telies, ktoré majú žiaru  $L = \frac{M}{\pi}$  rovnakú vo všetkých smeroch žiarenia, platí Lambertov zákon, ktorý s inými zákonmi pre tepelné žiarenie vyjadríme na inom mieste.*

*Ako z predchádzajúceho prehľadu vyplýva, všetky uvedené veličiny sa môžu vzťahovať k celému spektru žiarenia, alebo jeho malým intervalom. Platia teda pre integrálne aj monochromatické žiarenie.*

Matematickým modelom prenosu energie žiarením je rovnica s názvom **rovnica šírenia žiarivej energie** [6]. V teórii prenosu energie má významné miesto a mimo iného dá sa využiť pre vyjadrovanie prenosu elektromagnetickej energie v rôznych elektrických zariadeniach. Formálnym spôsobom predmetná rovnica sa dá odvodiť priamo zo všeobecnej rovnice šírenia energie (2.21), ak túto upravíme len pre podmienky šírenia žiarivej energie. To znamená, že všeobecné prostredie treba nahradiť opticky priepustným, v ktorom nedochádza k zmenám vnútornej, kinetickej ani potenciálnej zložky energie a s ohľadom na charakter prostredia ani k divergencii energie difúziou a konvekciou. Potom sa všeobecná rovnica (2.21) modifikuje na tvar

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{q}_r = q_z \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.47)$$

v ktorom  $q_z$  je znovu merný výkon vnútorného zdroja. Jeho fyzikálny zmysel objasníme nasledujúcou úvahou.

V rovnako opticky priepustnom prostredí predpokladajme najskôr prenos energie monochromatickým žiarením, s vlnovou dĺžkou  $\lambda$ . Prostredie nech má spektrálnu emisivitu  $\varepsilon(\lambda)$  a spektrálnu absorptanciu  $\alpha(\lambda)$ . Z dôvodu jednoduchosti a názornosti žiarivá energia nech sa šíri len jedným smerom. Pre takto definované prostredie jeho energetickú bilanciu môžeme vyjadriť nasledovne: súčet zmeny spektrálnej objemovej hustoty žiarivej energie  $w_r(\lambda)$  za jednotku času a divergencie hustoty spektrálneho žiarivého toku  $q_r(\lambda)$  vyjadruje výsledné žiarenie objemovej jednotky prostredia za jednotku času v danom smere. Pre prostredie reálne opticky priepustné (má určitú pohlcovaciu schopnosť), veľkosť výsledného žiarenia je definovaná rozdielom vlastného žiarenia prostredia a žiarenia ním pohlteneho (vlastné žiarenie prostredia je také žiarenie, ktoré je vyvolané zmenami jeho energetického stavu). Aby sme takto formulovanej energetickej bilancii mohli priradiť rozmerovo homogénnu rovnicu, celkové a vlastné žiarenie vyjadríme prostredníctvom spektrálnej intenzity vyžarovania  $M(\lambda)$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$ ] a pohltenu zložku žiarenia prostredníctvom faktora pohlcovania spektrálnej žiarivej energie  $\alpha(\lambda)$ . Takto pre výsledné žiarenie platí

$$M_c(\lambda) = M_v(\lambda) - \alpha(\lambda) \cdot c \cdot w_r(\lambda) \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.48)$$

pri rýchlosti  $c$  šírenia žiarivej energie v danom prostredí.

Ak všeobecnejšiu rovnicu (2.31) napíšeme tiež pre monochromatické žiarenie, potom energetickú bilanciu názornejšie reprezentuje rovnica

$$\frac{\partial w_r(\lambda)}{\partial t} + \operatorname{div} q_r(\lambda) = M_v(\lambda) - \alpha(\lambda) \cdot c \cdot w_r(\lambda) = M_c(\lambda) \quad (2.49)$$

Rozmerovo bude homogénna, ak premenné na pravej strane vyjadríme na jednotku dĺžky vyžarujúceho a zároveň pohlcujúceho prostredia. Z porovnania rovníc (2.49) a (2.47) vyplýva aj fyzikálny obsah merného výkonu vnútorného zdroja  $q_z(\lambda)$  v ostatnej rovnici, ako výsledného monochromatického žiarenia v opticky reálne priepustnom prostredí. Jeho hodnota môže byť rôzna. Ak  $M_c(\lambda) > 0$ , prostredie má charakter zdroja žiarivej energie (žiariča), naopak, ak  $M_c(\lambda) < 0$ , prostredie pohlcuje viac energie ako vyžiari. V prostredí dochádza k „prepadu“ žiarivej energie.

Existuje ešte jedna reálna možnosť, kedy  $M_c(\lambda) = 0$ . Vtedy sa prostredie nachádza v neutrálnom stave, vyžaruje práve toľko energie, koľko je schopné pohltiť. Je to stav miestnej TD rovnováhy alebo tepelnej rovnováhy prostredia. Dôležitým dôsledkom tepelnej rovnováhy je, že výsledné žiarenie sa rovná nule nielen pre monochromatické žiarenie, ale všeobecne aj pre integrálne. Teda pre celé spektrum vlnových dĺžok a danú teplotu prostredia  $T$  platí tiež rovnica

$$M_v(T) - \alpha(T) \cdot c \cdot w_r(T) = 0 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.50)$$

v ktorej  $M_v(T)$  je intenzita vyžarovania prostredia pri teplote  $T$  (hustota žiarivého toku v prostredí).

Ak teda opticky priezračné prostredie je v stave TD rovnováhy, t.j. vyžaruje a pohlcuje za jednotku času rovnaké množstvá energie, platí rovnica (2.34). Jej priamym dôsledkom je platnosť rovnice (2.47) s nulovou hodnotou merného výkonu  $q_z$ , teda

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} + \text{div } \mathbf{q}_r = 0 \quad (2.51)$$

Táto rovnica je rovnicou šírenia žiarivej energie v podmienkach TD rovnováhy prostredia. Je matematickým vyjadrením *Umovovej teóremy* o šírení žiarivej energie. Teoréma vyjadruje zákon o zachovaní energie v žiarivom prostredí a spája zmenu energie v ľubovoľnom objeme s jej tokom cez plochu ohraničujúcu tento objem. Ak si uvedomíme obsah divergencie, zápisu (2.51) je rovnocenná rovnica

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} + \frac{\partial q_{r,x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{r,y}}{\partial y} + \frac{\partial q_{r,z}}{\partial z} = 0 \quad (2.52)$$

podľa ktorej existujú tri funkcie  $q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_z$  s významom hustoty tokov energie majúce tú vlastnosť, že súčet ich prvých derivácií podľa súradníc  $(x, y, z)$  vyjadruje zmenšenie hustoty energie v jednotke objemu za jednotku času. Teorému vyslovil v roku 1874 ruský fyzik N. A. Umov: Tokom (prítokom alebo výtokom) žiarivej energie cez uzavretý povrch prostredia s plochou  $A$ , dochádza v objeme  $V$  tohto prostredia k zmene energie častíc (prírastku alebo úbytku hustoty energie), čo sa dá matematicky vyjadriť v integrálnej forme

$$\oint_A \mathbf{q}_r \cdot d\mathbf{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V w_r \cdot dV = \int_V v_w \cdot dV \quad [\text{W}] \quad (2.53)$$

To tiež znamená, že tok energie prostredím sa rovná rýchlosti zmeny hustoty energie v tomto prostredí  $v_w$ . Vektor hustoty toku žiarivej energie  $\mathbf{q}_r$  je zvykom nazývať *Umovov vektor*, so značkou  $\mathbf{U}$ . Umovov vektor je súčin hustoty žiarivej energie a rýchlosti jej prenosu  $\mathbf{U} = w_r \cdot \mathbf{v}$ . Napokon diferenciálny tvar Umovovej teóremy je

$$\text{div } \mathbf{q}_r \equiv \text{div } \mathbf{U} = -\frac{\partial w_r}{\partial t} = -v_w \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.54)$$

Umovov vektor má v teórii prenosu žiarivej energie široké uplatnenie. Mimo iného je vhodným prostriedkom pre vyjadrovanie prenosu energie elektromagnetického poľa do konverzného prostredia a jej následnej premeny na koncové formy. Poukážeme na to v podkapitole 2.2.

### 2.1.3.1 Základné zákony pre sálanie tepla a prenos tepla sálaním

Pretože mnohé procesy ohrevu materiálov prostredníctvom elektro-tepelnej premeny sa uskutočňujú sálaním tepla, pripomeňme si najskôr dôležité fyzikálne zákony tepelného žiarenia, o ktoré sa opierajú výpočty výmeny tepla sálaním

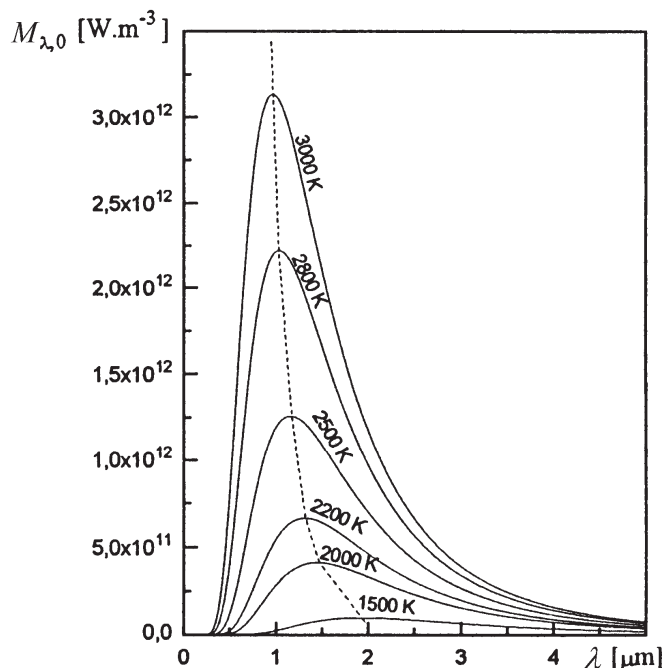
**Planckov vyžarovací zákon** – vyjadruje závislosť spektrálnej intenzity vyžarovania (hustoty žiarivého toku) od vlnovej dĺžky žiarenia pre absolútne čierne teleso. V matematickej forme rozdelenie spektrálnej intenzity vyžarovania tohto telesa v celom spektre vlnových dĺžok vyjadruje rovnica

$$M_{\lambda,0} = q_{\lambda,0} = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.55)$$

v ktorej  $c_1 = 2\pi \cdot h \cdot c^2$  [W.m<sup>-2</sup>] je 1. vyžarovacia konštanta

$$c_2 = \frac{h \cdot c}{k} \quad [\text{m} \cdot \text{K}] \quad \text{je 2. vyžarovacia konštanta}$$

Planckov vyžarovací zákon absolútne čierneho telesa je graficky znázornený na obr. 2.4.



Obr. 2.4 Planckov vyžarovací zákon,  $M_{\lambda,0} = f(\lambda, T)$

Jednotlivé charakteristiky  $M_{\lambda,0} = f(\lambda, T)$  pri konštantnej teplote tvoria konkávne krivky s nárastom do istej vlnovej dĺžky  $\lambda_{\max}$ , po jej prekročení klesajú. So zvyšujúcou teplotou absolútne čierneho telesa spektrálna intenzita stúpa a jej maximálna hodnota sa dosahuje pri kratších vlnových dĺžkach.

**Wienov posunovací zákon** – pri konštantnej teplote absolútne čierneho telesa jednoznačne stanovuje vlnovú dĺžku, pri ktorej je spektrálna intenzita vyžarovania maximálna. Wienov zákon vyplýva z predchádzajúceho Planckovho, použitím podmienky pre extrém funkcie (2.55). Teda pre

$$\frac{dM_{\lambda,0}}{d\lambda} = 0 \quad \text{je} \quad \lambda_{\max} = \frac{b}{T} \quad [\text{m}] \quad (2.56)$$

kde  $b = 2,897790 \cdot 10^{-3}$  m.K je Wienova konštanta.

Zo zákona vyplýva už vyslovené tvrdenie, že maximálna hodnota spektrálnej intenzity vyžarovania absolútne čierneho telesa pri vyšších teplotách sa posúva ku kratším vlnovým dĺžkam.

**Stefanov-Boltzmannov zákon** – udáva vlastnú intenzitu vyžarovania absolútne čierneho telesa ( $\rho = 0$ ) v celom spektre vlnových dĺžok, t.j. pre  $\lambda \in \langle 0; \infty \rangle$ .

Matematická forma zákona sa dá získať integráciou Planckovho zákona, čo dáva

$$M_0 = \int_{\lambda=0}^{\infty} M_{\lambda,0} \cdot d\lambda = \frac{6,496 \cdot c_1}{c_2} \cdot T^4 = \sigma_0 \cdot T^4 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.57)$$

kde  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  je Stefanova-Boltzmannova konštanta.

Ak zohľadníme emisivitu šedých povrchov telies, platnosť Stefanovho-Boltzmannovho zákona sa dá rozšíriť aj na šedé povrchy. Vlastná intenzita vyžarovania (hustota vlastného žiarivého toku) s emisivitou  $\varepsilon$  je

$$M = \varepsilon \cdot M_0 = \varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot T^4 = c_s \cdot T^4 \quad (2.58)$$

Konštantu  $c_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \varepsilon \text{ [W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}]$  nazývame **koeficient tepelného žiarenia** šedého povrchu.

V inžinierskych úlohách spravidla treba vyhodnocovať prenos tepla sálaním medzi aktívnym šedým telesom (žiaričom) s parametrami  $\varepsilon_1$  a  $T_1$  a rozsiahlym prázdny prostredím alebo obsahujúcim iné povrchy s reflexnými schopnosťami ( $\rho > 0$ ). Pre jednoduchší prípad rozsiahleho priezračného prostredia s teplotou  $T_2$ , Stefan-Boltzmannov zákon má tvar

$$q_s = M_s = \varepsilon_1 \cdot \sigma_0 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.59)$$

ktorý však nevyjadruje vlastnú intenzitu vyžarovania povrchu, ale výslednú. Termín výslednej a ďalších intenzít vyžarovania (hustoty žiarivých tokov) vysvetlíme na inom mieste. Stefanov-Boltzmannov zákon nemá všeobecnú platnosť. Neplatí napr. pre kovy, pre ktoré je  $M \sim T^5$ .

**Lambertov zákon.** Stefanov-Boltzmannov zákon umožňuje vypočítať žiarivý tok (resp. jeho hustotu), ktorý absolútne čierny alebo šedý povrch vysála zo známej plochy do všetkých smerov priestoru (z rovinatej plochy do polosféry). Neumožňuje však vypočítať jeho veľkosť do zvoleného smeru. Tento nedostatok odstraňuje Lambertov zákon, ktorý stanovuje, aká časť sálavej energie sa vyžiarí v smere určenom uhlom  $\varphi$ , ktorý zvierajú lúč a normála k povrchu žiariča o elementárnej ploche  $dA_1$  do priestorového uhla  $d\Omega$ . Situácia je znázornená na obr. 2.5.

Podmienkou platnosti Lambertovho zákona je difúzne žiarenie z predmetnej plochy. Potom súvislosť medzi normálovým žiarivým tokom  $d\Phi_n$  a tokom odkloneným o uhol  $\varphi$  ( $d\Phi_\varphi$ ) je daná vzťahom

$$d\Phi_\varphi = d\Phi_n \cdot \cos \varphi \quad [\text{W}] \quad (2.60)$$

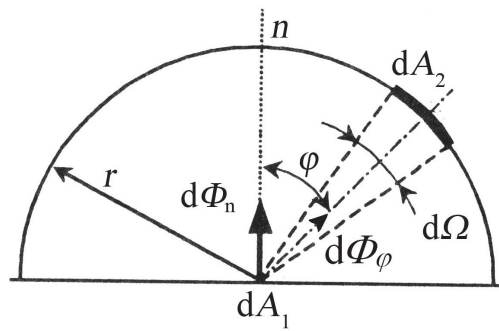
z ktorého prirodzene vyplýva, že v smere kolmom k normále ( $\varphi = 90^\circ$ ;  $\cos \varphi = 0$ ) sa žiarivý tok z elementárnej plochy  $dA_1$  rovná nule, naopak, v smere normály je maximálny. Všeobecne žiarivý tok, teda aj normálový, závisí od žiary  $L$  podľa vzťahu

$$d\Phi_n = L \cdot dA_1 \cdot d\Omega \quad [\text{W}] \quad (2.61)$$

čo po dosadení do vzťahu (2.60) dáva rovnicu

$$d^2 \Phi_\varphi = L \cdot dA_1 \cdot d\Omega \cdot \cos \varphi \quad (2.62)$$

ktorú nazývame Lambertov kosínusový zákon. V uvedených rovniciach neznámou premennou je normálový žiarivý tok (resp. žiara). Určuje sa z Lambertovho smerového zákona.



Obr. 2.5 Žiarenie z elementárnej plochy do zvoleného smeru

Pre difúzne žiarenie Lambertov smerový zákon vyjadruje súvislosť medzi intenzitou vyžarovania  $M$  (hustotou žiarivého toku) a žiarou, či pri sálaní plošnou sálavosťou  $L$ . Menovite definuje, že pri difúznom žiarení do polosféry je  $M = \pi L$ , čo pri vyjadrení oboch premenných prostredníctvom žiarivých tokov – normálového a celkového dáva

$$d\Phi_c = L \cdot dA_1 \cdot \pi = \pi \cdot d\Phi_n \quad \text{resp.} \quad d\Phi_n = \frac{d\Phi_c}{\pi} \quad (2.63)$$

To znamená, že žiarivý tok v smere normály je  $\pi$ -krát menší ako celkový tok do polosféry. S využitím Stefanovho-Boltzmannovho zákona je rovnako

$$M_c = \frac{d\Phi_c}{dA_1} = \varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot T^4 = L \cdot \pi \quad \text{resp.} \quad L = \frac{M_c}{\pi} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma_0 \cdot T^4}{\pi} \quad (2.64)$$

teda plošná sálavosť je  $\pi$ -krát menšia ako intenzita vyžarovania.

$$d^2\Phi_\varphi = \frac{\varepsilon \cdot \sigma_0}{\pi} \cdot T^4 \cdot dA_1 \cdot d\Omega \cdot \cos\varphi \quad [\text{W}] \quad (2.65)$$

Pre absolútne čierne povrchy Lambertov kosínusový zákon platí presne, pre šedé len pre uhly  $\varphi \leq 60^\circ$ .

**Kirchhoffov zákon** – vyjadruje súvislosť medzi emisiou a absorpciou žiarenia telesa, nachádzajúceho sa v stave tepelnej rovnováhy, umiestneného v priestore s inými telesami. Patrí medzi najdôležitejšie zákony prenosu tepla sálaním a konkrétne má dve interpretácie. S využitím 2. termodynamической vety vyjadruje vzťah medzi sálaním reálnych šedých telies a sálaním absolútne čierneho telesa a tiež vzťah medzi emisivitou a absorptanciou šedého telesa. Znie takto: Podiel vysálanej energie a absorptancie je pre každé teleso nachádzajúce sa v stave tepelnej rovnováhy pri tej istej teplote vždy konštantný. V tomto stave sa absorptancia telesa číselne rovná jeho emisivite, ktorá udáva, koľkokrát je vlastný sálavý tok šedého telesa menší ako vlastný tok absolútne čierneho telesa, t.j. koľkokrát menej energie vyžiari šedé teleso ako absolútne čierne v rovnakom čase. Teda

$$\frac{\Phi}{\alpha} = \Phi_0 = f(T) = \text{konšt.} \quad \text{resp.} \quad \alpha = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \varepsilon \leq 1 \quad (2.66)$$

Pre selektívne telesá, napr. rôzne kovy a ich oxidy, ich emisivita silne závisí od vlnovej dĺžky. V tomto prípade Kirchhoffov zákon má tvar

$$\frac{\Phi(\lambda)}{\alpha(\lambda)} = \Phi_0(\lambda) = f(\lambda, T) = \text{konšt.} \quad \text{resp.} \quad \alpha(\lambda) = \frac{\Phi(\lambda)}{\Phi_0(\lambda)} = \varepsilon(\lambda) \quad (2.67)$$

Teda aj spektrálna emisivita sa rovná spektrálnej absorptancii selektívneho telesa.



### 2.1.3.2 Výmena tepla sálaním medzi šedými telesami

V termokinetike pre hustoty tepelných tokov sa bežne používa značka  $q$  alebo  $\varphi$ . V teórii žiarenia, podľa normy STN ISO 31-6, hustota žiarivého (sálavého) toku má názov intenzita vyžarovania (sálania) a značka  $M$ . Oba názvy a obe značky majú rovnaký fyzikálny obsah, sú identické, t.j.  $M = q$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

$$Q = M \cdot A \equiv q \cdot A \quad [\text{W}] \quad (2.68)$$

kde  $A$  je plocha povrchu vyžarujúceho (sálavého) telesa.

Výmena tepla sálaním medzi dvoma, aj viacerými povrchmi šedých telies sa spravidla vyhodnocuje fyzikálne odlišnými sálavými tokmi, resp. ich hustotami. Už v predchádzajúcom článku sme použili termíny vlastného a výsledného sálavého toku a ich hustôt. Priradíme im fyzikálny obsah a definujeme ďalšie sálavé toky, dôležité pre výpočet výmeny tepla sálaním.

*Najskôr pripomeňme Stefan-Boltzmannov zákon v tvare (2.57), ktorý vyjadruje vlastnú intenzitu vyžarovania absolútne čierneho povrchu (telesa) a v tvare (2.58), ktorý vyjadruje rovnakú intenzitu šedého povrchu. V oboch prípadoch je to hustota vlastného sálavého toku, ktorú ak vynásobíme plochou povrchu  $A$ , dostaneme **vlastný sálavý tok** z absolútne čierneho povrchu*

$$\Phi_{0,s} = \sigma_0 \cdot T^4 \cdot A = \Phi_{0,v} \quad [\text{W}] \quad (2.69)$$

alebo zo šedého povrchu s emisivitou  $\varepsilon$

$$\Phi_{s,s} = \sigma_0 \cdot \varepsilon \cdot T^4 \cdot A = \Phi_v \quad [\text{W}] \quad (2.70)$$

Tieto toky nazývame „vlastné“ preto, že závisia len od teploty vyžarujúceho povrchu, prípadne jeho emisivity  $\varepsilon$ .

Uvažujme ďalej len reálne šedé telesá. Ak na také teleso dopadá z okolia sálavý tok  $\Phi_d$  (dopadajúci), v súlade so zákonom o zachovaní žiarivej energie (2.44) časť tohto toku sa šedým povrchom pohltí ( $\Phi_\alpha$ ) a časť sa odrazí späť do okolia ( $\Phi_\rho$ ). Veľkosť týchto zložiek závisí znova od vlastností šedého povrchu, od jeho absorptancie  $\alpha$  a reflektancie  $\rho$ . Teda platí (obr.2.6a).

$$\Phi_d = \Phi_\alpha + \Phi_\rho \quad (2.71)$$

alebo podľa (2.45) tiež

$$\alpha + \rho = 1 \quad \text{resp.} \quad \rho = 1 - \alpha \quad (2.72)$$

S ohľadom na definíciu týchto koeficientov je zároveň dopadajúci tok

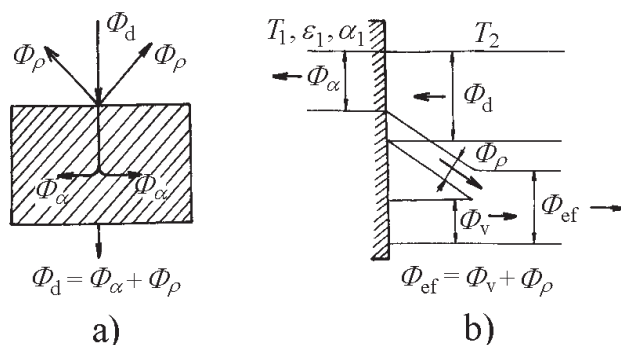
$$\Phi_d = \alpha \cdot \Phi_d + \rho \cdot \Phi_d \quad (2.73)$$

a jeho odrazená zložka

$$\Phi_\rho = \rho \cdot \Phi_d = \Phi_d - \Phi_\alpha = \Phi_d - \alpha \cdot \Phi_d = (1 - \alpha) \cdot \Phi_d \quad (2.74)$$

Súčet tejto odrazenej zložky dopadajúceho toku a vlastného sálavého toku (2.70) tvorí **efektívny sálavý tok** šedého povrchu (obr. 2.6b)

$$\Phi_{ef} = \Phi_v + \Phi_\rho = \sigma_0 \cdot \varepsilon \cdot T^4 \cdot A + (1 - \alpha) \cdot \Phi_d \quad (2.75)$$



Obr. 2.6 Súvislosti medzi sálavými tokmi na šedom povrchu telesa

V energetickej bilancii sálania šedých povrchov sa využíva ešte **výsledný sálavý tok**. Medzi dvoma šedými povrchmi sa definuje rozdielom vlastného sálavého toku povrchu s teplotou  $T_1$  (resp.  $T_2$ ) a toku ním absorbovaného z povrchu s teplotou  $T_2$  (resp.  $T_1$ ), teda všeobecne

$$\Phi_c = \Phi_v - \Phi_\alpha = \sigma_0 \cdot \varepsilon \cdot T^4 \cdot A - \alpha \cdot \Phi_d \quad (2.76)$$

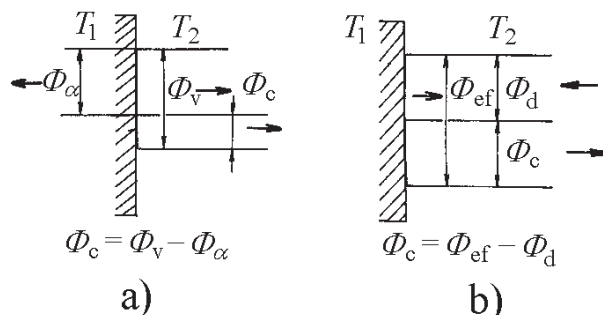
Fyzikálne je to tok „tečúci“ medzi povrchmi s teplotami  $T_1$  a  $T_2$  (obr. 2.7a). Pretože z rovnice (2.75) je

$$\Phi_v = \Phi_{ef} - \Phi_\rho = \Phi_{ef} - (1 - \alpha) \cdot \Phi_d = \Phi_{ef} - \Phi_d + \alpha \cdot \Phi_d \quad (2.77)$$

výsledný tok tiež je

$$\Phi_c = \Phi_{ef} - \Phi_d + \alpha \cdot \Phi_d - \alpha \cdot \Phi_d = \Phi_{ef} - \Phi_d \quad (2.78)$$

čo je rozdiel efektívneho a dopadajúceho toku predmetného povrchu s teplotou  $T_1$  (resp.  $T_2$ ) (obr.2.7 b)



Obr. 2.7 Dve definície výsledného sálavého toku

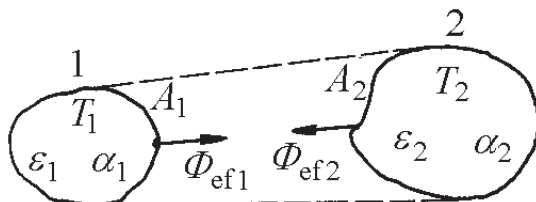
Riešením a úpravou rovníc (2.75) až (2.78) dostaneme dôležitý vzťah, vyjadrujúci súvislosť medzi vlastným, efektívnym a výsledným sálavým tokom šedého telesa [8]

$$\Phi_{ef} = \frac{\Phi_v}{\alpha} - \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) \cdot \Phi_c = \frac{\varepsilon}{\alpha} \cdot \sigma_0 \cdot T^4 \cdot A - \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right) \cdot \Phi_c \quad (2.79)$$

Táto rovnica je v literatúre známa ako **Poľakova rovnica**.

Odvođené sálavé toky a Poľakovu rovnicu aplikujeme na energetickú bilanciu výmeny tepla sáláním medzi dvoma šedými telesami, s bližšie neurčenými vypuklými povrchmi. Taká úloha zodpovedá približne výmene tepla v komore odporovej pece medzi šedým

článkom (index „1“) a šedou vsádzkou (index „2“), ak z bilancie vynecháme výmurovku pece (nezúčastňuje sa výmeny tepla, je adiabatická) a zanedbáme tiež príspevok konvekčného prenosu tepla. Článok a vsádzka sú definované teplotami povrchov, ich plochami a faktormi emisivity a absorptancie (obr. 2.8)



Obr. 2.8 Výmena tepla sálaním medzi dvoma povrchmi šedých telies

Ak by predmetná sústava bola v termodynamickvej rovnováhe, t.j. povrchy by mali rovnakú teplotu ( $T_1 = T_2$ ), výsledný sáľavý tok oboch povrchov sa rovná nule. Pretože v stave termodynamickvej rovnováhy sú emisivity a absorptancie oboch telies tiež rovnaké ( $\varepsilon_1 = \alpha_1$ ;  $\varepsilon_2 = \alpha_2$ ), Poľakova rovnica sa redukuje na tvar

$$\Phi_{ef,i} = \sigma_0 \cdot T^4 \cdot A_i \quad \text{pre } i = 1, 2 \text{ a } T = T_1 = T_2 \quad (2.80)$$

čo zároveň znamená, že hustoty oboch efektívnych tokov sú rovnaké a zodpovedajú sáľaniu absolútne čiernych povrchov. V uvažovanej komore pece je však  $T_1 \neq T_2$ , preto aj  $\varepsilon_1 \neq \alpha_1$ ;  $\varepsilon_2 \neq \alpha_2$  a teda efektívne sáľavé toky článku a vsádzky podľa (2.79) musia byť tiež rôzne, menovite

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{ef1} &= \frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} \cdot \sigma_0 \cdot T_1^4 \cdot A_1 - \left( \frac{1}{\alpha_1} - 1 \right) \cdot \Phi_{c1} \\ \Phi_{ef2} &= \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} \cdot \sigma_0 \cdot T_2^4 \cdot A_2 - \left( \frac{1}{\alpha_2} - 1 \right) \cdot \Phi_{c2} \end{aligned} \right\} \quad (2.81)$$

pričom platí, že

$$\Phi_{c1} = -\Phi_{c2} = \Phi_{c1,2} \quad (2.82)$$

ak sa výmeny tepla sálaním nezúčastňujú ďalšie povrchy. Pre ľubovoľne orientované povrchy článku a vsádzky prirodzene len časť efektívneho toku z článku dopadá na vsádzku a naopak. Vyjadríme to vzťahmi pre dopadajúce toky z povrchu  $A_1$  na  $A_2$ , resp. z  $A_2$  na  $A_1$ :

$$\Phi_{d1,2} = \Phi_{ef1} \cdot \varphi_{1,2} \quad \Phi_{d2,1} = \Phi_{ef2} \cdot \varphi_{2,1} \quad (2.83)$$

v ktorých pomerné veličiny, tzv. **uhlové koeficienty sáľania** sú

$$\varphi_{1,2} = \frac{\Phi_{d1,2}}{\Phi_{ef1}} \quad \text{a} \quad \varphi_{2,1} = \frac{\Phi_{d2,1}}{\Phi_{ef2}} \quad (2.84)$$

a vyjadrujú tú časť z efektívneho toku jedného z povrchov, ktorá dopadne na druhý povrch (z článku na vsádzku, resp. naopak). Ak sú známe dopadajúce toky, potom napr. pri teplote  $T_1 > T_2$  výsledný sáľavý tok medzi článkom a vsádzkou je určený ich rozdielom

$$\Phi_{c1,2} = \Phi_{d1,2} - \Phi_{d2,1} = \Phi_{ef1} \cdot \varphi_{1,2} - \Phi_{ef2} \cdot \varphi_{2,1} \quad (2.85)$$

čo s využitím sústavy rovníc (2.81) a po úprave dáva výsledok

$$\Phi_{c1,2} = \frac{\frac{\varepsilon_1 \cdot \sigma_0 \cdot T_1^4 \cdot A_1 \cdot \varphi_{1,2}}{\alpha_1} - \frac{\varepsilon_2 \cdot \sigma_0 \cdot T_2^4 \cdot A_2 \cdot \varphi_{2,1}}{\alpha_2}}{1 + \left(\frac{1}{\alpha_1} - 1\right) \cdot \varphi_{1,2} + \left(\frac{1}{\alpha_2} - 1\right) \cdot \varphi_{2,1}} \quad [\text{W}] \quad (2.86)$$

Zápis ostatnej rovnice sa dá zjednodušiť využitím tzv. **pravidla vzájomnosti** uhlových koeficientov, podľa ktorého platí rovnosť

$$A_1 \cdot \varphi_{1,2} = A_2 \cdot \varphi_{2,1} \quad (2.87)$$

Potom zápis (2.86) má konečný tvar

$$\Phi_{c1,2} = \frac{\frac{\varepsilon_1 \cdot \sigma_0 \cdot T_1^4}{\alpha_1} - \frac{\varepsilon_2 \cdot \sigma_0 \cdot T_2^4}{\alpha_2}}{1 + \left(\frac{1}{\alpha_1} - 1\right) \cdot \varphi_{1,2} + \left(\frac{1}{\alpha_2} - 1\right) \cdot \varphi_{2,1}} \cdot A_1 \cdot \varphi_{1,2} \quad [\text{W}] \quad (2.88)$$

a vyjadruje výsledný sálavý tok medzi dvoma šedými povrchmi. Jeho platnosť dá sa dokázať aj pre iné ako vypuklé povrchy, teda platí pre rôzne tvary článku aj vsádzky a rovnako sa dá aplikovať na výmenu tepla sálaním medzi vyžarujúcim článkom a prázdny priestorom pracovnej komory pece, ak sú definované parametre na vnútornom povrchu výmurovky. Vo všetkých prípadoch prostredie medzi vyžarujúcim a pohlcujúcim povrchom musí byť diatermické (absolútne priepustné, t.j. s transmitanciou  $\tau = 1$ ).

*Použitie pravidla vzájomnosti uhlových koeficientov (2.87) sa dá jednoducho dokázať z nasledujúcej úvahy. Ak vzájomne osáľované povrchy by boli v stave termodynamickej rovnováhy, t.j. platí, že  $T = T_1 = T_2$ ,  $\varepsilon_1 = \alpha_1$ ,  $\varepsilon_2 = \alpha_2$ , čiže platí rovnica (2.80) a zároveň pri  $T_1 = T_2$  platí aj rovnosť medzi dopadajúcimi tokmi  $\Phi_{d1,2} = \Phi_{d2,1}$ , potom podľa vzťahov (2.83) skutočne je*

$$\sigma_0 \cdot T^4 \cdot A_1 \cdot \varphi_{1,2} = \sigma_0 \cdot T^4 \cdot A_2 \cdot \varphi_{2,1} \quad (2.89)$$

z čoho dostaneme predmetné pravidlo (2.87).

Okrem pravidla vzájomnosti, pri výpočte bilancie sáľania medzi dvoma alebo viacerými rôzne orientovanými povrchmi, sa uplatňujú ďalšie pravidlá pre uhlové koeficienty. Sú to tieto:

- **pravidlo uzavretosti**, súčet všetkých uhlových koeficientov jedného z povrchov v sústave  $n$ -povrchov sa vždy rovná hodnote jeden, t.j. pre  $i$ -tý povrch ( $i \in \langle 1, n \rangle$ )

$$\varphi_{i,1} + \varphi_{i,2} + \dots + \varphi_{i,i} + \dots + \varphi_{i,n} = 1 \quad (2.90)$$

- **pravidlo vypuklosti**, vypuklý povrch nemôže sáľať na seba, t.j. pre vypuklý  $i$ -tý povrch je

$$\varphi_{i,i} = 0 \quad (2.91)$$

- **pravidlo aditívnosti**, ak  $k$ -tý povrch má plochu  $A_k = A_{k1} + A_{k2} + \dots + A_{kn}$ , potom

$$\varphi_{i,k} = \varphi_{i,k1} + \varphi_{i,k2} + \dots + \varphi_{i,kn} \quad (2.92)$$

Odporový článok v pracovnej komore pece sála teplo v stavoch, ktoré označujeme ako blízke termodynamickej rovnováhe. Sú to také, pri ktorých teploty  $T_1$  a  $T_2$  nie sú príliš rozdielne, preto pre emisivity a absorptancie článku a vsádzky sa dá prijať ďalší predpoklad o ich približnej rovnosti, t.j.  $\varepsilon_1 = \alpha_1$ ,  $\varepsilon_2 = \alpha_2$ . S týmto predpokladom výsledný sálavý tok

(2.88) medzi článkom a vsádzkou (resp. prostredím komory pece ohraničenej výmurovkou), sa dá vyjadriť ešte jednoduchšie a to

$$\Phi_{c1,2} = \frac{\sigma_0 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \cdot A_1 \cdot \varphi_{1,2}}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot \varphi_{1,2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \cdot \varphi_{2,1}} \quad [\text{W}] \quad (2.93)$$

Odvođené vzťahy v tomto článku sú základné a všeobecné pre výpočet energetickej bilancie prenosu tepla sálaním v sústave šedých telies.

## 2.2 Energia elektromagnetického poľa a jej prenos

Existencia elektromagnetického poľa je základom celej elektrotechniky. Všetky javy a procesy v elektrotechnike, bez rozdielu na ich charakter a praktické aplikácie, sú vždy istým prejavom elektromagnetického poľa, prejavom jeho priestorových a časových zmien.

Elektromagnetické pole sa v prírode prejavuje rôznou intenzitou, v rôznych formách. Obklopuje nás a účinkuje na nás prirodzené pole prichádzajúce z kozmu, z atmosférických búrok, ovplyvňuje nás umelé pole, generované rôznymi elektrotechnickými prvkami a zariadeniami, napr. anténami, elektrickým vedením, elektrickými spotrebičmi a pod. Elektromagnetické pole je nosičom (elektromagnetickej) energie, je teda schopné konať prácu, čo potvrdzuje známy Planckov zákon (2.41). Zároveň z rovnako platného Einsteinovho zákona (2.42) tiež vyplýva, že elektromagnetické pole má určitú hmotnosť a teda aj hybnosť.

Podľa týchto tvrdení môžeme termínom **elektromagnetické pole** označiť istú formu hmoty s konkrétnou energiou, hmotnosťou a hybnosťou, ktorá je generovaná pohybom elektrických nábojov. Preto aj interakcia tohto poľa s akoukoľvek látkou, resp. prostredím sa vždy uskutočňuje prostredníctvom nábojov, obsiahnutých v tejto látke, resp. v prostredí [9].

*V týchto súvislostiach pripomeňme pojem elektrického náboja. Elektrický náboj je mierou určitej vlastnosti častíc, od ktorých sa nedá oddeliť. Dá sa však hromadiť, teda je fyzikálnou kvantitou. Náboj môže byť kladný (nosičom je napr. protón) alebo záporný (nosičom je elektrón), oba sa navzájom neutralizujú. Dôležité základné vlastnosti nábojov sú [10]:*

- *náboj sa nedá vytvoriť ani zničiť (platí zákon o zachovaní nábojov);*
- *náboj sa nedá neobmedzene deliť, elementárnym kvantom je náboj elektrónu, resp. protónu o hodnote  $\pm 1,602 \cdot 10^{-19}$  C;*
- *algebraický súčet všetkých kladných a záporných nábojov v prírode sa rovná nule (celá príroda je elektricky neutrálna);*
- *veľkosť náboja je nezávislá od pohybu nabitej častice v pozorovacej sústave.*

Interakcia elektromagnetického poľa s prostredím sa prejavuje jeho silovým účinkom na náboje prostredia. Ak v prostredí je bodový náboj  $Q$ , pohybujúci sa rýchlosťou  $\mathbf{v}$  (relatívna rýchlosť k pozorovacej sústave), pôsobí naň sila vyjadrená Lorentzovým vzťahom

$$\mathbf{F} = Q \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad [\text{N}] \quad (2.94)$$

o ktorej veľkosti rozhodujú vektory poľa  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$ . Sú to základné vektory elektromagnetického poľa, vektor  $\mathbf{E}$  sa nazýva elektrická intenzita alebo elektrická zložka intenzity elektromagnetického poľa [ $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ ], vektor  $\mathbf{B}$  je magnetická indukcia tohto poľa [T]. K týmto sú priradené ďalšie dôležité vektory, ktoré priamo súvisia s budiacimi nábojmi, resp. prúdmi. Sú to:

- elektrická indukcia poľa  $\mathbf{D}$  [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$ ]
- magnetická intenzita, resp. magnetická zložka intenzity elektromagnetického poľa  $\mathbf{H}$  [ $\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$ ]
- hustota prúdu (vo vodivom prostredí)  $\mathbf{J}$  [ $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ ]

Medzi uvedenými vektormi platia známe vzťahy, tzv. materiálové rovnice elektromagnetického poľa, vyjadrujúce vplyv prostredia na javy prebiehajúce v poli:

$$\mathbf{J} = \gamma \cdot \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = \varepsilon \cdot \mathbf{D}, \quad \mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} \quad (2.95)$$

v ktorých je:

$\gamma$  – konduktivita prostredia [ $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ]

$\varepsilon$  – permitivita prostredia [ $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ]

$\mu$  – permeabilita prostredia [ $\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$ ]

Elektromagnetické pole (striedavých napätí, pozri tab. 1.1), analogicky ako všeobecné elektromagnetické žiarenie (vlnenie), má súčasne kvantový (korpuskulárny) aj vlnový charakter. Pri veľkých súboroch kvánt (fotónov), s energiou zodpovedajúcou rovnici (2.41), ustupuje diskretná forma poľa a prevláda vlnová. Také pole sa považuje za spojitostne rozložené v priestore. Preto tiež elektromagnetické pole, ktoré sa v priestore šíri konečnou rýchlosťou, sa nazýva elektromagnetická vlna. Vo vákuu sa šíri rýchlosťou svetla.

Už zo vzťahu (2.94) vyplýva, že elektromagnetické pole či vlnenie má dve zložky, elektrickú a magnetickú. Spravidla sa vyjadrujú základnými vektormi poľa, buď intenzitou  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$ , alebo zodpovedajúcimi indukciami  $\mathbf{D}$  a  $\mathbf{B}$ . Tieto, spolu s hustotou prúdu  $\mathbf{J}$  vo vodivom prostredí sú určujúce pre formulovanie základných rovníc elektrodynamiky – Maxwellových rovníc.

*Maxwellove rovnice* – sú základné parciálne diferenciálne rovnice elektromagnetického poľa, ktoré popisujú jeho makroskopické zákonitosti. Pre nepohybujúce sa prostredie – priestor vyplnený látkou, ktoré je homogénne, izotropné a lineárne sa udávajú v nasledujúcom poradí a tvare

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \gamma \cdot \mathbf{E} + \varepsilon \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad [\text{A}\cdot\text{m}^{-2}] \quad (2.96)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad [\text{V}\cdot\text{m}^{-2}] \quad (2.97)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho_0 \quad [\text{C}\cdot\text{m}^{-3}] \quad (2.98)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad [\text{Wb}\cdot\text{m}^{-3}] \quad (2.99)$$

s týmto fyzikálnym obsahom:

1. Maxwellova rovnica (2.96) vyjadruje poznatok, že nielen vodivostný prúd ( $\mathbf{J}$ ), ale aj posuvný prúd ( $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ) vyvoláva vo svojom okolí vírové magnetické pole

2. Rovnica (2.97) je vyjadrením inverzného javu, t.j. časová zmena magnetického poľa ( $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ) je vždy spojená s existenciou vírového elektrického poľa (zákon elektromagnetickej indukcie)

Rovnice (2.96) a (2.97) sú hlavné Maxwellove rovnice, ďalšie dve sú vedľajšie. Rovnica (2.98) vyjadruje Gaussov vzťah a potvrdzuje existenciu voľného elektrického náboja s hustotou  $\rho_0$ , napokon 4. rovnica tvrdí, že voľný magnetický náboj neexistuje. Z toho vyplýva, že magnetické pole nemá zdroje (magnetické náboje) a magnetické siločiarly sú vždy uzavreté krivky.

Prvé dve rovnice predstavujú plošné hustoty príslušných premenných, ďalšie dve predstavujú ich objemové hustoty. Všetky Maxwellove rovnice (2.96) až (2.99) ozrejmujú príčiny vírov (rotácií) a výtokov (divergencií) jednotlivých vektorov poľa. Príčinami sú zdroje týchto vírov a výtokov, na pravých stranách rovníc. Zdroje výtokov tiež nazývame žriedla vektorov [10]. Maxwellove rovnice tvoria úplný systém rovníc, ktorými je elektromagnetické pole v danej oblasti jednoznačne určené pre všetky časy  $t > 0$ . Okrem uvedeného diferenciálneho tvaru Maxwellových rovníc sa z praktických dôvodov častejšie používa ich integrálny tvar.

Elektromagnetické pole striedavých napätí je špecifický prípad elektromagnetického žiarenia. Z tohto konštatovania vyplýva, že aj prenos energie elektromagnetického poľa má podobný fyzikálny princíp ako prenos žiarivej energie a uskutočňuje sa podľa analogických zásad. Ak teda pre prenos žiarivej energie platí Umovova teoréma, musí rovnako vyhovovať aj popisu prenosu jej špecifickej formy – energie elektromagnetického poľa. Aby sme však energetickú bilanciu predmetného poľa vedeli urobiť adresne, treba vyjadriť hustotu žiarivej energie a jej tok premennými, ktoré pole jednoznačne definujú.

Z teórie elektrodynamiky vieme, že tak ako pole má dve zložky – elektrickú a magnetickú, má rovnako aj dve zložky energie. Ak sa pole nachádza v ustálenom stave, obe zložky energie sa dajú vyjadriť prostredníctvom jej objemovej hustoty jednoduchými rovnicami [10]:

- pre hustotu energie elektrického poľa o intenzite  $E$  je

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{E}^2 \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.100)$$

- pre hustotu energie magnetického poľa o intenzite  $H$  je

$$w_m = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \mathbf{H}^2 \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.101)$$

Elektromagnetické pole je teda nosičom celkovej energie

$$w_r = w_e + w_m = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon \cdot \mathbf{E}^2 + \mu \cdot \mathbf{H}^2) \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.102)$$

Je to energia v poli rozptýlená a nazhromaždená, ktorej veľkosť určujú obe intenzity a materiálové vlastnosti prostredia poľa. Platnosť rovnice (2.102) sa dá rozšíriť aj na nestacionárne polia, ak budeme na ňu aplikovať časovú deriváciu. Dostaneme zápis

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (w_e + w_m) = \varepsilon \cdot \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \cdot \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.103)$$

čo je parciálna diferenciálna rovnica, ktorá prostredníctvom zmeny hustoty energie fyzikálne predstavuje jej prenos v poli o jednotkovom objeme za jednotku času. Je to výkon poľa jednotkového objemu. Ostáva túto rovnicu zapísať vo vyjadreniach Umovovej teorémy.

Za týmto účelom najskôr ju prenasobíme znamienkom  $(-)$  a následne časovú deriváciu oboch intenzít poľa vyjadríme s využitím 1. a 2. Maxwellovej rovnice. Dostávame

$$-\varepsilon \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \gamma \cdot \mathbf{E} - \text{rot } \mathbf{H} \quad \text{podobne} \quad -\mu \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot } \mathbf{E} \quad (2.104)$$

čím po dosadení do predchádzajúcej rovnice (2.103) napokon získame tvar

$$-\frac{\partial w_r}{\partial t} = \gamma \cdot \mathbf{E}^2 - \mathbf{E} \cdot \text{rot } \mathbf{H} + \mathbf{H} \cdot \text{rot } \mathbf{E} = \gamma \cdot \mathbf{E}^2 + \text{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \quad (2.105)$$

pričom sme využili pravidlo vektorovej algebry, že  $(-\mathbf{E} \cdot \text{rot } \mathbf{H} + \mathbf{H} \cdot \text{rot } \mathbf{E} = \text{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}))$ . Získaná rovnica je fyzikálne kompatibilná s Umovovou teorémou. Ľavá strana znovu vyjadruje úbytok energie poľa (v jednotkovom objeme za jednotku času), pravá strana príčinu tohto úbytku. Tá má dvojaký charakter. Ak je prostredie vodivé, definované konduktivitou  $\gamma$ , súčin  $\gamma \cdot \mathbf{E}^2$  predstavuje časť energie poľa, ktorá sa v prostredí premení na teplo (súčin  $\gamma \cdot \mathbf{E}^2$  predstavuje elementárnu formu Jouleovho zákona). Vektorový súčin v druhom člene má jednotku  $[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$ , je to teda hustota toku energie poľa a pod divergenciou vyjadruje do okolia vyžiarený výkon poľa z jednotkového objemu. Predbežne ho označme  $\mathbf{S}_N$ . Odvodenú všeobecnú rovnicu energetickej bilancie poľa (2.105) konkretizujeme podľa charakteru prostredia. Menovite pre:

- **prostredie nevodivé ( $\gamma=0$ ) a bez vonkajšieho zdroja poľa ( $P_z=0$ )**

v diferenciálnom zápise bude mať tvar

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} + \text{div } \mathbf{S}_N = 0 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (2.106)$$

a v integrálnom zápise

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V w_r \cdot dV + \oint_A \mathbf{S}_N \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad [\text{W}] \quad (2.107)$$

- **prostredie vodivé ( $\gamma>0$ ) a bez vonkajšieho zdroja poľa ( $P_z=0$ )**

v diferenciálnom tvare

$$\frac{\partial w_r}{\partial t} + \gamma \cdot \mathbf{E}^2 + \text{div } \mathbf{S}_N = 0 \quad (2.108)$$

a v integrálnom tvare

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V w_r \cdot dV + \int_V \gamma \cdot \mathbf{E}^2 \cdot dV + \oint_A \mathbf{S}_N \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (2.109)$$

Ak elektromagnetické pole je generované vonkajším zdrojom s výkonom  $P_z$ , potom mu vyhovujú rovnice pre  $\gamma=0$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V w_r \cdot dV + \oint_A \mathbf{S}_N \cdot d\mathbf{A} = P_z \quad (2.110)$$

alebo pre  $\gamma>0$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V w_r \cdot dV + \int_V \gamma \cdot \mathbf{E}^2 \cdot dV + \oint_A \mathbf{S}_N \cdot d\mathbf{A} = P_z \quad (2.111)$$

Ostatné dve rovnice sa dajú fyzikálne interpretovať tiež takto: výkon vonkajšieho zdroja  $P_z$  sa spotrebuje na zväčšenie energie poľa a ostávajúca časť sa vyžiari prostredníctvom vektora  $\mathbf{S}_N$  z objemu  $V$  uzavretého povrchom  $A$  do okolia. Vo vodivom



prostredí časťou energie zdroja sa pokrývajú Jouleove straty v objeme prostredia. Celý súbor rovníc (2.106) až (2.111) je teda určitou formou zápisu Umovovej teorémy, ale vyjadrenou premennými elektromagnetického poľa a parametrami prostredia. Preto rovnako ako rovnice (2.53) a (2.54) aj ostatný súbor vyjadruje vždy energetickú bilanciu elektromagnetického poľa v konkrétnom prostredí, a pri existencii vonkajšieho zdroja aj s jeho výkonom  $P_z$ .

### 2.2.1 Poyntingov žiarivý vektor

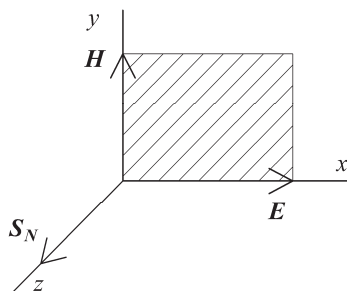
Z porovnania Umovovej teorémy v tvare (2.54) s najjednoduchšou predchádzajúceho súboru (2.106), vyplýva tiež tento zápis

$$-\frac{\partial w_r}{\partial t} = \operatorname{div} \mathbf{U} = \operatorname{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \operatorname{div} \mathbf{S}_N = -v_w \quad (2.112)$$

Rovnako je vyjadrením zákona o zachovaní energie elektromagnetického poľa v nevodivom prostredí a bez vonkajšieho zdroja. Tok energie s hustotou  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  cez uzavretú plochu  $A$  do alebo z objemu  $V$  ohraničeného touto plochou rovná sa rýchlosti nárastu alebo úbytku energie poľa  $v_w$  v objeme rozptýlenej a nazhromaždenej. Vektor

$$\mathbf{S}_N \equiv \mathbf{U} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.113)$$

má teda rovnaký fyzikálny obsah ako Umovov vektor. Prostredníctvom vektorov intenzít  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  znovu vyjadruje hustotu toku energie aktuálneho elektromagnetického poľa. Vektor  $\mathbf{S}_N$  sa nazýva **Poyntingov žiarivý vektor**, po anglickom fyzikovi, ktorý ho do teórie elektromagnetického poľa zaviedol ešte v roku 1885. Ako vektorový súčin oboch intenzít poľa smer Poyntingovho vektora je prirodzene vždy kolmý na rovinu prechádzajúcu vektormi  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$ . Jeho veľkosť je  $|\mathbf{S}_N| = E \cdot H \cdot \sin 90^\circ = E \cdot H$ , t.j. plocha obdĺžnika so stranami  $E$  a  $H$  (obr. 2.9)



Obr. 2.9 Smer a veľkosť Poyntingovho vektora

Pri časovo harmonicky sa meniacich zložkách vektorov poľa je vyjadrenie Poyntingovho vektora podobné ako pri výkone harmonických prúdov. To znamená, že Poyntingov vektor je komplexné číslo, jednoznačne určené vektorovým súčinom fázora  $\underline{\mathbf{E}}$  a komplexne združeného fázora  $\underline{\mathbf{H}}^*$ , čo je

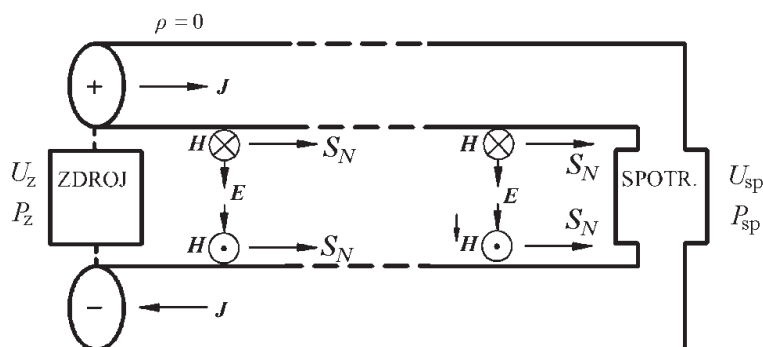
$$\underline{\mathbf{S}}_N = \underline{\mathbf{E}}_{\text{ef}} \times \underline{\mathbf{H}}_{\text{ef}}^* = \operatorname{Re}(\underline{\mathbf{S}}_N) + j \cdot \operatorname{Im}(\underline{\mathbf{S}}_N) \quad (2.114)$$

kde  $\operatorname{Re}(\underline{\mathbf{S}}_N) = q_w$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ] predstavuje činnú zložku hustoty toku energie poľa, transportovanú za jednotku času. Má rovnaký fyzikálny obsah ako Poyntingov vektor v časovo stálom poli.

$\text{Im}(\underline{S}_N) = q_j$  [ $\text{VA}\cdot\text{m}^{-2}$ ] znamená jalovú zložku tej istej hustoty toku energie poľa, transportovanú tiež za jednotku času. Má však iný fyzikálny význam, je to časť transportovanej energie poľa, ktorá periodicky konvertuje z elektrickej formy na magnetickú a naopak.

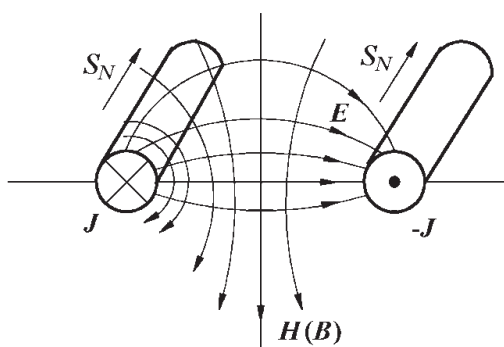
Pre lepšiu názornosť, prenos energie elektromagnetického poľa s využitím Poyntingovho vektora ilustrujme na konkrétnych príkladoch, rozdielnych povahou prostredia.

1. **Ideálne vodivé prostredie ( $\rho=0$ ;  $\gamma\rightarrow\infty$ ).** Uvažované prostredie simulujeme bezodporovým dvojvodičovým vedením, z jednej strany pripojeným na jednosmerný zdroj s výkonom  $P_z$ . Po pripojení napätie zdroja generuje najskôr elektrické pole s intenzitou  $\mathbf{E}$ , ktoré je príčinou vzniku magnetického poľa s intenzitou  $\mathbf{H}$  (1. Maxwellova rovnica). Existencia oboch zložiek elektromagnetického poľa spôsobuje prenos jeho energie od zdroja k spotrebiču. Situácia je znázornená na obr. 2.10



Obr. 2.10 Prenos energie pozdĺž ideálneho dvojvodičového vedenia ( $\rho=0$ )

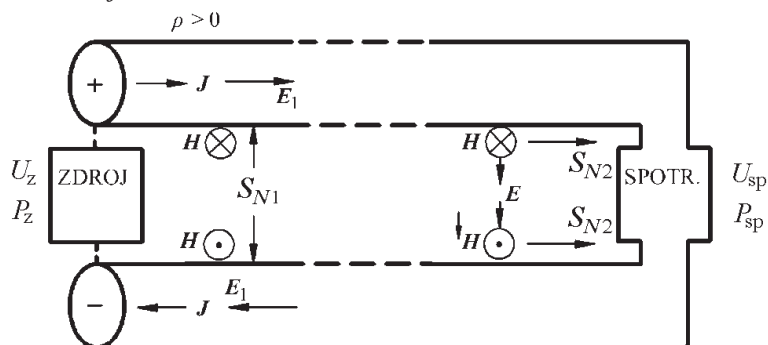
Ak konduktivita vedenia je nekonečne veľká, potom v priečnom reze vedenia je tvar poľa zhodný s tvarom, aké má pole medzi dvoma bodovými nábojmi opačného znamienka. Intenzita  $\mathbf{E}$  má smer kolmý k povrchu vodičov, magnetické siločiarajú majú tvar sústredných kružníc. Obe zložky intenzít sú navzájom kolmé a smer toku energie od zdroja k spotrebiču (Poyntingov vektor) je rovnobežný s vodičmi (obr. 2.10) a (obr. 2.11) Preto celý výkon zdroja sa bezstratovo prenesie do spotrebiča.



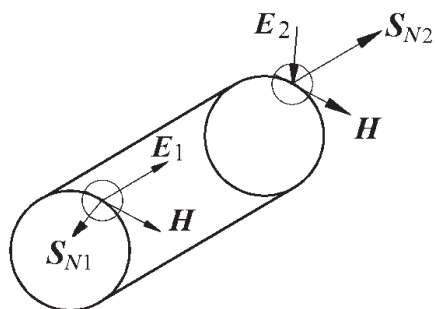
Obr. 2.11 Tvar elektromagnetického poľa ideálneho dvojvodičového vedenia ( $\rho=0$ )

2. **Reálne vodivé prostredie ( $\rho\neq 0$ ).** Ak budeme uvažovať priestorovo rovnaké dvojvodičové vedenie ako v predchádzajúcom príklade, ale s reálnou rezistivitou vodičov, bilancia energie a konfigurácia elektromagnetického poľa sa zmenia

z jednoduchej príčiny. Časť prenášanej energie poľa sa spotrebuje na prekonanie odporu vodiča pri zmene chaotického pohybu elektrónov na usmernený. Z pohľadu elektrickej intenzity poľa to znamená, že musí mať zložku vektora  $\mathbf{E}_1$ , orientáciou zhodnú s hustotou prúdu  $\mathbf{J}$  vo vodičoch. Zvyšná zložka vektora intenzity  $\mathbf{E}_2$  má pôvodný smer ako v predchádzajúcom príklade. Obe zložky sa prirodzene vektorovo sčítajú. Situácia je znázornená na obr. 2.12 a obr. 2.13.



Obr. 2.12 Prenos energie pozdĺž reálneho dvojvodičového vedenia ( $\rho \neq 0$ )



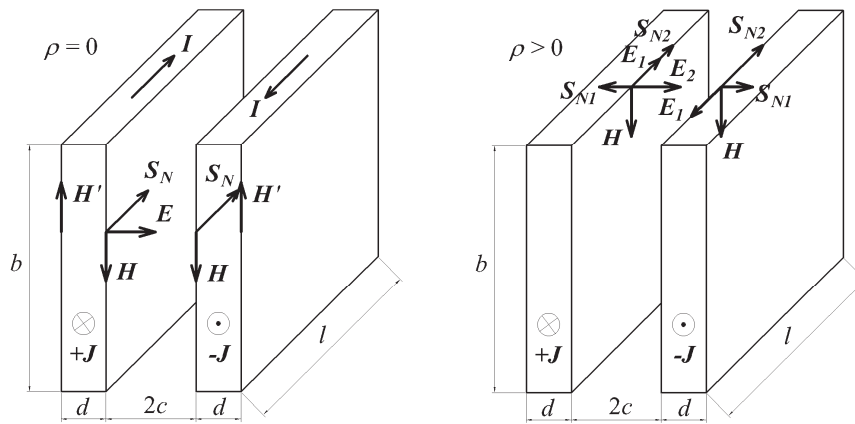
Obr. 2.13 Orientácia vektorov  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ , a  $\mathbf{S}_N$  pre vodič s  $\rho \neq 0$

Dvom zložkám vektora intenzity  $\mathbf{E}$  zodpovedajú orientáciou rozdielne dve zložky Poyntingovho vektora. Zložka  $\mathbf{S}_{N1} = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}$  (pozri obr. 2.13) má smer kolmý k povrchu vodičov, teda energia vstupuje do nich, pohlcuje sa a spotrebuje sa na pokrytie Jouleových strát, ktorých pôvod vysvetlíme neskôr. Druhá zložka vektorov  $\mathbf{S}_{N2} = \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}$  má rovnaký smer ako v prípade prvom, teda aj rovnaký fyzikálny obsah. Tok energie má smer osí oboch vodičov a sprostredkuje teda prenos energie poľa od svoriek zdroja k svorkám spotrebiča.

Z oboch príkladov vyplýva jeden dôležitý poznatok: V príklade prvom celá a v príklade druhom časť energie zdrojom vytvoreného elektromagnetického poľa sa prenáša od tohto zdroja k spotrebiču. Len časť energie poľa v druhom príklade vstupuje cez povrch vodičov do ich vnútra. Energia sa teda netransportuje vodičmi ako sa všeobecne interpretuje, ale prúdi priestorom v okolí povrchu vodičov. Prítomnosť oboch vodičov pri prenose energie je však nutná, nakoľko vytvára potrebnú geometriu poľa.

Aby sme presnejšie vymedzili priestor, ktorým prúdi energia poľa, analyzujeme pomery medzi dvoma pásovými vodičmi, ktorých geometrické parametre sú známe. Znovu budeme predpokladať, že pole medzi pásmi je homogénne, čo je reálne vtedy, ak dĺžka a výška pásov sú podstatne väčšie ako vzdialenosť medzi nimi. Situácia je znázornená na nasledujúcom obr. 2.14, zase pre dva prípady konduktivity

- prostredie dokonale vodivé ( $\rho = 0$ )
- prostredie nedokonale vodivé ( $\rho > 0$ )

Obr. 2.14 Tok energie poľa medzi pásovými vodičmi pre rezistivitu  $\rho = 0$  a rezistivitu  $\rho > 0$ 

1. **Rezistivita pásových vodičov  $\rho = 0$ .** Za predpokladu homogénneho poľa medzi pásmi, obe intenzity sú jednoznačne dané veľkosťou napätia na vedení a prechádzajúcim prúdom. Menovite ich veľkosti sú

$$E_p = \frac{U}{2 \cdot c} \quad [\text{V} \cdot \text{m}^{-1}] \quad \text{podobne} \quad H_p = \frac{I}{b} \quad [\text{A} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (2.115)$$

Ich súčin je veľkosť Poyntingovho vektora (hustota toku energie)

$$S_N = E_p \cdot H_p = \frac{U \cdot I}{2 \cdot c \cdot b} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.116)$$

a tok energie, t.j. prenášaný výkon potom je

$$P_N = S_N \cdot A_p = \frac{U \cdot I}{2 \cdot c \cdot b} \cdot 2 \cdot c \cdot b = U \cdot I = P_z \quad [\text{W}] \quad (2.117)$$

čo potvrdzuje, že energia poľa sa skutočne prenáša v priestore medzi pásovými vodičmi s prierezom  $2 \cdot c \cdot b$  a rýchlosť jej prenosu je totožná s výkonom zdroja energie. Pre  $\rho = 0$  sa pritom prenáša bez strát. Túto situáciu znázorňuje orientácia vektorov  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{S}_N$  (v kolmom reze vedenia) na obr. 2.14 vľavo.

2. **Rezistivita pásových vodičov  $\rho > 0$ .** Výkon zdroja sa rozkladá na dve zložky. Na zložku prenášaného výkonu k spotrebiču  $\mathbf{S}_{N2} = \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}$ , ktorého veľkosť a smer sa stanoví rovnako, ako pre pásové vodiče s rezistivitou  $\rho = 0$ . Druhá zložka  $\mathbf{S}_{N1} = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}$  vyjadruje tok energie vstupujúci do pásov ich povrchom na dĺžke  $l$ . Stanovme ju znovu vyjadrením oboch intenzít:

$$E_1 = \rho \cdot J = \rho \cdot \frac{I}{d \cdot b} = \rho \cdot \frac{I}{A_1} \quad \text{podobne} \quad H = \frac{I}{b} \quad [\text{W}] \quad (2.118)$$

Ich súčin je veľkosť vektora

$$S_{N1} = E_1 \cdot H = \rho \cdot \frac{I^2}{d \cdot b^2} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (2.119)$$

celkove do oboch pásov vstupuje energia o veľkosti

$$P_s = S_{N1} \cdot 2 \cdot (b \cdot l) = \rho \cdot \frac{I^2}{d \cdot b^2} \cdot 2 \cdot b \cdot l = \rho \cdot \frac{2 \cdot I^2}{d \cdot b} \cdot l = \rho \cdot \frac{2 \cdot l}{A} \cdot I^2 = R \cdot I^2 \quad [\text{W}] \quad (2.120)$$

čo je v súlade s Jouleovým zákonom totožné s elektrickými stratami v oboch pásoch. Táto situácia je znázornená tiež na obr.2.14, vpravo (pri pohľade zhora na predmetné vedenie).

Záverom k vysvetleniu Poyntingovho vektora treba zdôrazniť, čo je nosičom energie pri jej prenose jednosmerným prúdom. V okamihu pripojenia vedenia k jednosmernému zdroju napätia, v dôsledku narastajúcej intenzity elektrickej zložky poľa  $\underline{E}$  rastie aj prúd s hustotou  $\underline{J}$ , ktorý vyvoláva zvýšenie intenzity  $\underline{H}$ . Pozdĺž predmetného vedenia vzniká elektromagnetická vlna, ktorá sa šíri v blízkom okolí jeho povrchu. V každom bode vodičov vyvoláva usmernenie pohybu voľných nosičov (elektrónov), ktorý je udržiavaný, čo do veľkosti a smeru, vektorom intenzity elektrickej zložky poľa  $\underline{E}$ . Význam Poyntingovho vektora je teda v tom, že pri prenose elektrickej energie v prúdovom poli vodičov jednoznačne určuje jej veľkosť, miesto a smer prenosu.[11]

### 2.2.2 Vlnové rovnice elektromagnetického poľa

Pri riešení niektorých praktických úloh prostredníctvom Maxwellových rovníc je výhodnejšie ich nahradiť rovnicami, ktoré vystihujú vlnový charakter elektromagnetického poľa. Také rovnice sa nazývajú vlnové rovnice elektromagnetického poľa (EMP) alebo rovnice šírenia elektromagnetického vlnenia (EMV). Spolu s podmienkami jednoznačnosti konkrétnej úlohy tvoria matematický model v priestore sa šíriaceho EMP.

Transformácia Maxwellových rovníc na vlnové nie je zložitá. Pre časovo harmonický priebeh oboch zložiek  $\underline{E}$  a  $\underline{H}$  intenzity poľa, obyčajné vektory  $\underline{E}$  a  $\underline{H}$  sa menia na rotujúce, teda fázory. Tieto rovnice majú tvar

$$\nabla^2 \underline{H} + (\omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu - j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu) \cdot \underline{H} = \nabla^2 \underline{H} + k^2 \underline{H} = 0 \quad (2.121)$$

$$\nabla^2 \underline{E} + (\omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu - j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu) \cdot \underline{E} = \nabla^2 \underline{E} + k^2 \underline{E} = 0 \quad (2.122)$$

Sú to vlnové rovnice harmonického EMP a vyjadrujú šírenie magnetickej a elektrickej zložky tej istej harmonickej EMV v elektricky ľubovoľnom prostredí, vodivom aj nevodivom. Elektrické vlastnosti prostredia a uhlovú rýchlosť vlnenia, obsiahnuté v rovnakom dvojčlene oboch rovníc, sumarizuje **konštanta šírenia vlnenia, resp. vlnové číslo  $k$** , t.j.

$$k^2 = \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu - j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu = -j \cdot \omega \cdot \mu \cdot (\gamma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon) \quad (2.123)$$

Konštanta šírenia vlnenia je všeobecne komplexným číslom, teda v komplexnej rovine má reálnu zložku a imaginárnu zložku (obr. 2.15)

$$k = \sqrt{-j \cdot \omega \cdot \mu \cdot (\gamma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon)} = \alpha - j \cdot \beta \quad [\text{m}^{-1}] \quad (2.124)$$

Obe zložky, reálne a kladné, vyčíslime dosadením (2.124) do (2.123). Po úprave dostaneme [11]:

$$\alpha = \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu \cdot \varepsilon}{2} \cdot \left[ 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \cdot \varepsilon} \right)^2} \right]} \quad (2.125)$$

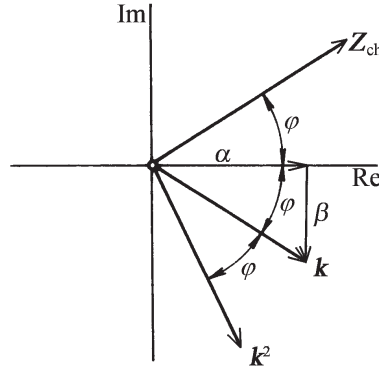
$$\beta = \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu \cdot \varepsilon}{2} \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \cdot \varepsilon} \right)^2} \right]} \quad (2.126)$$

Zložka  $\alpha$  sa nazýva **fázová konštanta** (činiteľ fázy), zložka  $\beta$  je **konštanta tlmenia** (tiež merný útlm alebo činiteľ tlmenia).

Charakter prostredia vyjadruje tiež pomer

$$Z_{\text{ch}} = \frac{\omega \cdot \mu}{k} = \sqrt{\frac{j \cdot \omega \cdot \mu}{\gamma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon}} \quad (2.127)$$

ktorý má jednotku  $V/A = \Omega$ , preto sa nazýva **charakteristická impedancia prostredia**. Nie je to impedancia v zmysle definície v teórii obvodov, ale len formálny podiel fázorov intenzity poľa  $\mathbf{E}/\mathbf{H}$ . Ako komplexné číslo je tiež znázornená na obr. 2.15.



Obr. 2.15 Konštanta šírenia vlnenia a charakteristická impedancia prostredia [10]

Napokon upravme predmetné konštanty pre elektricky konkrétne prostredie a prostredníctvom nich aj vlnové rovnice harmonického EMP. Využijeme pritom známe vzťahy medzi fyzikálnymi konštantami, ako

$$c_0^2 = \frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}; \quad v^2 = \frac{1}{\mu \cdot \varepsilon} = \frac{c_0^2}{\mu_r \cdot \varepsilon_r}; \quad \lambda = \frac{v}{f} \quad (2.128)$$

platné postupne pre rýchlosť EMV vo vákuu, pre rýchlosť EMV v prostredí s permeabilitou  $\mu$  a permitivitou  $\varepsilon$  a pre vlnovú dĺžku  $\lambda$ .

Úpravou dostaneme:

- **pre elektricky nevodivé prostredie**, t.j.  $\gamma = 0$ :

$$\left. \begin{aligned} k^2 &= \omega^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon \\ k &= \omega \cdot \sqrt{\mu \cdot \varepsilon} = \omega \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = \frac{\omega}{v} \\ \alpha &= \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu \cdot \varepsilon}{2}} \cdot (1+1) = \omega \cdot \sqrt{\mu \cdot \varepsilon} = k = \frac{\omega}{v} \quad \beta = \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu \cdot \varepsilon}{2}} \cdot (1-1) = 0 \end{aligned} \right\} (2.129)$$

Zodpovedajúce vlnové rovnice pre nevodivé prostredie sú:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \underline{\mathbf{H}} + \omega^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon \cdot \underline{\mathbf{H}} &= \nabla^2 \underline{\mathbf{H}} + \alpha^2 \underline{\mathbf{H}} = 0 \\ \nabla^2 \underline{\mathbf{E}} + \omega^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon \cdot \underline{\mathbf{E}} &= \nabla^2 \underline{\mathbf{E}} + \alpha^2 \underline{\mathbf{E}} = 0 \end{aligned} \quad (2.130)$$

Z transformovaných vzťahov vyplýva:

V dokonale nevodivom prostredí elektromagnetická vlna sa neutlmuje ( $\beta = 0$ ), konštanta šírenia vlnenia  $k$  sa redukuje na fázovú konštantu  $\alpha$ , teda na reálne číslo. Rýchlosť šírenia a vlnová dĺžka EMV v nevodivom prostredí sú

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \varepsilon}} = \frac{\omega}{\alpha}; \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \cdot \pi}{\alpha} \quad (2.131)$$

teda závisia od frekvencie zdroja vlnenia a od fyzikálnych vlastností prostredia ( $\mu$  a  $\varepsilon$ ).

- **pre elektricky vodivé prostredie**, t.j.  $\gamma > 0$ ,  $\gamma \gg \omega \cdot \varepsilon$

$$\left. \begin{aligned} k^2 &= -j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu; & k &= \sqrt{-j} \cdot \sqrt{\omega \cdot \gamma \cdot \mu} = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\omega \cdot \gamma \cdot \mu} = \frac{1-j}{a} \\ \alpha &= \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu \cdot \varepsilon}{2} \cdot \frac{\gamma}{\omega \cdot \varepsilon}} = \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma \cdot \mu}{2}} = \frac{1}{a} & \beta &= \omega \cdot \sqrt{\frac{\mu \cdot \varepsilon}{2} \cdot \frac{\gamma}{\omega \cdot \varepsilon}} = \alpha = \frac{1}{a} \end{aligned} \right\} \quad (2.132)$$

Zodpovedajúce vlnové rovnice pre vodivé prostredie sú

$$\begin{aligned} \nabla^2 \underline{H} - j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \underline{H} &= 0 \\ \nabla^2 \underline{E} - j \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \mu \cdot \underline{E} &= 0 \end{aligned} \quad (2.133)$$

Vo vodivom prostredí konštanta šírenia vlny je komplexným číslom, pričom fázová konštanta a konštanta tlmenia sú číselne rovnaké. Fyzikálne to znamená, že vodivé prostredie elektromagnetickú vlnu vždy utlmuje. Mierou utlmovania je veličina

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \gamma \cdot \mu}} \quad [\text{m}] \quad (2.134)$$

ktorú sme získali z úprav konštánt (2.132) a ktorá sa nazýva **ekvivalentná hĺbka vniku EMV**. Všeobecne poskytuje predstavu o vplyve prostredia ( $\gamma$  a  $\mu$ ) a frekvencie zdroja EMP na jeho rozloženie v predmetnom vodivom prostredí. Rýchlosť šírenia a vlnová dĺžka EMV v tomto prostredí sú tiež funkciou hĺbky vniku, nakoľko

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \omega \cdot a = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot a; \quad \lambda = \frac{v}{f} = 2 \cdot \pi \cdot a \quad (2.135)$$

Čím je menšia hĺbka vniku EMV do vodivého prostredia, tým viac sa znižuje jej rýchlosť a vlnová dĺžka.

#### Poznámka

V teórii elektromagnetického vlnenia sa často konštanta šírenia vlnenia  $k$  zamieňa **činiteľom šírenia vlnenia**  $p$ , čo je  $j$ -násobok konštanty  $k$ . Teda

$$p = j \cdot k = j \cdot (\alpha - j \cdot \beta) = \beta + j \cdot \alpha \quad (2.136)$$

Obsah konštánt  $\beta$  a  $\alpha$  je rovnaký ako v (2.124) a ich veľkosť totožná s (2.125) a (2.126).

V nevodivom prostredí je  $p = \alpha$ ;  $\beta = 0$ , vo vodivom je

$$p = j \cdot \frac{1-j}{a} = \frac{1+j}{a} \quad (2.137)$$

### 2.2.3 Praktický prenos elektrickej energie zo zdroja do konverzných zariadení

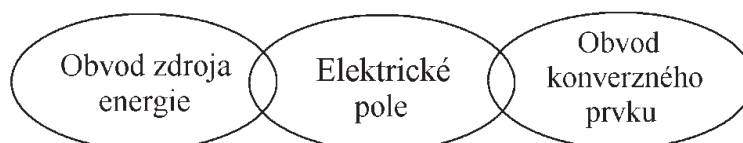
Prirodzenou podmienkou premeny elektrickej energie na ľubovoľnú koncovú formu je jej prenos do zodpovedajúceho konverzného prvku (do klasickej žiarovky, do odporovej výhrevnej špirály, na elektródy elektrolyzéra, do vsádzky indukčného ohrievača a pod.).

Aj keď prenos do všetkých konverzných prvkov sa uskutočňuje podľa rovnakého fyzikálneho princípu, prostredníctvom Poyntingovho vektora, charakter jednotlivých

konverzných prvkov (ich fyzikálne a materiálové vlastnosti a fyzikálny spôsob premeny) ovplyvňuje technické riešenie prenosu elektrickej energie. Realizuje sa dvoma odlišnými, všeobecne známymi spôsobmi:

- galvanickým spojením (kondukčne)
- elektromagnetickou väzbou (indukčných spojením)

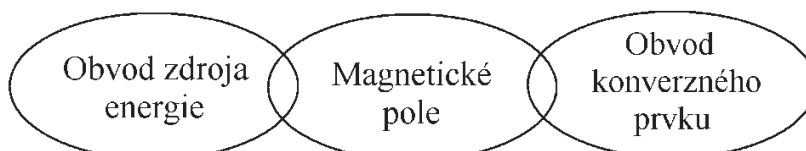
**Galvanický prenos energie** je taký pri ktorom spojenie zdroja energie s aktívnou časťou konverzného zariadenia sa realizuje sústavou kontaktov alebo elektród vodivo spojených s elektrickým napájacím obvodom (obr. 2.16).



Obr. 2.16 Galvanické spojenie zdroja elektrickej energie s konverzným prvkom

Prenos energie pozdĺž vedenia s reálnou konduktivitou sa uskutočňuje podľa princípu uvedeného k obr. 2.12., časť toku prenášanej energie sa spotrebuje vo forme elektrických strát vo vedení, zostávajúca časť sa absorbuje v konverznom prvku. Galvanický prenos energie je možný s jednosmernými aj striedavými zdrojmi, využíva sa pri konverzii elektrosvetelnej, elektrochemickej a niektorých metódach elektrotepelnej konverzie.

**Indukčný prenos energie** sa uskutočňuje prostredníctvom elektromagnetickej väzby medzi zdrojom energie a konverzným prvkom. Preto nutnou podmienkou indukčného prenosu je striedavý zdroj, ktorý generuje elektromagnetické vlnenie (spravidla harmonické), s potrebnou frekvenciou. Prenos je založený na princípe elektromagnetickej indukcie (2. Maxwellova rovnica). Spojenie medzi obvodom zdroja a konverzným prvkom sprostredkuje magnetická zložka poľa (obr. 2.17).



Obr. 2.17 Indukčné spojenie zdroja elektrickej energie s konverzným prvkom

Aby sa energia zdroja efektívne prenášala elektromagnetickou väzbou, celá sústava na obr. 2.17 musí byť priestorovo vhodne usporiadaná. Technicky sa väzba medzi dvoma obvodymi rieši vzduchom (princíp vzduchového transformátora) alebo feromagnetickým obvodom (princíp transformátora s Fe-jadrom). Indukčný prenos energie sa uplatňuje pri elektromechanickej konverzii a niektorých metódach elektrotepelnej konverzie.



### 3 PREMENA ELEKTRICKEJ ENERGIE NA SVETELNÚ ENERGIU

Svetelná energia, jednoducho svetlo, je formou energie, ktorá je najviac spätá s každodenným životom človeka a jeho uvedomelou činnosťou už od najstarších vekov. Hoci nevyčerpatelným a preto aj najvýznamnejším zdrojom prirodzeného svetla je Slnko, má nevýhodu v tom, že na konkrétnom mieste povrchu našej planéty nie je k dispozícii 24 hodín denne. Preto tak, ako sa rozširovala ľudská činnosť do večerných a nočných hodín, rástla požiadavka aj na iné, náhradné zdroje svetla. Nazývame ich **umelé zdroje svetla**. Tie sa vyvíjali súbežne s empirickými skúsenosťami a poznatkami ľudstva. Za obdobie revolúcie v umelých svetelných zdrojoch možno považovať prelom 19. a 20. storočia, kedy popri jednoduchých sviečkach (mimočodom, sviečkarstvo bolo v tých časoch uznávaným remeslom), petrolejkách i dokonalejších plynových lampách sa objavili prvé **elektrické zdroje svetla**. Keď zalistujeme v histórii, známymi priekopníkmi vo vývoji týchto zdrojov boli napr. **Lodygin** (r. 1873 robil pokusy so žeravením uhlíkovej tyčinky elektrickým prúdom), **Jabločkov** (v r. 1875-1877 sa pokúšal zostrojiť oblúkovú lampu, vyvíjal tyčinky miešaním kaolínu s horčíkom), **Nernst** (konštruoval žeraviace vlákna z rôznych kysličníkov). Túto kapitolu uzatvoril **T. A. Edison**, konštrukciou žiarovky s volfrámovým vláknom v r. 1879. Za 130 rokov elektrické svetelné zdroje sa podstatne zdokonalili.

Aj keď podiel spotreby elektrickej energie jej premenou na svetelnú formu je nižší ako pri ostatných koncových formách, elektrické svetelné zdroje sú v súčasnosti bezkonkurenčné a pre vytváranie svetelného prostredia človeka v podstate nezastupiteľné. Svetelné prostredie sa stalo neoddeliteľnou súčasťou životného prostredia, významom porovnateľným s takými prirodzenými potrebami človeka ako je napr. vzduch, voda a pod. Svetelné prostredie má dokázateľný vplyv na mnohé psychologické a fyziologické stavy ľudskej bytosti.

Uvedomelá činnosť zameraná na vytváranie vhodného svetelného prostredia sa nazýva **osvetľovanie** a jej výsledkom je **osvetlenie**. Je to stav predmetov posudzovaný množstvom svetelnej energie, dopadajúcej na objekty pozorovania. Aj keď je svetlo len prostriedkom pre získavanie zrakovej informácie, ako výsledok zložitej interakcie medzi zrakovým systémom človeka a pozorovaným objektom, osvetlenie pri akejkoľvek činnosti človeka sa dá považovať za veľmi dôležitú podmienku jeho vlastnej existencie. To v konečnom dôsledku znásobuje aj význam **SVETELNEJ TECHNIKY**, odboru, ktorého náplňou je štúdium generovania svetelnej energie (svetla) a jej využitia pre uspokojovanie rôznych potrieb človeka. [7]

#### 3.1 Optické žiarenie, všeobecná charakteristika

So všeobecnou charakteristikou elektromagnetického žiarenia sme sa už oboznámili v čl. 2.1.3. Týmto termínom sme označili prenos energie elektromagnetického vlnenia v najširšom rozsahu vlnových dĺžok, teoreticky v hraniciach  $\lambda \in \langle 0; \infty \rangle$ . Žiareniu v celom, resp. dostatočne širokom rozsahu vlnových dĺžok sme priradili názov **integrálne žiarenie**, žiarenie pri konkrétnej vlnovej dĺžke  $\lambda$ , resp. jej veľmi úzkom intervale  $d\lambda$  sme pomenovali **monofrekvenčné alebo monochromatické**. Jednotlivé monofrekvenčné zložky žiarenia po zoradení podľa vlnovej dĺžky, resp. frekvencie, tvoria **spektrum žiarenia** (pozri tab. 2.1)

Monofrekvenčné zložky v spektre žiarenia sú zaujímavé tým, že majú isté charakteristické vlastnosti, ktoré v danom prostredí sa prejavujú rozdielne, vrátane pôsobenia na živé organizmy. Z pohľadu svetelnej techniky sú aktuálne tri oblasti v spektre žiarenia, ktoré, aj pri čiastočnom prelínaní, sa dajú približne považovať za monofrekvenčné zložky. Sú to tieto oblasti:

1. **Infračervené žiarenie** (IR – žiarenie) prináleží oblasti vlnových dĺžok  $\lambda \in \langle 0,78; 1000 \rangle$   $\mu\text{m}$ , čomu zodpovedá frekvenčné pásmo žiarenia  $f \in \langle 3 \cdot 10^{11}; 3 \cdot 10^{14} \rangle$  Hz. Je to žiarenie, ktoré emitujú povrchy najmä rozžeravených pevných telies, generované z akumulovanej tepelnej energie v týchto telesách. Infračervené žiarenie pri dopade na povrchy iných telies sa nimi čiastočne pohlcuje (absorbuje) a mení predovšetkým na tepelnú formu energie. Infračervené žiarenie má teda výrazný tepelný účinok, zdroj tohto žiarenia „sála teplo“ (pozri čl. 2.1.3). Preto zdroje infračerveného žiarenia majú široké uplatnenie najmä v elektrotepelnej technike. Aplikácie majú aj inde, napr. v zdravotníctve pri diatermickej liečbe, kde sa využíva skutočnosť, že infralúče v rozsahu  $\lambda \in \langle 0,4; 0,9 \rangle$   $\mu\text{m}$  dobre prenikajú (transmitujú) ľudským organizmom. Využívajú sa tiež pri infrafotoграфии, pri konštrukcii infraďalekohľadu, ktoré transformujú infralúče na viditeľné svetlo, čo umožňuje pozorovanie objektov v noci. So znižovaním vlnovej dĺžky infračerveného žiarenia k dolnej hranici  $\lambda = 0,78$   $\mu\text{m}$  rastie podiel viditeľnej zložky žiarenia na úkor tepelnej (sálavej), s využitím vo svetelnej technike. Napokon aj klasická žiarovka je viac zdrojom sálavého tepla ako viditeľného žiarenia (svetla).

Princíp generovania infračerveného žiarenia spočíva v spontánnej emisii fotónov z ohriateho telesa, o ktorej sa ešte podrobnejšie zmienime.

2. **Svetelné žiarenie (svetlo)** sa nazýva tiež viditeľné žiarenie práve pre špecifické vlastnosti, že ho vidíme. Svetlu prináleží pásmo vlnových dĺžok približne  $\lambda \in \langle 0,38; 0,77 \rangle$   $\mu\text{m}$ . Žiarenie v tomto pásme vyvoláva prostredníctvom oka zrakový vnem. Pretože ľudské oko je stavané tak, že každú monofrekvenčnú zložku v tomto pásme zaznamenáva konkrétnym farebným tónom (farbou svetla – podľa citlivosti oka jedinca), viditeľné žiarenie sa tiež nazýva monochromatické. Napr. v spektre prirodzeného slnečného žiarenia zdravé ľudské oko dokáže rozlíšiť približne až 130 farebných tónov.

Generovanie svetla a umelé svetelné zdroje podrobnejšie popíšeme v samostatných článkoch.

3. **Ultrafialové žiarenie** (UV – žiarenie) hraničí so svetelným, smerom ku kratším vlnovým dĺžkam. Približne sa nachádza v pásme  $\lambda \in \langle 6 \cdot 10^{-9}; 4 \cdot 10^{-7} \rangle$  m. Aj UV-lúče majú špecifické vlastnosti, prejavujúce sa pri dopade na rôzne prostredia, resp. látky. Napr. dobre prenikajú vzduchom, vodou, tiež niektorými druhmi skla (draselným, fosfátovým, ...) i plexiskla. Ale obyčajné okenné sklo a tiež napr. kovy už v tenkých vrstvách UV-lúče dostatočne pohlcujú, v podstate neprepúšťajú. UV-lúče pohlcujú aj hrubé vrstvy atmosféry, čoho výsledkom je napr. to, že ľudská pokožka skôr zhnedne na horách ako v nížinách.

Pre svetelnú techniku veľmi významnou vlastnosťou UV-žiarenia je, že pri jeho dopade na niektoré látky, tzv. luminofory, nastáva luminiscenčný jav, t.j. jeho pohlcovanie a transformácia do viditeľnej oblasti žiarenia (využíva sa pri konštrukcii žiariviek). Z iných účinkov UV-žiarenia pripomeňme aspoň niektoré:

- lúče v okolí dĺžky  $\lambda = 0,185$   $\mu\text{m}$  ionizujú vzduch, vzniká ozón, čo s ohľadom na jeho toxické vlastnosti nie je vítaný jav
- lúče v okolí  $\lambda = 0,265$   $\mu\text{m}$  majú negatívne biologické účinky, čo sa využíva pri ničení rôznych baktérií, plesní, kvasiniek a pod.

- lúče v okolí  $\lambda = 0,297 \mu\text{m}$  vyvolávajú v ľudskom organizme rozširovanie ciev a na pokožke fotochemické reakcie, spojené s jej začervenaním, najmä ak pokožka nemá dostatočnú pigmentáciu. Naopak, lúče s  $\lambda = 0,283 \mu\text{m}$  v podkožných bunkách podporujú tvorbu potrebného vitamínu D a urýchľujú ukládanie vápnika v kostiach
- lúče s  $\lambda = 0,366 \mu\text{m}$  majú výrazné fotochemické účinky, s využitím pri urýchľovaní chemických reakcií.

Presné frekvenčné hranice medzi infračerveným, viditeľným a ultrafialovým žiarením sa nedajú vymedziť. Závisia totiž od viacerých okolností, napr. od citlivosti oka jednotlivca, od intenzity (toku) žiarenia a pod. Podobne je to aj s celkovým žiarením, obsahujúcim infračervenú, viditeľnú a ultrafialovú zložku. Také žiarenie sa nazýva *optické* a približne pokrýva spektrum žiarenia v rozsahu vlnových dĺžok rádovo od  $10^3 \mu\text{m}$  (milimetrové vlny) do  $10^{-3}$  (nanometrové vlny). Najväčším prírodným zdrojom optického žiarenia (rovnako ako celého spektra elektromagnetického žiarenia) na našej planéte je prirodzene Slnko.

### 3.2 Vybrané fotometrické veličiny a ich jednotky

Pripomeňme si dôležité fotometrické (svetelno-technické) veličiny a ich jednotky, podľa platnej normy **STN ISO 31-6: Svetlo a príbuzné elektromagnetické žiarenia**. Niektoré použijeme v nasledujúcich článkoch tejto kapitoly:

1. **Svetelné množstvo**  $Q$  je množstvo žiarivej energie, ktoré ľudské oko je schopné zhodnotiť ako svetelný vnem. Je to teda časť žiarivej (elektromagnetickej) energie, vyžiarená v oblasti vlnových dĺžok svetla, preto by jej prináležala jednotka joule (J). Z dôvodu, že oko má rozdielnú citlivosť na jednotlivé vlnové dĺžky svetla, vo fyzike sa svetelné množstvo vyjadruje jednotkou buď *lúmensekunda* (lm·s), alebo *lúmenhodina* (lm·h). Svetelné množstvo je matematicky definované časovým integrálom svetelného toku, t. j.

$$Q = \int \Phi \cdot dt \quad [\text{lm}\cdot\text{s}] \quad (3.1)$$

2. **Svetelný tok**  $\Phi$  zodpovedá žiarivému toku a vyjadruje jeho schopnosť spôsobiť v oku zrakový vnem. Je to teda výkon žiarenia vo viditeľnej oblasti spektra, zhodnocovaný normálnym (zdravým) ľudským okom. Matematicky je to svetelné množstvo vysielané zo zdroja do okolitého priestoru sa jednotku času:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{lm}] \quad (3.2)$$

Jednotkou svetelného toku je *lúmen* (lm).

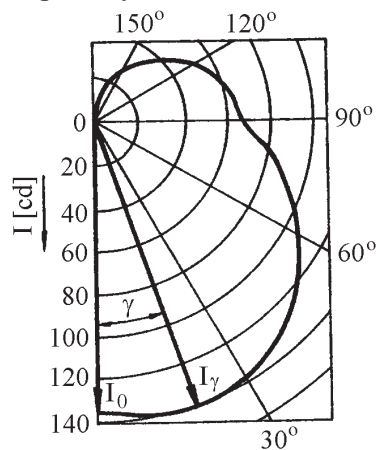
3. **Svietivosť**  $I$  patrí do základných veličín v sústave SI. V teórii žiarenia korešponduje s veličinou – **žiarivosť**, má teda rovnakú fyzikálnu podstatu. Dôvodom pre zavedenie tejto fotometrickej veličiny je skutočnosť, že svetelný tok zo zdroja do rôznych smerov priestoru je spravidla rozložený nerovnomerne. Preto okrem jeho celkovej hodnoty treba poznať tiež priestorovú hustotu tohto toku v jednotlivých smeroch. Priestorová hustota svetelného toku v týchto smeroch sa nazýva **svietivosť zdroja**. Prirodzene dá sa stanoviť len pre zdroj, ktorého rozmery sú zanedbateľné s jeho vzdialenosťou od kontrolného bodu. Takým zdrojom hovoríme **bodové zdroje svetla**. Bodový zdroj svetla v smere určenom uhlom  $\alpha$  má svietivosť  $I_\alpha$ , ktorá sa rovná svetelnému toku  $d\Phi$  obsiahnutému v jednotkovom priestorovom uhle  $d\omega$ , ktorého os leží v smere uhla  $\alpha$ . Teda

$$I_\alpha = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad [\text{cd}] \quad (3.3)$$

Jednotkou svietivosti (bodového zdroja) je **kandela** (cd). Je to svietivosť, pri ktorej bodový zdroj vyžaruje svetelný tok jedného lúmenu do priestorového uhla jedného steradiánu.

*Kandela ako základná jednotka v sústave jednotiek SI je však definovaná takto: je to svietivosť zdroja, ktorý v danom smere vysiela monochromatické žiarenie s frekvenciou  $540 \times 10^{12}$  Hz a ktorého žiarivosť v tomto smere je 1/683 Watt na steradián.*

Známe hodnoty svietivosti bodového zdroja vo všetkých smeroch priestoru, vynesené ako rádiusvektory, spojením ich koncových bodov umožňujú znázorniť tzv. fotometrickú plochu svietivosti. Rovina rezu tejto plochy, prechádzajúca bodovým zdrojom stanovuje **krivku svietivosti** (bodového zdroja v polárnych súradniciach, obr. 3.1).



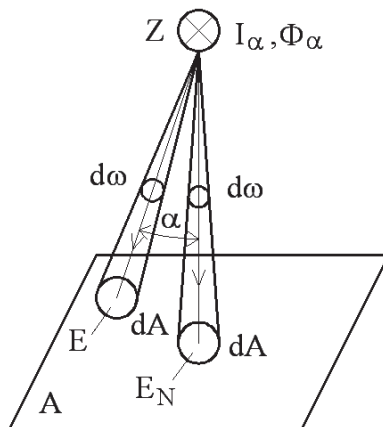
Obr. 3.1 Príklad krivky svietivosti bodového zdroja

4. **Osvetlenosť**  $E$  alebo intenzita osvetlenia elementu  $dA$  rovinatej plochy, je podiel svetelného toku  $d\Phi$  dopadajúceho na predmetný plošný element a tohto elementu  $dA$ .

$$E = \frac{d\Phi}{dA} \quad [\text{lm}] \quad (3.4)$$

Pre rovnomerne osvetľovanú plochu  $E = \Phi \cdot A$ . Osvetlenosť je teda plošná hustota svetelného toku. Jednotkou osvetlenia je **lux**. Je to osvetlenie rovinatej dosky  $1 \text{ m}^2$ , na ktorú dopadá svetelný tok veľkosti 1 lm.

Podobne ako pri iných druhoch žiarenia, aj pre osvetlenie platí známy Lambertov kosínusový zákon. Z tohto vyplýva, že maximálnu osvetlenie na ploche  $A$  získame z bodového zdroja, umiestneného do normály k plošnému elementu  $dA$ . Je to **normálová osvetlenie**  $E_N$  (obr. 3.2)



Obr. 3.2 Znárodnenie normálovej osvetlenia  $E_N$

5. **Osvit**  $e$  alebo expozícia je definovaný súčinom osvetlenia  $E$  a doby osvit, t.j. doby, počas ktorej osvetlenie trvá

$$de = E \cdot dt \quad \text{resp.} \quad e = E \cdot t \quad [\text{lx} \cdot \text{s}] \quad (3.5)$$

Jednotkou osvit je **luxsekunda**.

6. **Svetlenie**  $M$  je definované pomerom z povrchu vyžarovaného svetelného toku  $d\Phi$  k veľkosti plochy tohto povrchu  $dA$

$$M = \frac{d\Phi}{dA} \quad [\text{lm} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (3.6)$$

Jednotkou svetlenia je **lúmen na štvorcový meter**.

Medzi svetlením a osvetlením plochy je formálna zhoda. Fyzikálny rozdiel je v tom, že pri osvetlení plocha je pasívnou (svetlo dopadá na plochu) pri svetlení je plocha svetelne aktívna (vyžaruje svetlo, je teda zdrojom svetla buď primárnym alebo sekundárnym).

7. **Jas**  $L$  je podiel svietivosti  $I$  plochy zdroja  $dA$  v danom smere a priemetu tejto plochy do roviny kolmej na daný smer, t. j.

$$L = \frac{dI}{dA \cdot \cos \alpha} \quad [\text{cd} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (3.7)$$

kde  $\alpha$  je uhol medzi normálou plochy v okolí uvažovaného bodu a zvoleným smerom (uhol medzi svetelným lúčom a kolmicou na plochu). Jednotkou jasu je **kandela na štvorcový meter**.

#### Poznámka:

Veľičiny svietivosť, jas a svetlenie charakterizujú svetelné zdroje primárne alebo sekundárne.

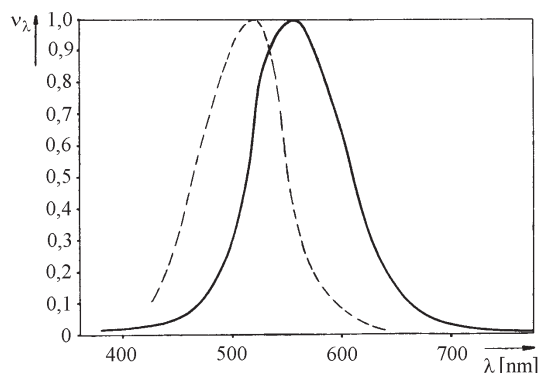
Osvetlenosť a osvit sa vzťahujú vždy na svetelne pasívne plochy, pri ktorých nie je podstatné, či slúžia ako sekundárne zdroje.

Svetelné množstvo a svetelný tok sú pojmy všeobecné.

### 3.3 Zrakový orgán, oko a jeho spektrálna citlivosť

Oko svojou dokonalou stavbou patrí medzi najzložitejšie orgány ľudského organizmu. Skladá sa z niekoľkých častí a vrstiev, z ktorých je dôležitá najmä sietnica, na ktorú sa premieta obraz pozorovaného predmetu. Na sietnici sa nachádzajú špeciálne nervové bunky, pomocou ktorých prebieha fyziologický proces premeny viditeľného žiarenia určitého vlnového rozsahu na svetelný vnem. Tieto nervové bunky sú dvojité, tzv. **tyčinky** a **čapíky**. Tyčinky sú podstatne citlivejšie ako čapíky, uplatňujú sa najmä pri zachytávaní svetelných signálov malých jasov. Pri vyšších jasoch sa clonením vyradujú z činnosti. Podľa toho, ktorá skupina buniek je v činnosti, čo teda závisí od jasov, oko zaznamenáva dvojité videnie. Tyčinkové, t. j. **skotopické videnie**, ktoré je bezfarebné. Za daných podmienok oko vníma len rozdiel jasov, ale nie farby (v noci). Pri dostatočnom osvetlení (vyšších jasoch), práve prostredníctvom čapíkov, oko začne rozpoznávať aj jednotlivé farby. Farebné videnie sa nazýva **fotopické**. Na sietnici v jednom oku je približne 100 miliónov tyčiniek a asi 6 miliónov čapíkov.

Oko je usporiadané tak, že jednotlivé vlnové dĺžky v rozsahu viditeľného žiarenia nezaznamenáva rovnomerne, k okrajovým vlnovým dĺžkam je menej citlivé. Najcitlivejšie je v okolí 555 nm, čo zodpovedá oblasti žltozelenej farby. Pre túto vlnovú dĺžku, pri adaptácii oka na dostatočne veľký jas, je vizuálny účinok maximálny. So znižovaním jasov klesá aj vlnová dĺžka, zodpovedajúca viditeľnému žiareniu s maximálnou svetelnou účinnosťou (táto vlastnosť oka sa nazýva Purkyňov fenomén), obr. 3.3.



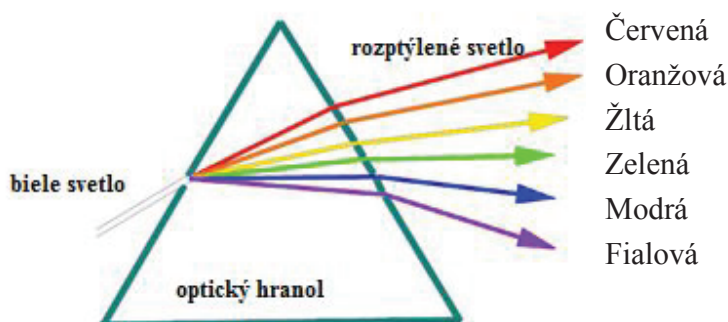
Obr. 3.3 Závislosť pomernej citlivosti oka od vlnovej dĺžky [12]

Pri skotopickom videní je táto hodnota 507 nm, pri ktorej svetelný zisk vyjadrený svetelným tokom je 1746 lúmenov z dodávaného výkonu žiarenia 1 W. Pri fotopickom videní a  $\lambda = 555$  nm, z rovnakého výkonu 1 W, sa získa svetelný tok s hodnotou 683 lúmenov. Pretože vizuálny účinok viditeľného žiarenia na jednotlivca nie je absolútne rovnaký, podľa medzinárodného dohovoru uvedené hodnoty sa vzťahujú na tzv. **spektrálnu citlivosť priemerného oka**. Pri zmiešanom svetle, farebnom alebo bielom, sa uplatňuje vždy súčet svetelných tokov jednotlivých zložiek podľa vyžiarených čiastkových výkonov.

V súvislosti s videním pripomeňme si ešte niekoľko charakteristických vlastností svetla, čiastočne známych už zo štúdia fyziky.

Vieme, že napr. prirodzené slnečné žiarenie obsahuje všetky vlnové dĺžky v spektre svetelného. Spolu ich vnímame ako **biele svetlo**. Ak biele svetlo necháme prechádzať optickým hranolom (známy pokus vo fyzike), rozkladá sa na jednotlivé farebné zložky, tzv. **spektrálne farby**. Celý zväzok spektrálnych farieb tvorí **farebné spektrum**, ktoré obsahuje

šesť základných spektrálnych farieb, od fialovej ( $\lambda_{st} = 380 \text{ nm}$ ) po červenú ( $\lambda_{st} = 770 \text{ nm}$ ). Pokus ilustruje obr. 3.4.



Obr. 3.4 Rozklad bieleho svetla na základné spektrálne farby

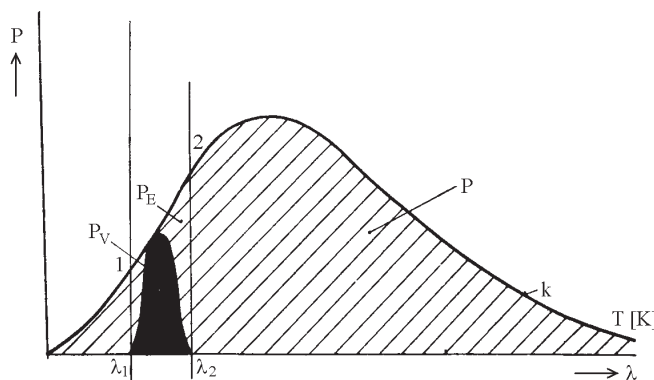
Prechod z jednej spektrálnej farby do nasledujúcej nie je ostrý, ale pozvoľný a obsahuje mnoho farebných tónov. Základné spektrálne farby majú tú vlastnosť, že nie sú ďalej rozložiteľné. Ak zmeníme smer dopadu na optický hranol, farebný zväzok sa znova spojí do bielej farby. Ak by sme niektorú spektrálnu farbu vyclonili, zvyšné nevytvoria bielu, ale tzv. **komplementárnu** (doplnkovú) farbu. Je to **zmiešaná farba** zvyšku spektrálnych farieb. Žiarenie, ktoré vyvoláva viac farieb (dáva viacfarebné svetlo) sa nazýva **polychromatické žiarenie**. V tab. 3.1 sú uvedené zmiešané farby, ktoré vznikajú vyclonením niektorej zo spektrálnych.

Tab. 3.1 Komplementárne farby [13]

Vyclonená farba	Červená	Oranžová	Žltá	Zelená	Modrá	Fialová
Zmiešaná farba	Zeleno-modrá	Modrá	Fialová	Purpurová	Oranžová	Zeleno-žltá

Podobný rozklad bieleho svetla poznáme aj v prírode ako „slnecnú dúhu“. Je dobre viditeľná po atmosférických búrkach.

Polychromatické žiarenie sa zvykne posudzovať podľa dvoch účinností, energetickej a vizuálnej. Rozdiel vysvetlíme prostredníctvom vyžarovacej charakteristiky teplotného žiariča. Charakteristika vyjadruje závislosť vyžiareného výkonu z povrchu žiariča od vlnovej dĺžky žiarenia a teploty žiariča. V širokom rozsahu vlnových dĺžok má tvar podľa obr. 3.5.



Obr. 3.5 Vyžarovacia charakteristika teplotného žiariča

Plocha ohraničená výkonovou krivkou  $k$  a  $x$ -ovou osou vyjadruje celkový vyžiarený výkon  $P$  v danom rozsahu vlnových dĺžok. Ak  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  sú hranice vlnových dĺžok viditeľného žiarenia, potom rovnako plocha  $P_E$ , ohraničená bodmi, 1, 2,  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$ , predstavuje vyžiarený výkon vo viditeľnom spektre. Pomer výkonov

$$\eta_E = \frac{P_E}{P} \quad (3.8)$$

sa nazýva **energetická účinnosť žiarenia** vo viditeľnej oblasti. Ak do plochy zodpovedajúcej výkonu  $P_E$  nakreslíme krivku spektrálnej citlivosti oka (pozri obr. 3.3), čím vyjadríme skutočnosť, že oko hodnotí monochromatické žiarenie rôznych vlnových dĺžok rôzne, dostaneme pod ňou tmavo vyznačenú plochu  $P_V$ . Vyjadruje tú časť výkonu viditeľného žiarenia, ktorú je oko schopné zhodnotiť. Pomer výkonov

$$\eta_V = \frac{P_V}{P} \quad (3.9)$$

sa nazýva **vizuálna účinnosť žiarenia**. Udáva sa buď v percentách, pričom 683 lm = 100 %, alebo ako merný výkon žiarenia [ $\text{lm} \cdot \text{W}^{-1}$ ].

### 3.4 Generovanie svetla v elektrických svetelných zdrojoch

Umelé zdroje svetla, v ktorých sa svetelné žiarenie generuje z elektrickej energie sa nazývajú **elektrické svetelné zdroje**. Podľa fyzikálneho princípu získavania svetla, predmetné zdroje sa zvyknú triediť do dvoch skupín, menovite na:

- **teplotné zdroje** (inkadescenčné)
- **výbojové zdroje** (luminiscenčné)

Spoločným znakom oboch skupín je rovnaký spôsob generovania svetla z elektrickej energie, pri ktorom sa využíva z fyziky známy **princíp spontánnej (samovoľnej) emisie fotónov**, disponujúcich energiou v oblasti optického žiarenia. Rozdiel medzi teplotnými a výbojovými zdrojmi je v prostredí, v ktorom dochádza k emisii fotónov a v spôsobe vybudenia prostredia do stavu schopného ich emitovať. V teplotných zdrojoch k vybudeniu mikrosystémov kovových prvkov (napr. atómov volfrámového vlákna v žiarovke) dochádza prostredníctvom pretekajúceho elektrického prúdu, teda existenciou Jouleovho tepla (Jouleov zákon). Vo výbojových zdrojoch k vybudeniu prostredia sa využíva najmä kinetická energia elektrónov, produkovaných ionizáciou plynov a pár rôznych kovov, prostredníctvom elektrických výbojov. V oboch prípadoch zisk energie potrebnej k vybudeniu mikrosystémov prostredia (molekúl, atómov, iónov) je určujúcou podmienkou spontánnej emisie fotónov vo frekvenčnom pásme svetelného žiarenia, prípadne širšom pásme optického žiarenia.

V ostatných rokoch vo svetelnej technike sa uplatňuje tiež nová skupina svetelných zdrojov – **kvantové generátory svetla**, skôr známe pod názvom **lasery** (skratka angl. názvu – Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation). V laseroch sa uplatňuje iný druh emisie fotónov, tzv. **stimulovaná alebo vynútená emisia**. Obe emisie a rozdiely medzi nimi stručne vysvetlíme.

Spoločným predpokladom samovoľnej aj vynútenej emisie fotónov je, že proces ich emisie (aj absorpcie) je vždy podmienený diskretnou zmenou kvantového systému, resp. mikrosystému, čo je napr. jednoduchý atóm. Už z fyziky vieme, že atóm sa všeobecne môže nachádzať v dvoch rozdielnych energetických stavoch, ktorým zodpovedá poloha elektrónu, resp. elektrónov na dvoch energetických hladinách. V základnom stave (stabilnom,



nevybudenom) mu prislúcha energia  $W_1$ , vo vybudenom (nestabilnom) stave disponuje vyššou energiou  $W_2$ . Prechod z jedného stavu do druhého je prirodzene obojsmerný a v súlade so zákonom o zachovaní energie vždy sprevádzaný buď absorpciou alebo emisiou fotónu. V súlade s Planckovým zákonom atóm pohltí alebo vyžiari kvant energie o veľkosti

$$\Delta W = W_2 - W_1 = h \cdot f \quad [\text{J}] \quad (3.10)$$

kde  $f$  je frekvencia žiarenia.

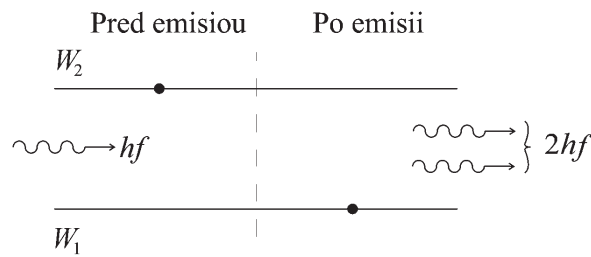
Prechod elektrónu atómu z nižšej energetickej hladiny  $W_1$  na vyššiu s energiou  $W_2 > W_1$  je zákonite podmienený prijatím energie  $\Delta W$  (pohltením fotónu), teda atóm sa správa ako spotrebič energie elektromagnetického žiarenia. Pri inverznom prechode elektrónu s energetickej hladiny  $W_2$  na hladinu  $W_1 < W_2$  atóm vyžiari kvant energie  $\Delta W$ , teda emituje fotón. Atóm sa stáva elementárnym zdrojom elektromagnetickej energie – žiarenia, s frekvenciou

$$f = \frac{\Delta W}{h} = \frac{W_2 - W_1}{h} \quad [\text{Hz}] \quad (3.11)$$

Pri **spontánnej emisii** vybudené atómy (všeobecne mikrosystémy) návratom elektrónov z nestabilných do stabilných stavov vyžarujú fotóny podľa rov. (3.10) a (3.11). V súlade s vlnovou teóriou žiarenia sú to elektromagnetické vlny s veľmi krátkym časom trvania približne do  $10^{-8}$  s, po tomto čase zanikajú (ako impulzy). Atómy sa dostávajú znovu do stabilného stavu bez akýchkoľvek vonkajších podnetov, samovoľne, čo je základný fyzikálny znak spontánnej emisie fotónov. Pretože atómy kovov, napr. volfrámu pri teplotných zdrojoch svetla generovaním Jouleovho tepla, do vybudeného stavu sa dostávajú náhodne (neriadene), aj proces spontánnej emisie je náhodný. Žiarenie fotónov je preto priestorovo neorientované a nekoherentné (nesúvislé, nespojité).

Spontánna emisia je typická pre generovanie viac-menej celého spektra optického žiarenia, najmä však svetelného a infračerveného. Pretože sa uskutočňuje prostredníctvom Jouleovho tepla, zodpovedajúce zdroje sa nazývajú **teplotné zdroje svetla**. Frekvenčné spektrum teplotných zdrojov je spojité. Rovnaký spôsob emisie fotónov sa uplatňuje aj vo výbojových zdrojoch svetla. Spontánna emisia je dôsledkom zmien energetických pomerov pri zrážkach elektrónov s atómami plynov a kovových pár v elektrickom výboji. Frekvenčné spektrum žiarenia týchto zdrojov je však čiarové, pretože rozloženie jednotlivých spektrálnych čiar závisí aj od druhu elektrického výboja, tiež od zloženia a tlaku plynu vo výbojovej oblasti.

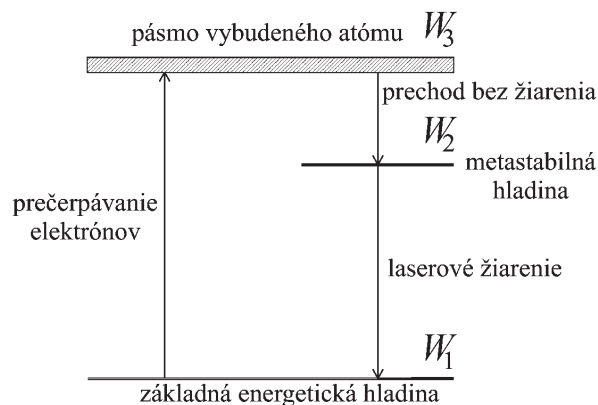
**Proces stimulovanej emisie** je fyzikálne iný a zložitejší ako spontánnej. K stimulovanej emisii vybudeného mikrosystému nedochádza samovoľne, ale vždy len vplyvom ďalšieho vonkajšieho podnetu. Ak primárne vybudený elektrón, nachádzajúci sa na tzv. metastabilnej hladine pohltí ďalší fotón, dostáva sa na základnú energetickú hladinu (všeobecne nižšiu), pričom emituje sekundárny fotón o rovnakej energii, akú mal práve pohltený. Podľa Planckovho zákona oba fotóny (pôvodne emitujúci a sekundárne emitovaný) sú vyžiarené s rovnakou frekvenciou, preto tento proces sa nazýva **rezonančná stimulácia**. Okrem frekvencie oba fotóny sú vyžiarené do rovnakého smeru, sú teda priestorovo rovnako orientované. Ako dve vlny žiarenia majú rovnakú fázu a sú plošne spolarizované. Výsledná vlna má preto dvojnásobnú amplitúdu, teda prenáša dvojnásobný výkon na úkor energie vybudeného mikrosystému (obr. 3.6)



Obr. 3.6 Stimulovaná emisia mikrosystému medzi energetickými hladinami  $W_2$  a  $W_1$

Pre úspešný priebeh rezonančnej stimulácie mikrosystému treba splniť niekoľko podmienok:

1. Podobne ako pri spontánnej emisii aj pri stimulovanej mikrosystémy v kvantových generátoroch svetla treba primárne vybudieť, čo znamená, že v štruktúre jednotlivých atómov aktívneho prostredia je nutné zabezpečiť presun elektrónov na vyššie energetické hladiny. Také inverzné obsadenie sa dá docieľiť niekoľkými spôsobmi. Najčastejší spôsob je ožarovanie mikrosystémov z iných elektrických zdrojov svetla, čo sa nazýva **optické prečerpávanie elektrónov**.
2. Aby sa v mikrosystéme vytvorilo inverzné obsadenie elektrónov na energetických hladinách atómov, vhodné pre stimulovanú emisiiu, predmetné atómy musia mať minimálne tri energetické hladiny (obr. 3.7)



Obr. 3.7 Generovanie laserového lúča v mikrosystéme (atóme) s troma energetickými hladinami

3. Aby nastala stimulovaná emisiiu v atóme, jeho elektróny vo vybudenom stave musia zotrvať podstatne dlhšie ako pri spontánnej emisiiu. Býva okolo  $10^{-3}$  s a nazýva sa preto metastabilná doba, stav elektrónov v tejto dobe je metastabilný. Na obr. 3.7 im zodpovedá energetická hladina  $W_2$ .

Uvedeným podmienkam vyhovuje napr. kryštál syntetického rubínu  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , dopovaný malým množstvom  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , v ktorom ióny chrómu rozprášené v  $\text{Al}_2\text{O}_3$  vytvárajú potrebné aktívne prostredie. Celý proces stimulovanej emisiiu je potom nasledovný (pozri obr. 3.7.).

Externým zdrojom, napr. žiarením xenónovej výbojky, sa aktívne prostredie uvádza do vybudeneho stavu prečerpávaním elektrónov, t.j. ich prechodom zo základnej hladiny  $W_1$  do pomerne širokého energetického pásma s vyššou energiou  $W_3$ . Životnosť vybudeneých elektrónov v tomto pásme je však veľmi krátka (okolo  $10^{-7}$  s), z tohto rýchlo prechádzajú na hladinu  $W_2$ . Prechod z hladiny  $W_3$  na hladinu  $W_2$  sa uskutočňuje bez žiarenia, energeticky

obe hladiny sú v podstate porovnateľné, ale na hladine  $W_2$  sa zvyšuje životnosť vybudovaných elektrónov až do doby troch milisekúnd ( $10^{-3}$  s). Táto metastabilná doba je postačujúca k tomu, aby vybudené elektróny mohli byť aktivované ďalšími fotónmi, čím nastáva proces stimulovanej emisie. Prírodné vtedy, ak aktivizujúci fotón spĺňa podmienku  $\Delta W = k \cdot f = W_2 - W_1$ . To spôsobí prechod elektrónov z hladiny  $W_2$  na základnú hladinu  $W_1$ , pričom sa vyžiaria 2 fotóny, resp. generuje elektromagnetická vlna o dvojnásobnom výkone oproti výkonu aktivizujúcej vlny. Ak táto rezonančná stimulácia sa uskutočňuje v celom kvantovom systéme rubínu, celkovým výsledkom procesu je **laserový efekt**, t.j. **generovanie laserového lúča**, s charakteristickými vlastnosťami koherencie a monochromaticnosti. Štatisticky nie každý vybudovaný elektrón na hladine  $W_2$  je v metastabilnej dobe zasiahnutý aktivizujúcim fotónom (impulzom, vlnou). Taký elektrón po uplynutí metastabilnej doby sa samovoľne vráti na základnú hladinu  $W_1$ , prírodné s vyžiarovaním len jedného fotónu, teda s polovičným energetickým ziskom ako pri stimulovanej emisii. Spontánna emisia je bežným sprievodným znakom stimulovanej emisie.

### 3.5 Elektrické svetelné zdroje

**Elektrickým svetelným zdrojom** nazývame menič elektrickej energie na elektromagnetické žiarenie v rozsahu vlnových dĺžok približne od 0,38  $\mu\text{m}$  do 0,77  $\mu\text{m}$ . Je to svetelné žiarenie (svetlo), ktoré prostredníctvom oka vyvoláva zrakový vnem. Rôzne elektrické svetelné zdroje spravidla nie vždy vyhovujú bezprostrednému použitiu pre osvetľovacie účely, napr. z dôvodov nevhodného rozloženia svetelného toku v priestore, vysokého jas, z dôvodu estetických, bezpečnostných a pod. Preto sa dopĺňajú ďalšími prvkami pre dosiahnutie požadovaných parametrov. Takto upravené svetelné zdroje sa nazývajú **svietidlá**. Svietidlá spolu s elektrickým rozvodom a inými konštrukčnými prvkami (napr. nosnými) tvoria **elektrickú osvetľovaciu sústavu**.

Z predchádzajúceho článku 3.4 už vieme, že podľa princípu generovania svetla elektrické svetelné zdroje rozdeľujeme do troch základných skupín, menovite na zdroje teplotné, výbojové a špeciálne. Do ostatnej skupiny patria aj kvantové generátory svetla, resp. laserové svetelné zdroje.

Pretože študenti, ktorým je táto príručka určená, majú v študijnom programe samostatný predmet Svetelná technika, ďalej uvedieme len stručný prehľad jednotlivých typov elektrických svetelných zdrojov.

#### 3.5.1 Teplotné zdroje svetla

Reálne jediným elektrickým teplotným zdrojom svetla a zároveň najstarším je **žiarovka**. Približne za 130 rokov od jej vynálezu (T. A. Edison, r. 1879), prešla však určitým vývojom, ktorý sa odzrkadlil na dnes používaných typoch. Ich určujúcim znakom je druh náplne banky žiarovky. V súčasnosti sa používajú buď žiarovky vákuové alebo žiarovky plnené plynom. Ostatné sú tiež dvojaké, buď klasické alebo halogénové.

Princíp premeny elektrickej energie na svetlo vo všetkých typoch žiaroviek je rovnaký a v zásade jednoduchý. Spočíva vo využívaní spontánnej emisie fotónov vo vybudovaných atómov vhodného kovu, volfrámu. Do vybudeneho stavu atómy volfrámu sa dostávajú prostredníctvom Jouleových strát, ktoré sa generujú pretekajúcim prúdom cez vhodne upravené volfrámové vlákno. Vybudovaný atóm (nestabilný stav) pri návrate do

stabilného stavu vyžaruje fotón, stáva sa elementárnym zdrojom svetla, sumárne celé volfrámové vlákno produkuje viditeľné žiarenie. S ohľadom na vlastnosti spontánnej emisie, charakteristickým znakom tohto „teplotného“ žiarenia je **spojité spektrum**, t. j. také, ktoré obsahuje všetky vlnové dĺžky svetelného žiarenia a nemá žiadne medzery.

Základnými časťami každého typu žiarovky sú žeraviace vlákno, jeho nosný systém, sklenená banka a päťica. V nosnom systéme vlákna sú zabudované miniatúrne trubičky pre vyčerpanie vzduchu z banky na úroveň technického vákua (vákuové žiarovky), resp. pre vyčerpanie vzduchu a naplnenie banky vhodným plynom (žiarovky plnené plynom). Banky žiaroviek sú z číreho, matného alebo farebného, sodno-vápenatého skla. Typický tvar žiarovky je hruškovitý, rozšírený je tiež tvar eliptický, v súčasnosti valcový a guľový. Banky sa ukončujú päťicami, sú z hliníka alebo mosadze, závitové alebo bajonetové. Veľkosť závitových päťíc je normovaná, známe sú veľkosti E14 a E27, prípadne E40.

Náročným požiadavkám na materiál žeraviacich vlákien vyhovuje najmä volfrám, z dôvodu vysokej teploty tavenia 3655 K. Preto sa aj ťažšie odparuje, jeho životnosť je vyššia ako u iných kovov. Prevádzková teplota volfrámového vlákna vákuových aj klasických žiaroviek plnených plynom býva v rozsahu 2300 až 2900 K a závisí od ich príkonu. Do príkonu 25 W sú žiarovky vákuové, od príkonu 40 W po najvyššie (200 W) banky žiaroviek sa plnia zmesou inertného plynu (napr. argónom) s dusíkom. Funkciou zmesi je obmedzovať intenzívne odparovanie volfrámu, čím sa zvyšuje životnosť tohto typu žiaroviek na približne 1000 hod. Merný výkon žiaroviek s volfrámovým vláknom sa pohybuje v hraniciach 8 až 20  $\text{lm}\cdot\text{W}^{-1}$ . Z dôvodu malej rezistivity volfrámu v studenom stave, spínací prúd vo vlákne je až 10-násobne vyšší ako prevádzkový, čo je základná príčina obmedzenej životnosti týchto svetelných zdrojov.

Významný vývojový medzník v teplotných zdrojoch svetla tvoria tzv. **halogénové žiarovky**. Do inertného plynu (ako v klasických žiarovkách) sa primiešavajú halogény, napr. bróm, jód, chlór a ich zlúčeniny, s cieľom vyvolania tzv. halogénového regeneračného cyklu. Je to vratná chemická reakcia medzi odpareným volfrámom a halogénom, ktorou sa zvyšuje životnosť volfrámového vlákna. Regeneračný cyklus nastáva už pri teplote banky vyššej ako 250 °C. Zároveň pri dodržaní správnej polohy žiarovky je odparený volfrám chemicky dobre viazaný, banku nezačierni a preto jej priemer môže byť menší, ak je vyrobená z tepelne odolnejšieho materiálu (kremenné sklo, prípadne tvrdé sklo s vysokým obsahom  $\text{SiO}_2$ ). Malý objem banky umožňuje zvýšiť tlak inertného plynu a tým buď predĺžiť životnosť halogénovej žiarovky alebo zvýšiť jej merný výkon.

Halogénové žiarovky majú podstatne vyššie svetelné toky ako klasické (10-násobne viac), merné výkony sa pohybujú od 20 do 30  $\text{lm}\cdot\text{W}^{-1}$ . Vyrábajú sa tiež s UV-filtrom pre pohlcovanie škodlivých zložiek ultrafialového žiarenia.

### 3.5.2 Výbojové zdroje svetla

Vo výbojových zdrojoch podmienkou generovania svetla sú procesy v elektrickom výboji. Pôsobením elektrického poľa vo výbojovej oblasti, vyplnenej zmesou plynov a pár rôznych kovov, elementárne častice získavajú kinetickú energiu, ktorú pri vzájomných zrážkach vyžarujú prostredníctvom fotónov vo forme optického žiarenia, t. j. ultrafialového, viditeľného a infračerveného. Spektrum žiarenia výbojových zdrojov svetla nie je spojité, ale **čiarové**, prípadne **pásovité**. Počet a poloha čiar v takom nespojitom spektre sú závislé od chemickej povahy plynov a pár kovov, prítomných vo výbojovej oblasti, od druhu výboja a tlaku. Pre zvýšenie podielu viditeľného žiarenia z vyprodukovaného optického sa v mnohých výbojových zdrojoch svetla využíva špecifická vlastnosť niektorých pevných

látok, tzv. **luminiscencia**. Je to jav, pri ktorom sa z atómov a molekúl danej látky (luminoforu) vyžaruje energia vo forme fotónov, uvoľnená pri samovoľnom návrate elektrónov do neutrálnej polohy z nestabilného vybudeneho stavu, kde sa dostali pôsobením vonkajších vplyvov. Ak je vybudenie spôsobené elektrickým poľom hovoríme o **elektroluminiscencii**, ak je vybudenie spôsobené dopadajúcim žiarením, zodpovedajúci jav sa nazýva **fotoluminiscencia**. Práve tento jav sa využíva v niektorých výbojových zdrojoch na transformáciu ultrafialového žiarenia do oblasti viditeľného. Preto tieto výbojové zdroje sa nazývajú **luminiscenčné**. Ich klasickým predstaviteľom je žiarivka. Z uvedeného vyplýva, že výbojové zdroje svetla sa technicky realizujú dvojako, ako výbojky alebo ako žiarivky.

V klasických výbojových zdrojoch – **výbojkách** sa z pásma optického žiarenia využíva len viditeľná oblasť. Podiel viditeľného žiarenia býva rôzny, závisí od charakteru výboja, tlaku a výplne výbojovej trubice.

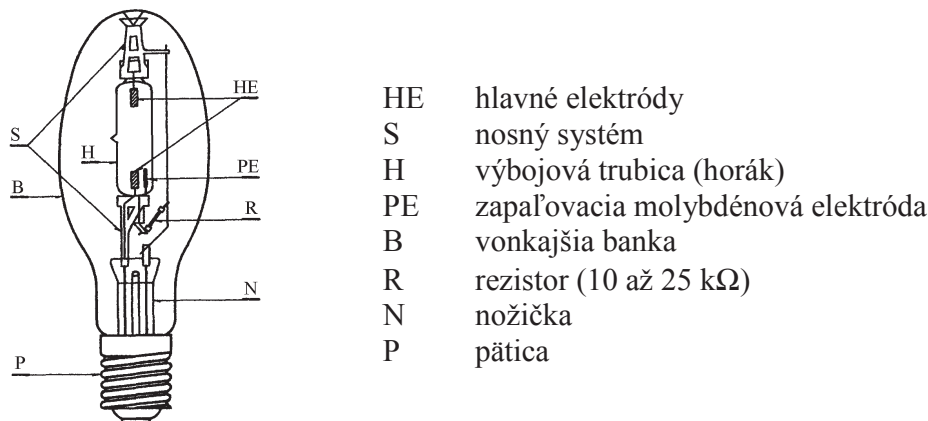
Podľa tlaku kovových pár v trubici sú výbojky:

- vysokotlakové
- nízkotlakové

Podľa druhu najviac používaných kovových pár výbojky sú:

- ortuťové
- sodíkové

**Ortuťové vysokotlakové výbojky** – viditeľné žiarenie v týchto zdrojoch sa produkuje v elektrickom výboji, ktorý horí v parách ortuti pri tlaku vyššom ako 0,1 MPa. Konštrukcia takej výbojky je schematicky načrtnutá na obr. 3.8.



Obr. 3.8. Schéma vysokotlakovkej Hg-výbojky

Výbojová trubica vyplnená parami ortuti a argónom je z kremenného skla, v nej sú umiestnené hlavné (pracovné) elektródy z volfrámovej špirály, pokryté vhodnou emisnou vrstvou (oxidy stroncia, bárya alebo vápnika). V trubici je tiež pomocná (zapaľovacia) elektróda, do elektrického obvodu zapojená cez odpor s hodnotou 10 – 25 Ω. Vonkajšia banka je z tvrdého skla, vyplnená zmesou argónu a dusíka na tlak 45 až 52 kPa. Neprepúšťa ultrafialové žiarenie a tepelne dobre izoluje vnútornú banku (horák), potrebné pre zachovanie stálych tlakových pomerov. V horáku s parami ortuti býva tlak 0,2 až 0,9 MPa. Prítomný argón uľahčuje zapálenie výboja.

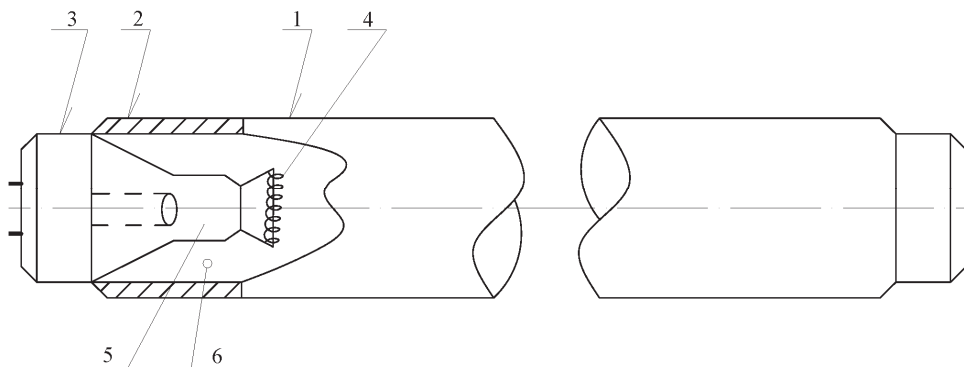
Vysokotlakové Hg-výbojky vyžarujú do viditeľnej oblasti spektra okolo 15 % z privedenej energie. Zafarbenie svetla je nevhodné, prevláda modrozelené až modrobielé,

chýba červená zložka. Preto sa na vnútornú stenu banky nanáša luminofor, transformujúci časť UV-žiarenia do červenej oblasti spektra, čím sa táto zložka zvýši až na 12 % a svetlo je prirodzenejšie. Tieto výbojky s luminoforom sú u nás známe ako RVL-výbojky. Pôvodné RVL-výbojky sa postupne nahrádzajú halogenidovými (RVI) výbojkami. **Halogenidové výbojky** sú vysokotlakové Hg-výbojky, v ktorých viditeľné žiarenie sa produkuje nielen parami ortuti vo výboji, ale najmä žiarením produktov štiepenia halogenidov (zlúčeniny halových prvkov so sodíkom, gáliom, a pod.) Tieto zvyšujú merný svetelný výkon pri dobrom farebnom podaní, pri zachovaní pôvodných výhod Hg-výbojok, t. j. malých rozmerov a veľkého výkonu v jednom zdroji. Pre dobré odparovanie prímiesí, minimálna teplota horáku týchto výbojok musí byť 700 až 750 °C. Tlak Hg-pár býva 0,5 MPa, a tlak prímiesí vyšší ako 133 Pa.

**Sodíkové výbojky nízkotlakové** sa vyznačujú produkovaním skoro monochromatického žiarenia pri vlnových dĺžkach 589 a 589,6 nm, čo zodpovedá žltej oblasti spektra (tzv. sodíková rezonančná dvojčiara). Nakoľko sa nachádza v blízkosti maximálnej spektrálnej citlivosti oka, merný výkon týchto výbojok je až  $200 \text{ lm}\cdot\text{W}^{-1}$ , ale zároveň pri tomto svetle nie je možné rozlišovať farby. Tlak sodíkových pár v trubici býva len okolo 0,5 Pa, teplota jej stien nepresahuje 300 °C.

**Sodíkové výbojky vysokotlakové** sa prevádzkujú s tlakom pár okolo 26 kPa, pri ktorom sa dosahuje podstatná chromatičnosť podávaného svetla. Merný svetelný výkon je však nižší, okolo  $120 \text{ lm}\cdot\text{W}^{-1}$ .

**Luminiscenčné zdroje svetla** sú v podstate upravené nízkotlakové Hg-výbojky. Pri nízkotlakovom výboji v parách ortuti sa totiž vyžaruje len veľmi malé množstvo privádzanej elektrickej energie do viditeľnej oblasti spektra, zato podstatnú časť (viac ako 60 %) tvorí UV-žiarenie. Použitím vhodných luminoforov sa dá približne jedna tretina tohto žiarenia transformovať do viditeľnej oblasti. Takto upravené nízkotlakové Hg-výbojky sa nazývajú **žiarivky** (obr. 3.9).



Obr. 3.9 Konštrukčná schéma žiarivky

Žiarivka má tvar dlhej sklenenej trubice (1), na vnútornej strane pokrytej vrstvou luminoforu (2). Cez päťce (3) na oboch koncoch trubice elektrický prúd sa privádza na žeravené elektródy (4), ktoré sú uchytené na nosnom systéme (5). Celá trubica je naplnená parami ortuti (6) pri tlaku okolo 0,6 Pa. Prítomné vzácne plyny (najmä argón) majú podobný účel ako pri výbojkách a ich tlak v trubici neprevyšuje 400 Pa. Znižujú zápalné napätie výboja, zároveň bránia rozprašovaniu materiálu elektród a zvyšujú intenzitu vyžarovania v okolí rezonančných čiar ortuti (253,7 a 185 nm). Elektródy žiariviek sa zhotovujú tiež z volfrámového drôtu a pre zvýšenie emisnej činnosti sa pokrývajú rovnako z oxidov

vápnika, stroncia alebo bárya (ako pri vykotlakových Hg-výbojkách). V porovnaní so žiarovkami a výbojkami žiarivky majú podstatne nižšie príkony (do 75 W), ale vysokú životnosť (6 až 12 tisíc hod.).

Pre typický prevládajúci dĺžkový rozmer týchto luminescenčných zdrojov svetla je zvykom ich nazývať **lineárne žiarivky**. Súčasný trh je však bohatý aj na iné tvary žiariviek, ktoré sa nazývajú **kompaktné**. Tvarovo aj podaním farby svetla pripomínajú skôr žiarovky, preto sa im ľudovo hovorí nízkowattové žiarovky. Kompaktné žiarivky majú svetelné toky v rozsahu približne od 400 do 3000 lm, merné výkony od 50 do 80  $\text{lm}\cdot\text{W}^{-1}$ . Princípom generovania svetla sa nelíšia od lineárnych. Celá výbojová trubica je zložená z dvoch alebo viacerých častí, ktoré sú vyhotovené z mäkkého olovnatého skla s malým množstvom céru. V jednotlivých častiach trubice generované UV-žiarenie sa transformuje na svetelné znova pomocou luminoforových vrstiev, nanášaných modernými technológiami. Ak sú konštruované s integrovaným predradníkom, majú rovnaké päťice ako žiarovky, t.j. E14 a E27. Príklady rôznych tvarov kompaktných žiariviek sú naznačené na obr. 3.10.

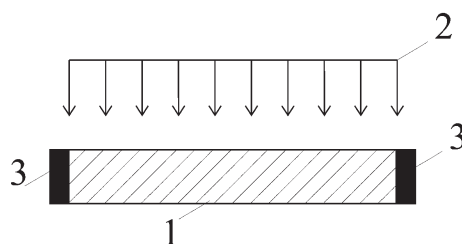


Obr. 3.10 Rôzne tvary kompaktných žiariviek [7]

Výbojové zdroje svetla, klasické výbojky aj žiarivky, majú záporné voltampérové charakteristiky. Preto ich prevádzkové prúdy treba stabilizovať vhodnými prvkami, predradníkmi. V súčasnosti sa používajú skoro výlučne elektronické predradníky, inštalované buď samostatne k týmto svetelným zdrojom, alebo sú ich súčasťou ako integrované predradníky.

### 3.5.3 Kvantové generátory svetla, lasery

Princíp generovania laserového lúča sme vysvetlili v čl. 3.4. V súlade s ním každý kvantový generátor svetla musí mať technické prvky pre uskutočnenie procesu stimulovanej emisie a následného generovania laserového lúča. Sú to tieto (obr. 3.11):



Obr. 3.11 Schéma lasera s optickým prečerpávaním elektrónov;  
(1 – kvantový systém; 2 – budenie kvantového systému; 3 – rezonátor)

1. Vlastný kvantový systém, t.j. aktívne prostredie s potrebnými vlastnosťami podľa čl. 3.4. Požiadavkám vyhovuje napr. spomínaný kryštál rubínu. Má tvar prúta s priemerom okolo 1 cm, dĺžky 5 až 10 cm a zloženie:  $\text{Al}_2\text{O}_3 + 0,05\% \text{Cr}_2\text{O}_3$ . Jeho čelné plochy sú postriebrené a zabrusené, vytvárajú zrkadlá rezonátora.
2. Zariadenie pre vybudenie kvantového systému, s elektrickým zdrojom vhodnej frekvencie a výkonu. Konkrétne zariadenie pre prečerpávanie elektrónov sa volí podľa typu kvantového systému. Pre rubínový laser sa používa xenónová výbojka.
3. Rezonátor, ktorý slúži pre zosilnenie stimulovanej emisie. V rubínovom laseri rezonátorom je systém dvoch zrkadiel, situovaných na protiahlých koncoch prúta. Ich funkciou je pôsobiť na sekundárne fotóny, generované vo vybudenom kvantovom systéme tak, aby boli nútené k niekoľkonásobnému obehu pozdĺž osi prúta. Týmto sa laserový lúč zosilňuje. Jedno zo zrkadiel je také, že maximálne odráža žiarenie (až 95 % z dopadajúceho), druhé je voči žiareniu polopriepustné, alebo je v ňom malý otvor. To umožňuje, že časť fotónov (žiarenie) opúšťa kvantový systém, čo je v celku laserový lúč.

Kvantové generátory svetla patria do skupiny špeciálnych zdrojov, aj ich uplatnenie je špecifické. Všeobecne laserová technika sa využíva aj v iných oblastiach, napr. ako účinný zdroj tepla v moderných elektrotepeľných technológiách, tiež v meracej technike alebo v medicíne (očná chirurgia, neurochirurgia a pod.)

### 3.6 Záver

Svetelná technika je jedna z mála technických odborov, ktorá v ostatných rokoch zaznamenala výrazný pokrok v úspore elektrickej energie. Aj preto podiel spotreby elektrickej energie pri jej premene na svetelnú energiu (ako koncovú formu) celosvetovo nestúpa, pohybuje sa okolo 5 %. Pritom využívanie elektrického svetla v súčasnosti je niekoľko násobne vyššie, ako to bolo napr. v 1. polovici 20. storočia. Pozitívnym príkladom sú najmä kompaktné žiarivky, ktoré zabezpečujú porovnateľné svetelné výkony ako klasické žiarovky, ale pri podstatne nižších elektrických príkonoch. To je dôvod, prečo éra klasických žiaroviek na začiatku 21. storočia sa systematicky uzatvára.



## 4 PREMENA ELEKTRICKEJ ENERGIE NA TEPELNÚ ENERGIU

Teplo, podobne ako svetlo, je prirodzenou podmienkou života ľudí na našej planéte. Aj keď ho máme zo slnečného žiarenia primerane, nie v každej dobe a na každom mieste planéty je rovnomerne distribuované, teda pre ľudské spoločenstvá nedostatočné. Preto už naši prehistorickí predkovia sa za studených nocí ohrievali pri ohni, neskôr jeho sálavé teplo sa naučili využívať pri príprave tepelne upravovaných pokrmov, ešte neskôr teplo využívali v primitívnych technológiách zhotovovania jednoduchých nástrojov a úžitkových predmetov pre každodenný život. Potvrdzujú to mnohé archeologické nálezy. Teplo ako forma energie sprevádza človeka v jeho niekoľko tisícročnom vývoji až do súčasnosti. Na začiatku 21. storočia moderná spoločnosť, pre svoj harmonický a udržateľný rozvoj života, pre vytváranie tepelnej pohody a pod., potrebuje tepelnej energie podstatne viac a vo viacerých oblastiach každodenných aktivít. Teplo sa stalo prirodzenou súčasťou nášho života do takej miery, že si to veľmi často ani neuvedomujeme, preto ním ani hospodárne nezaobchádzame. Platí to aj pre elektrické teplo, t.j. teplo vyprodukované z elektrickej energie. Máme chuť na kávu, čaj či iný teplý nápoj? Stačí zapnúť rýchlou kanvicu. Chceme si rýchlo ohriať teplý pokrm? Nie je problém, ak máme po ruke mikrovlnú rúru. Je nám pri sledovaní televízore zima? Zapneme si elektrický konvertor. Chceme sa zbaviť všadeprítomného kovového šrotu alebo skleneného odpadu? Využijeme k tomu priemyselné elektrické pece. Podobné a mnohé iné tepelné technológie sa prakticky používajú všade, priemyselná výroba v akomkoľvek odvetví bez tepla nie je predstaviteľná.

Teplo potrebné pre realizáciu rôznych tepelných technológií sa nazýva **technologické teplo** a v súčasnosti sa získava dvojako:

- ako produkt chemicko-tepelnej konverzie, prostredníctvom spaľovacích procesov. Je to **palivové teplo**,
- ako produkt elektro-tepelnej konverzie, prostredníctvom elektrofyzikálnych procesov. Je to **elektrické teplo**.

Pozastavme sa pri náročnosti oboch metód výroby tepla, resp. jeho „hodnote.“ Výroba palivového tepla je prirodzene jednoduchšia, teda aj energeticky hospodárnejšia, pretože sa uskutočňuje len jednostupňovou premenou podľa schémy:

*CHEMICKÁ ENERGIA PALIVA → PALIVOVÁ PEC → PALIVOVÉ TEPLA*

Ak pri generovaní elektrického tepla za výrobu elektrickej energie zvolíme klasickú tepelnú elektrárňu, reťazec energetických premien je viacstupňový a zodpovedá schéme:

*CHEMICKÁ ENERIA PALIVA → KOTOL → TEPELNÁ ENERGIA → TURBÍNA →  
MECHANICKÁ ENERGIA → GENERÁTOR → ELEKTRICKÁ ENERGIA →  
ELEKTRICKÁ PEC → ELEKTRICKÉ TEPLA*

Z porovnania vidieť, že z tej istej chemickej energie fosílného paliva elektrické teplo je produktom štvorstupňovej premeny, čo je prirodzene energeticky menej hospodárne, pretože každý konverzný prvok v reťazi má reálnu účinnosť menšiu ako jeden. Je teda produkcia elektrického tepla týmto spôsobom zmysluplná? Aj s ohľadom na nepriaznivý

termodynamický aspekt je a spočíva vo výrazných technologických, prevádzkových a environmentálnych výhodách používania elektrického tepla. Porovnávajúc s palivových teplom sú to najmä tieto prednosti:

- možnosť získavania vysokej koncentrácie tepelného výkonu v mieste ohrevu, dovoľujúcej dosahovať vysoké teploty a rýchlosti ohrevu,
- možnosť nasmerovania tokov energie do požadovaného miesta ohrevu,
- jednoduchá možnosť regulovania výšky a rozloženia teploty v ohrievanom prostredí,
- možnosť realizovať technologické procesy v technickom vákuu alebo v inej riadenej atmosfére, čo je častá požiadavka pri niektorých špeciálnych tepelných technológiách,
- elektrické teplo neprodukuje škodlivé spaliny, elektrotepelné technológie menej zaťažujú životné prostredie,
- ohrevy elektrickými metódami sú často sprevádzané rôznymi elektrofyzikálnymi alebo elektrochemickými javmi, ktoré urýchľujú a skvalitňujú prebiehajúce technologické procesy,
- elektrotepelnými technológiami sa spravidla dosahuje vyššia výrobnosť, znižujú sa straty vstupných materiálov (napr. straty opalom).

Všeobecne sa teda dá konštatovať, že na začiatku 21. storočia rozvoj metód elektrických ohrevov dosiahol úroveň, ktorá umožňuje plnú substitúciu palivových technológií. To však neznamená, že palivové ohrevy sa prestanú uplatňovať.

Samostatná technická disciplína, ktorá sa zaoberá využívaním fyzikálnych princípov premeny elektrickej energie na elektrické teplo sa nazýva ELEKTROTEPELNÁ TECHNIKA. Ohrevy s využitím elektrického tepla sú ELEKTRICKÉ OHREVVY. Uplatňujú sa v rozmanitých ELEKTROTEPELNÝCH TECHNOLOGIÁCH prostredníctvom technických prostriedkov, ktoré nazývame ELEKTROTEPELNÉ ZARIADENIA.

Elektrotepelná technika nie je novou disciplínou. Prvé skúsenosti s praktickým využívaním elektrických ohrevov a s konštrukciou zodpovedajúcich elektrotepelných zariadení sa získavali už koncom 19. storočia.

Okrem skôr spomenutých výhod elektrického tepla (v porovnaní s palivovým), je ešte jedna dôležitá, ktorou je skutočnosť, že elektrické ohrevy sa dajú realizovať viacerými, fyzikálne odlišnými metódami. Podľa fyzikálneho princípu premeny elektrickej energie na tepelnú formu, generovanie tepla v rôznych prostrediach býva výsledkom:

- vodivostných prúdov vo vodivých prostrediach,
- elektrickej polarizácie v dielektrických materiáloch,
- magnetickej polarizácie feromagnetických materiálov,
- tepelného efektu elektrických výbojov v plynných prostrediach,
- premeny kinetickej energie emitovaných elektrónov, urýchlených v elektrickom poli,
- koherentného žiarenia, prostredníctvom kvantových generátorov.

Jednotlivé spôsoby generovania tepla stručne vysvetlíme, priradíme im metódy elektrických ohrevov a k týmto uvedieme vybrané aplikácie.

## 4.1 Fyzikálne princípy generovania tepla z elektrickej energie

O chovaní sa elektromagnetického poľa v určitom prostredí, vybudenom prívodom elektrickej energie, vždy rozhodujú vlastnosti tohto prostredia. Ináč sa chová pole v kovovom vodiči, inak v pevnom dielektriku, vo feromagnetiku, v plynach a pod. Preto aj spätný vplyv poľa na rôzne prostredia je rôzny, čo sa prejavuje aj rôznym fyzikálnym spôsobom generovania tepla v ich objeme. Dôsledkom sú viaceré metódy elektrických ohrevov.

### 4.1.1 Generovanie tepla vo vodivých materiáloch (vodivostnými prúdmi)

Podľa elektrónovej teórie v kryštálovej mriežke kovových materiálov valenčné pásmo je spravidla nezaplnené, alebo sa prekrýva s vodivostným pásmom. V oboch prípadoch to umožňuje voľný pohyb elektrónov. Ak takej podmienke vyhovujúci materiál podrobíme pôsobeniu elektromagnetického poľa, valenčné elektróny s nábojom  $e$  okrem tepelného pohybu sa začnú posúvať s určitou rýchlosťou  $\mathbf{v}$  proti smeru elektrickej zložky intenzity poľa  $\mathbf{E}$ . Tento pohyb elektrónov (posuv) je dôsledkom sily  $\mathbf{F}$ , ktorou pôsobí pole na náboje elektrónov.

Štatisticky pre celé valenčné či vodivostné pásmo je možné usporiadať pohyb elektrónov vyjadriť ich tokom, t.j. vodivostným prúdom s plošnou hustotou [9]

$$\mathbf{J} = e \cdot n_e \cdot \mathbf{v} \quad [\text{A} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (4.1)$$

kde  $n_e$  je koncentrácia elektrónov v jednotke objemu [ $\text{m}^{-3}$ ]. Medzi rýchlosťou elektrónov a elektrickou zložkou poľa existuje lineárna závislosť  $\mathbf{v} = u \cdot \mathbf{E}$ , v ktorej konštanta  $u$  vyjadruje pohyblivosť elektrónov. Teda platia tiež zápisy

$$\mathbf{J} = e \cdot n_e \cdot u \cdot \mathbf{E} = \gamma \cdot \mathbf{E} \quad (4.2)$$

resp.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \cdot \mathbf{J} = \rho \cdot \mathbf{J} \quad (4.3)$$

v ktorých súčin  $e \cdot n_e \cdot u = \gamma$  má fyzikálny význam konduktivity vodivého prostredia a prevrátená hodnota jeho rezistivity  $\rho$ . Rovnice (4.2) a (4.3) sú matematickým vyjadrením **Ohmovho zákona v elementárnej forme**.

V kryštálovej mriežke kovov tepelné vibrácie iónov sú prekážkou pre usmernený pohyb elektrónov, kladú elektrický odpor vodivostnému prúdu. Z pohľadu energetickej bilancie v mriežke kovu to znamená, že elektróny odovzdávajú formou nepružných zrážok istú časť kinetickej energie  $\Delta W_k$ , nadobudnutú v elektromagnetickom poli, kladným iónom. Zvýši sa rozkmit iónov (tzv. posunutie  $\Delta x$  od rovnovážnej polohy), teda vzrastie ich potenciálna energia o hodnotu  $\Delta W_p$ . Ak hmotnosť iónu označíme  $m_i$  a  $\omega_i = 2\pi f$  bude charakteristická uhlová frekvencia vibrácií iónov, potom rovnica energetickej bilancie konverzie kinetickej energie elektrónov na potenciálnu energiu iónov bude  $\Delta W_k = \Delta W_p$ , t.j.

$$\frac{1}{2} m_e \cdot \mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} m_i \cdot \omega_i^2 \cdot (\Delta x)^2 \quad (4.4)$$

kde  $m_e$  je hmotnosť elektrónu. Zvýšenie amplitúdy tepelných vibrácií iónov  $\Delta x$  je priamou príčinou zvýšenia ich teploty, teda ohrevu kovového materiálu vodivostným prúdom.

Na zvýšenie tepelného obsahu ohrievaného vodivého materiálu sa spotrebuje teda energia poľa, ktorú vieme vyjadriť prácou elektrickej sily  $F = n_e \cdot e \cdot E$ , t.j.

$$dA = F \cdot d\mathbf{l} = n_e \cdot e \cdot \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.5)$$

Zodpovedajúci výkon s využitím rovnice (4.2) potom je

$$\frac{dA}{dt} = \frac{n_e \cdot e \cdot \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}}{dt} = n_e \cdot e \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.6)$$

Je to výkon, ktorý predstavuje poľom vykonanú prácu v jednotke objemu materiálu za jednotku času. Budeme ho nazývať **merný výkon elektrického zdroja**  $q_z$ . Ak v rovnici (4.6) uplatníme Ohmov zákon v elementárnej forme dostaneme výsledok

$$q_z = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \gamma \cdot E^2 = \rho \cdot J^2 \equiv v_w \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.7)$$

Ostatnú rovnicu môžeme interpretovať takto:

Ak v kovovom materiáli vodivostný prúd nie je viazaný s chemickými procesmi ani s inými zmenami štruktúry materiálu, potom vonkajšia práca elektrických síl poľa sa spotrebuje na zvýšenie tepelného obsahu objemovej jednotky materiálu za jednotku času. Je to znova rýchlosť zmeny energie v jednotke objemu  $v_w$  (pozri Umovovu teorému – rovnica 2.51), alebo veľkosť merného výkonu vnútorného zdroja  $q_z$  (pozri všeobecnú rovnicu prenosu energie – rovnica (2.21)). V tomto konkrétnom prípade množstvo tepla konvertované merným výkonom  $q_z$  závisí od parametrov materiálu – konduktivity, resp. rezistivity a od zložky intenzity poľa  $\mathbf{E}$  (parameter zdroja energie). Rovnica (4.7) vyjadruje teplotný dej v predmetnom materiáli, spôsobený vodivostným prúdom s hustotou  $\mathbf{J}$ . Je to **Jouleov zákon v elementárnej forme**. Preto aj teplo generované podľa tejto rovnice sa nazýva Jouleovo teplo. V celom objeme vsádzky sa generuje tepelný výkon o veľkosti

$$P = \int_V q_z \cdot dV = \int_V \rho \cdot J^2 \cdot dV = R \cdot I^2 \quad [\text{W}] \quad (4.8)$$

čo je **Jouleov zákon v integrálnej forme**.

Generovanie tepla pôsobením vodivostných prúdov môže mať viac podôb, rozdielných skupenstvom ohrievaného materiálu (pevné alebo kvapalné) a spôsobom spojenia zdroja energie s ohrievaným materiálom (kondukčné alebo indukčné spojenie). S ohľadom na tieto možnosti, generovanie tepla v zmysle Jouleovho zákona sa uplatňuje pri troch metódach elektrického ohrevu, menovite pri ohreve

- odporovom
- elektródovom
- indukčnom

Medzi odporovým a elektródovým spôsobom ohrevu nie je podstatný rozdiel. Prvý sa uskutočňuje v pevnom vodivom materiáli – tuhej vsádzke, druhý v kvapalných prostrediach – elektrolytoch. Vo fyzike ich rozlišujeme ako vodiče prvej a druhej triedy. Vo vodičoch prvej triedy je vodivostný prúd sprostredkovaný pohybom voľných elektrónov, vo vodičoch druhej triedy jeho veľkosť určuje najmä počet a intenzita pohybu kladných a záporných iónov (stupeň disociácie elektrolytu).

Podstatnejší rozdiel je medzi uvedenými ohrevmi a tretím, indukčným. Rozdiel súvisí so spôsobom technického spojenia zdroja energie a ohrievanej vsádzky, ktorý môže byť dvojaký. Je buď kondukčný, t.j. galvanický alebo prostredníctvom elektromagnetickej

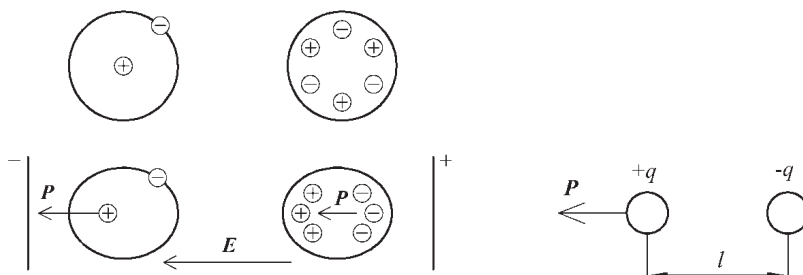
väzby, t.j. indukčný. Oba spôsoby prenosu už boli vysvetlené v čl. 2.3. K aplikáciám týchto elektrických ohrevov sa ešte vrátíme.

#### 4.1.2 Generovanie tepla v dielektrických materiáloch

Dielektrický materiál, stručne dielektrikum, je elektricky nevodivá látka rôzneho skupenstva (izolant, napr. papier, olej, vzduch, ...). Odlišne od kovov a elektrolytov, **ideálne dielektrikum** neobsahuje žiadne voľné nosiče elektrického náboja, ktoré by boli schopné vplyvom pôsobenia elektrickej zložky vonkajšieho elektromagnetického poľa vyvolať v ňom vodivostný prúd. Elektrická konduktivita ideálneho dielektrika sa teda rovná nule. V skutočnosti také dielektrikum neexistuje, naopak, každé **reálne dielektrikum** obsahuje malé množstvo voľných nosičov náboja a preto vykazuje tomuto množstvu zodpovedajúcu konduktivitu, prirodzene malú. Ostatné nosiče náboja v dielektriku sa nemôžu voľne pohybovať, ale sú vnútornými silami viazané na jednotlivé atómy a molekuly tak, že za normálnych okolností zaujímajú polohy, zodpovedajúce rovnovážnym stavom. Ak by sme také dielektrikum umiestnili do elektrického poľa, predchádzajúci rovnovážny stav **viazaných nosičov** sa naruší a tieto sa účinkom síl poľa presunú, kladné v smere poľa, záporné proti smeru poľa. Vytvoril sa **elektrický dipól**, t.j. súbor rovnako veľkých, ale opačne orientovaných nosičov nábojov, pričom ich ťažiská nie sú totožné (obr. 4.1). Podľa povahy dielektrík, elektrické dipóly sú dvojité. V skupine dielektrických materiálov, zložených z tzv. polárnych alebo dipólových molekúl asymetria rozloženia nosičov náboja existuje aj bez pôsobenia síl vonkajšieho poľa. Existujúce dipóly sú **trvalé – permanentné** a v takých molekulách vonkajšie elektrické pole zväčšuje predmetnú asymetriu a zároveň ich natáča do smeru poľa. V dielektrikách zložených z nepolárnych molekúl (molekuly s priestorovo symetrickým rozložením nosičov náboja) asymetria rozloženia nosičov náboja je vybudená len vplyvom síl vonkajšieho poľa a po ich odstránení zaniká. Takto vytvorené elektrické dipóly sú **dočasné – indukované**. Všeobecne týmto javom hovoríme **elektrická polarizácia dielektrika**. V polárnych dielektrikách je to polarizácia **orientačná** (dipólová), v nepolárnych **deformačná** (atómová, iónová, ...). V oboch typoch molekúl dielektrika, mierou asymetrie priestorového rozloženia nosičov náboja v dipóle je **elektrický dipólový moment**, buď permanentný alebo indukovaný. Je to vektor vyjadrený súčinom náboja (jedného z pólov) a vzdialenosti medzi ťažiskami nosičov s opačnou orientáciou náboja (ťažiskami oboch pólov). Teda

$$\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{l} \quad [\text{C} \cdot \text{m}] \quad (4.9)$$

Smer vektora dipólového momentu je od záporného ku kladnému náboju (obr. 4.1).



Obr. 4.1 Model nepolarizovaného atómu, resp. molekuly, stav po ich polarizácii a definícia dipólového momentu

Makroskopicky dipólový moment sa vyhodnocuje objemovou hustotou, čo je **vektor polarizácie dielektrika**.

Medzi vektormi polarizácie  $\mathbf{P}$  a intenzity elektrického poľa  $\mathbf{E}$  platí lineárny vzťah

$$\mathbf{P} = \kappa \mathbf{E} \quad [\text{C}\cdot\text{m}^{-2}] \quad (4.10)$$

v ktorom koeficient  $\kappa$  sa nazýva **dielektrická susceptibilita**. Vyjadruje schopnosť izotropného dielektrika polarizovať sa.

Závislosť medzi polarizáciou dielektrika a indukciou elektrického poľa  $\mathbf{D}$  je zložitejšia a spôsobuje ju existencia oboch typov nosičov nábojov v reálnych dielektrikách (voľných elektrónov a viazaných nosičov). Ak také dielektriká podrobíme pôsobeniu vonkajšieho poľa s intenzitou  $\mathbf{E}_0$  prirodzene sa polarizujú, čo znamená, že obsahujú dve rozdielne zložky hustoty viazaných nábojov. Objemovej hustoty viazaného náboja v dielektriku  $\rho_v > 0$  a plošnej hustoty náboja na povrchu dielektrika  $\sigma_p > 0$ , ktorá indukuje v dielektrikách sekundárne elektrické pole s intenzitou  $\mathbf{E}_1$ , orientované v protismere k  $\mathbf{E}_0$ . Výsledné pole v dielektriku ( $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$ ) je menšie ako pôvodné  $\mathbf{E}_0$ . Ak reálne dielektriká majú zároveň nenulovú hustotu voľných nosičov nábojov v dielektriku  $\rho_0$ , výsledok polarizačných javov sa matematicky vyjadruje všeobecne platným vzťahom

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad [\text{C}\cdot\text{m}^{-2}] \quad (4.11)$$

z ktorého vyplýva:

1. Mierou zoslabenia pôvodnej intenzity poľa  $\mathbf{E}_0$  na hodnotu  $\mathbf{E}$  je vektor polarizácie dielektrika  $\mathbf{P}$ . Čím je väčšia schopnosť dielektrika polarizovať sa, tým je väčšie zoslabovanie pôvodného poľa

2. Indukcia elektrického poľa v reálnom dielektriku je väčšia ako v prostredí len s voľnými nábojmi ( $\text{div } \mathbf{D}_0 = \rho_0$ ) a rastie so schopnosťou dielektrika polarizovať sa. Je väčšia o vektor polarizácie  $\mathbf{P}$ , ktorého veľkosť sa rovná plošnej hustote viazaného náboja v dielektriku.

Preto základná rovnica (4.11) sa dá vyjadriť aj takto:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \kappa \mathbf{E} = (\varepsilon_0 + \kappa) \mathbf{E} = (\varepsilon_0 + \varepsilon_0 \kappa_r) \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \kappa_r) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (4.12)$$

lebo  $1 + \kappa_r = \varepsilon_r$  a  $\kappa = \varepsilon_0 \cdot \kappa_r$

Takto sme dostali ďalšiu známú elektrickú veličinu – **permitivitu dielektrika**  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$  [ $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ], resp. jej pomernú hodnotu – **relatívnu permitivitu**  $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ . Obe sú mierou polarizovateľnosti viazaných nosičov nábojov v dielektriku, teda všeobecne vyjadrujú jeho schopnosť polarizovať sa. Permitivita izotropného dielektrika je skalárna veličina, pomocou ktorej vektoru intenzity poľa  $\mathbf{E}$  sa jednoznačne priraduje vektor elektrickej indukcie  $\mathbf{D}$ . Permitivita lineárnych dielektrík (tvoria podstatnú časť týchto materiálov), nezávisí od intenzity poľa, závisí však nepriamoúmerne od frekvencie zdroja generujúceho pole.

Pohyb voľných a presun viazaných nosičov náboja v dielektriku umiestnenom v elektrickom poli je prirodzene podmienený jeho polaritou a rozdielny podľa povahy nosičov. Pohyb voľných nosičov (vodivostný prúd) po zániku poľa prestáva, nosiče sa nevracajú do pôvodnej polohy, zostávajú na miestach, v ktorých boli pri zániku poľa. Viazané nosiče sa správajú inak. Polarizácii molekúl a atómov zodpovedajúci posuvný prúd je priamo úmerný permitivite dielektrika, po zániku poľa dipóly sa vracajú do pôvodnej polohy, teda polarizácia zaniká. Návrat dipólov do pôvodnej polohy, resp. zánik ich dipólového momentu (podľa toho, či sú molekuly polárne alebo nepolárne) sa však neuskutočňuje spravidla okamžite, ale s menším alebo väčším oneskorením. Akýkoľvek pohyb voľných aj viazaných nosičov náboja v dielektriku vplyvom vonkajšieho poľa je charakteristický tým, že je spojený so spotrebou energie tohto poľa a jej premenou na tepelnú formu. Množstvo takto vygenerovaného tepla v dielektriku sa vyjadruje prostredníctvom dielektrických strát. **Dielektrické straty** sú teda výkonom elektrického

prúdu (vodivostného a posuvného) v predmetnom dielektriku, ktorým sa v dôsledku elektro-  
tepelnej konverzie ohrieva. Dielektriká vykazujú dielektrické straty v stacionárnom aj  
harmonicky premennom poli a podľa povahy fyzikálneho procesu generovania tepla sa  
rozlišujú tri druhy strát.

**Vodivostné dielektrické straty** sú výsledkom pohybu voľných nosičov náboja, teda  
dôsledkom konduktivity dielektrika. Vyskytujú sa vo všetkých bežných dielektrikách  
v obvode jednosmerného aj striedavého zdroja napätia. Vodivostné dielektrické straty majú  
povahu Jouleových strát.

**Polarizačné dielektrické straty** vždy súvisia s presunom viazaných nosičov náboja  
a ich dipólov. Sú výsledkom jednotlivých spôsobov polarizácie dielektrika a podľa ich  
zastúpenia (orientačná, deformačná, ...) veľkosť strát býva rôzna. Ak v striedavom  
elektrickom poli presúvajúce sa viazané nosiče náboja sledujú zmeny poľa bez oneskorenia  
(prostredie im nekladie odpor, resp. majú malú hmotnosť), ich pohyb nebude spojený  
s premenou energie vonkajšieho poľa na teplo. Preto v tomto prípade polarizačné  
dielektrické straty sa rovnajú nule. Ak však v rovnakom poli vnútorná štruktúra dielektrika  
spôsobuje oneskorenie pohybu nosičov náboja (dipólov) za zmenami intenzity poľa,  
proces polarizácie je spojený s generovaním dielektrických strát. Pôvod oneskorenia  
nosičov je pritom dvojaký, súvisí buď s odporom prostredia, v ktorom sa nosiče pohybujú  
alebo so zotrvačnosťou dipólov, vyvolanou ich vlastnou hmotnosťou. V oboch prípadoch  
spotrebovaná energia poľa sa mení na teplo, dielektrikum sa ohrieva. Polarizácia dielektrika  
spojená s reálnymi polarizačnými stratami (nenulovými) sa zvykne nazývať **relaxačná**  
(dipóly relaxujú) alebo **tepelná dipólová polarizácia**. Polarizačné straty sa prejavujú len pri  
pôsobení striedavého poľa na dielektrikum a prirodzene s nárastom frekvencie poľa sa budú  
zväčšovať. S nárastom frekvencie zväčšuje sa oneskorenie presunu nosičov do určitej  
maximálnej hodnoty, ktorej zodpovedá **relaxačná frekvencia** poľa. Z uvedeného vyplýva, že  
polarizačné straty sa neprejavujú vo všetkých dielektrikách.

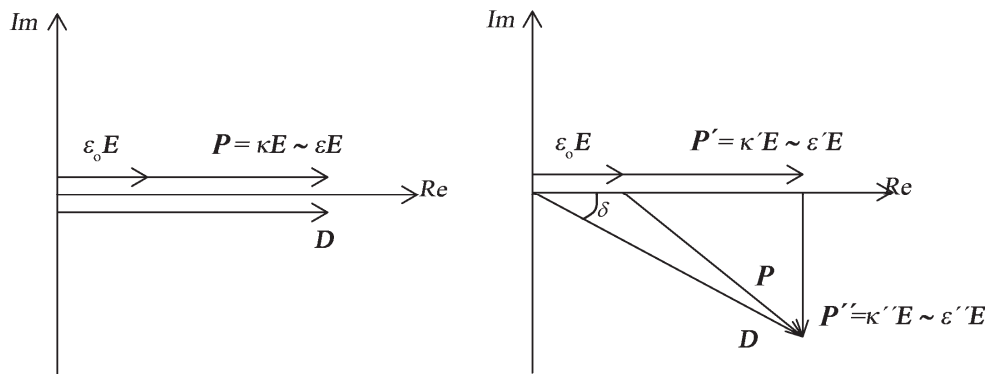
**Ionizačné dielektrické straty** sú výsledkom nárazovej ionizácie vo vzduchu  
a plynách, podrobených pôsobeniu silného elektrického poľa (podrobnejšie neskôr).

Všeobecne dielektrické straty patria medzi základné parametre dielektrických  
materiálov. Ich veľkosť stanovuje možnosti využitia dielektrík v praxi, vrátane ich tepelného  
spracovania metódou dielektrického ohreву. Najväčší význam pri premene elektrickej  
energie na užitočné teplo v tuhých dielektrikách majú polarizačné straty, teda relaxačná  
polarizácia, čo má bezprostrednú súvislosť s frekvenciou zmien vonkajšieho elektrického  
poľa. Túto súvislosť stručne vysvetlíme.

Nech na dielektrikum pôsobí harmonicky premenné pole s intenzitou  $E$  o uhlovej  
frekvencii  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ . Pole indukuje v ňom prúd, zložený z vodivostnej a posuvnej zložky.  
Preto aj fázor hustoty výsledného prúdu bude súčtom fázorov hustoty oboch zložiek, čiže  
platí vzťah

$$\underline{J}_c = \underline{J}_v + \underline{J}_p = \gamma \cdot \underline{E} + \varepsilon \cdot \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = (\gamma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon) \cdot \underline{E} \quad (4.13)$$

v ktorom permitivita (rovnako aj susceptibilita) dielektrika je reálne číslo. Tento vzťah  
však nemá všeobecnú platnosť a zodpovedá len pomalým zmenám poľa. Vtedy dipólové  
momenty sú ešte schopné sledovať zmeny poľa bez oneskorenia, čo z makroskopického  
pohľadu formálne znamená, že fázor polarizácie dielektrika je vo fáze s fázorom intenzity  
budiaceho poľa. Situácii zodpovedá fázorový diagram na obr. 4.2 vľavo. Ak sa však zmeny  
poľa zrýchľujú, dipólové momenty ich nestačia sledovať a výsledkom je, že fázor  
polarizácie je časovo posunutý (oneskorený) za fázorom intenzity poľa. Pre dostatočne  
vysokú uhlovú frekvenciu poľa je táto situácia zobrazená na obr. 4.2 vpravo.



Obr. 4.2 Fázorové diagramy polarizácie dielektrika pri nízkej frekvencii (vľavo) a vysokej frekvencii poľa (vpravo)

Táto skutočnosť oneskorovania fázora polarizácie za fázorom elektrickej intenzity poľa sa vyjadruje komplexnou susceptibilitou, resp. komplexnou permitivitou dielektrika, teda

$$\kappa = \kappa' - j \cdot \kappa'' \quad \text{resp.} \quad \epsilon = \epsilon_0 + \kappa = \epsilon' - j \cdot \epsilon'' \quad (4.14)$$

Komplexná permitivita je veličinou, ktorou sa vyjadrujú dielektrické vlastnosti materiálov v harmonickom elektrickom poli a zároveň závislosť od frekvencie zdroja tohto poľa. Charakterizuje teda izotropné prostredie, v ktorom pôsobením harmonického poľa vzniká fázový posun medzi premennými  $D$  a  $E$ , spôsobený generovaním dielektrických strát (o uhol  $\delta$ ). Reálna zložka komplexnej permitivity  $\epsilon'$  charakterizuje vznik elektrického poľa v predmetnom dielektriku, imaginárna zložka  $\epsilon''$  vyjadruje generovanie tepla v ňom, teda súvisí s dielektrickými stratami. Tieto, ako už vieme, podľa charakteru pevného dielektrika sú dvojaké, vodivostné a polarizačné.

Ak najskôr budeme uvažovať ideálne dielektrikum ( $\gamma=0$ ), pomer zložiek komplexnej permitivity je

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \text{tg } \delta_{\text{id}} \quad (4.15)$$

a nazýva sa **stratový činiteľ ideálneho dielektrika**. Uhol  $\delta_{\text{id}}$  je **stratový uhol** tohto dielektrika. Stratový činiteľ, resp. stratový uhol ideálneho dielektrika sa teda viaže len na polarizačné straty, vodivostné straty sa rovnajú nule.

Stratový činiteľ reálneho dielektrika  $\text{tg } \delta$ , t.j. dielektrika, v ktorom sa generujú aj vodivostné straty, je iný ako v (4.15). Vyjadríme ho z rovnice (4.13) náhradou reálnej permitivity komplexnou. Potom fázor hustoty výsledného prúdu bude

$$\underline{J}_c = (\gamma + j \cdot \omega \cdot \epsilon) \cdot \underline{E} = [\gamma + j \cdot \omega \cdot (\epsilon' - j \cdot \epsilon'')] \cdot \underline{E} = (\gamma + \omega \cdot \epsilon'') \cdot \underline{E} + j \cdot \omega \cdot \epsilon' \cdot \underline{E} = \underline{J}_R + \underline{J}_X \quad (4.16)$$

Tento má dve zložky, menovite činnú  $\underline{J}_R = (\gamma + \omega \cdot \epsilon'') \cdot \underline{E}$ , ktorá je vo fáze s intenzitou poľa  $E$  a reaktančnú  $\underline{J}_X = j \cdot \omega \cdot \epsilon' \cdot \underline{E}$ , predbiehajúcu fázor  $\underline{E}$  o uhol  $\frac{\pi}{2}$ . Pomer modulov týchto zložiek je **stratový činiteľ reálneho dielektrika**  $\text{tg } \delta$  (činiteľ dielektrických strát) a analogicky uhol  $\delta$  je stratový uhol reálneho dielektrika (uhol dielektrických strát). Teda stratový činiteľ je

$$\text{tg } \delta = \frac{\gamma + \omega \cdot \epsilon''}{\omega \cdot \epsilon'} = \frac{\gamma_{\text{ef}}}{\omega \cdot \epsilon'} = \frac{\gamma}{\omega \cdot \epsilon'} + \text{tg } \delta_{\text{id}} \quad [1] \quad (4.17)$$

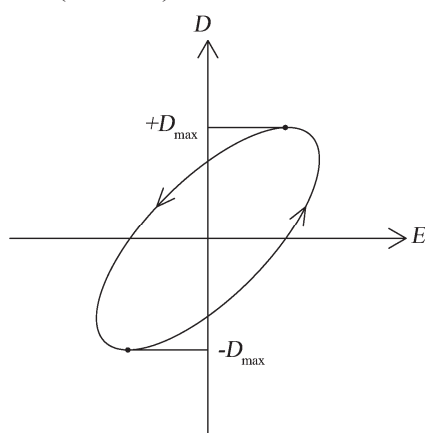


pričom súčet

$$\gamma + \omega \cdot \varepsilon'' = \omega \cdot \varepsilon' \cdot \operatorname{tg} \delta = \gamma_{\text{ef}} \quad [\text{S} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (4.18)$$

sa nazýva **efektívna alebo náhradná konduktivita dielektrika**. Spolu so stratovým činiteľom sú dôležitými parametrami dielektrík.

Ako vyplýva z prechádzajúceho textu a obr. 4.2 vpravo, ak dielektrikum sa nachádza v harmonicky premennom elektrickom poli, oneskorenie fázora polarizácie za fázorom intenzity sa prejaví aj oneskorením fázora indukcie poľa  $\underline{D}$  za intenzitou  $\underline{E}$  o stratový uhol  $\delta$ . To znamená, že závislosť okamžitých hodnôt  $D(t)$  od  $E(t)$  nie je lineárna, ale v dobe jednej periódy zmeny poľa  $T$  má tvar eliptickej slučky. Tento jav, označovaný ako **elektrická hysterezia** má analogickú podstatu, ako známejšia magnetická hysterezia, vyskytujúca sa vo feromagnetikách. Tvar a veľkosť plochy elipsy závisí od vlastností dielektrika a frekvencie zdroja elektromagnetického poľa (obr. 4.3).



Obr. 4.3 Elektrická hysterezia dielektrika

Veľkosť plochy elipsy je úmerná veľkosti dielektrických strát, teda pohltenej energii elektromagnetického poľa v objeme dielektrika  $V$ , ktorá v súlade s Poyntingovým vektorom všeobecne je

$$W_e = \int_V \underline{E} \cdot d\underline{D} \cdot dV \quad [\text{J}] \quad (4.19)$$

kde súčin  $\underline{E} \cdot d\underline{D}$  vyjadruje objemovú hustotu tejto energie  $w_e$  [ $\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$ ]. S využitím efektívnej konduktivity dielektrika výpočet integrálu nie je zložitý. Prostredníctvom Poyntingovho vektora dielektrikom pohltaná činná zložka energie poľa generuje teplo, ktoré dá sa formálne vyjadriť Jouleovým zákonom v elementárnej forme (v jednotke objemu za jednotku času), t.j. vzťahom

$$q_z = \operatorname{div}[\operatorname{Re}(\underline{S}_N)] = \gamma_{\text{ef}} \cdot E_{\text{ef}}^2 = \omega \cdot \varepsilon' \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.20)$$

Je to merný výkon elektrického zdroja (4.7), čo je tiež rýchlosť zmeny hustoty energie poľa  $v_w = \frac{dw_e}{dt}$ . Rovnaký výsledok dostaneme prirodzene zo súčinu činnej zložky hustoty prúdu a efektívnej hodnoty intenzity poľa, teda s využitím platnosti rovnice (4.17) je

$$\left. \begin{aligned} q_z &= \underline{J}_R \cdot \underline{E}_{\text{ef}} = J_R \cdot E_{\text{ef}} \cdot \cos 0^\circ = J_R \cdot E_{\text{ef}} = \omega \cdot \varepsilon' \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 = \gamma_{\text{ef}} \cdot E_{\text{ef}}^2 \\ \text{resp.} \quad q_z &= \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r' \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

Vzťah vyjadruje tepelný výkon v jednotke objemu dielektrika, závislý od viacerých premenných (podrobnejšie v článku 4.5).

Uvedený fyzikálny princíp generovania tepla v dielektrikách (prostredníctvom dielektrických strát) sa uplatňuje pri ďalšej metóde elektrického ohrevu – **pri dielektrickom**

**ohreve.** Jeho charakteristickou vlastnosťou je skutočnosť, že teplo sa generuje priamo v objeme dielektrika, teda dielektrický ohrev patrí spôsobom ohrevu medzi priame elektrické ohrevy. Uskutočňuje sa tak, že ohrievané dielektrikum sa vkladá medzi elektródy (dosky) pracovného kondenzátora, galvanicky spojeného so zdrojom vysokofrekvenčnej energie.

### 4.1.3 Generovanie tepla vo feromagnetických materiáloch

Z fyziky si pamätáme, že každé hmotné prostredie má vo všeobecnosti určitý vplyv nie len na elektrické pole, ale rovnako aj na pole magnetické. Obrátene, polia vplyvajú na prostredie. Ak hmotné prostredie, nazveme ho *magnetikum*, vložíme do magnetického poľa, dostane sa do zvláštneho stavu, zmagnetuje sa, vytvára vlastné magnetické pole, ktoré ovplyvňuje pôvodné pole. Proces uvedenia magnetika do tohto stavu sa označuje ako *magnetická polarizácia* alebo *magnetizácia*.

Podobne, ako prvotnou príčinou elektrickej polarizácie dielektrika je existencia elektrických dipólových momentov, prvotnou príčinou magnetickej polarizácie je existencia magnetických momentov elektrónov, atómov a molekúl magnetika. Podstatný rozdiel medzi dielektrikom a magnetikom je však v príčine vzniku a existencie oboch momentov. V dielektrikách ich vytvárajú elektrické dipóly, v magnetikách elementárne prúdy atómov a molekúl, indukované vlastnou rotáciou nosičov náboja, t.j. spinom elektrónov a ich obieháním okolo jadier atómov. Všeobecne magnetické momenty atómov môžu byť orientované do rôznych smerov a ich výsledný efekt – celkový moment, závisí od magnetických vlastností jednotlivých látok. Magnetické momenty atómov môžu byť rozložené do jednotlivých smerov aj tak, že sa navzájom kompenzujú, teda celkový moment bude nulový. Taká látka je nemagnetická. Ak ju ale podrobíme vplyvu magnetického poľa, elementárne momenty sú schopné priestorovo sa viac-menej usporiadať (paralelne orientovať) tak, že celkový magnetický moment bude nenulový. Látka vplyvom vonkajšieho poľa sa stala magnetickou.

Mierou magnetickej polarizácie rôznych materiálov je ich permeabilita  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ , kde  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  je permeabilita vákuua a  $\mu_r$  je relatívna permeabilita materiálu.

Podľa veľkosti relatívnej permeability, ktorá v konečnom dôsledku vyjadruje veľkosť a smer získaného magnetického momentu v magnetickom poli, všetky látky sa delia do troch skupín:

1. **Diamagnetické látky** sú také, ktorých magnetické momenty elektrónov sú navzájom vykompenzované, teda magnetický moment atómu je nulový. Vložením diamagnetika do magnetického poľa vzniká síce malý moment, ten je však orientovaný proti smeru tohto poľa. Preto aj vektor magnetizácie má orientáciu proti poľu a magnetická indukcia tohto poľa je menšia ako vo vákuu ( $\mu_0 \cdot \mathbf{H}$ ). To tiež znamená, že pomerná permeabilita je menšia ako jeden ( $\mu_r < 1$ ).

Treba poznamenať, že diamagnetizmus je vlastnosťou všetkých materiálov. Ak sa niektorý navonok správa inak, je to zapríčinené tým, že slabý diamagnetický moment je prekrytý výraznejším paramagnetickým alebo feromagnetickým momentom.

2. **Paramagnetické materiály.** Do tejto skupiny patria také látky, ktorých elementárne momenty elektrónov nie sú úplne vykompenzované, teda atómy a molekuly vykazujú určitý nenulový a trvalý moment. Vplyvom tepelného pohybu sú však tieto momenty orientované v rôznych smeroch, takže výsledný magnetický moment látky môže byť nulový a látka navonok sa správa ako nemagnetická. Ak paramagnetický materiál vložíme do magnetického poľa, momenty atómov a molekúl sa zorientujú do smeru poľa, preto aj vektor

magnetizácie má smer indukcie poľa. Magnetická indukcia je väčšia ako vo vákuu a relatívna permeabilita je väčšia ako jeden ( $\mu_r > 1$ ).

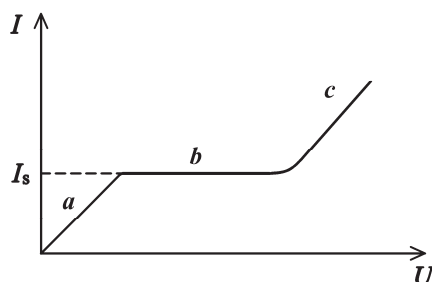
3. **Feromagnetické materiály.** Kovy ako železo, nikel, kobalt i niektoré špeciálne zliatiny majú v porovnaní s dia- a paramagnetikami podstatne výraznejšie magnetické vlastnosti. Umiestnené v magnetickom poli výrazne zosilňujú indukciu poľa a najmä, v rôznej miere, sú schopné zachovať si vlastné magnetické pole aj po odstránení vonkajšieho, budiaceho poľa. Tvoria teda trvalé – permanentné magnety a nazývame ich **feromagnetiká** alebo jednoducho **magnetiká**. Podobne ako paramagnetiká, ich elementárne momenty (elektrónov) nie sú celkom vykompenzované, preto rovnako momenty atómov a molekúl sú nenulové. Na rozdiel od paramagnetík, vo feromagnetikách tieto momenty sú však v určitých oblastiach usporiadané v jednom smere i bez prítomnosti vonkajšieho magnetického poľa. Predmetné oblasti sa nazývajú **magnetické domény** a v nich pravidelné usporiadanie momentov je **paralelná orientácia** domén. V doméne je teda trvalá magnetizácia, tzv. **spontánna**, ktorá nezávisí od intenzity prípadného vonkajšieho magnetického poľa, ale len od teploty feromagnetika. Také správanie prináleží týmto materiálom do relatívne vysokej teploty, ktorú poznáme ako **Curieho teplota (bod)**. Všeobecne so zvyšovaním teploty tepelný pohyb sa zintenzívňuje, presne v Curieho bode je tepelný pohyb tak veľký, že naruší paralelnú orientáciu domén, spontánna magnetizácia zaniká, feromagnetický materiál sa správa ako paramagnetický. Z dôvodu existencie magnetických domén, feromagnetiká do Curieho teploty vykazujú vysokú relatívnu permeabilitu  $\mu_r \gg 1$  (až  $10^6$ ), v Curieho bode náhle poklesne na hodnotu málo väčšiu ako jeden. Permeabilita feromagnetík (na rozdiel od diamagnetík a paramagnetík) závisí od teploty materiálu a zložitejšie od intenzity vonkajšieho magnetického poľa.

Generovanie tepla prostredníctvom hysteréznych strát sa ako metóda elektrického ohrevu prakticky nevyužíva, prispieva však k ohrevu feromagnetík pri použití priamej odporovej metódy alebo pri indukčnom ohreve. Preto hysteréznym ohrevom sa nebudeme zaoberať.

#### 4.1.4 Generovanie tepla v elektrických výbojoch

Názvom **elektrický výboj** označujeme súhrn javov, tzv. elementárnych procesov súvisiacich s vedením elektrického prúdu v plynách. Pretože plyny za normálnych okolností sú nevodivé, treba ich do vodivého stavu najskôr uviesť, dodať im energiu z vhodného externého zdroja. Tento proces sa nazýva **ionizácia** a jej výsledkom je **ionizovaný plyn**. Ionizáciou sa pôvodné nevodivé častice plynu, atómy a molekuly, štiepia na voľné nosiče náboja, menovite na elektróny, kladné a záporné ióny. Energeticky je náročnejšia ionizácia molekúl, pretože jej musí predchádzať proces disociácie, teda ich delenie na atómy. Elektrický výboj v plyne, v ktorom vznik voľných nosičov náboja je vždy podmienený pôsobením externého zdroja energie – ionizátora, je **nesamostatný výboj**. Po odstránení ionizátora, nesamostatný výboj zaniká.

Ak ionizovaný plyn sa nachádza v elektrickom poli (napr. medzi dvojicou elektród), dochádza k usporiadaniu pohybu voľných nosičov náboja, teda prostredím tečie výbojový prúd. Pretože pri presune nosičov medzi elektródami súčasne dochádza aj k ich rekombináciám, závislosť hustoty výbojového prúdu od intenzity elektrického poľa je všeobecne nelineárna. Zobrazuje ju voltampérová charakteristika nesamostatného výboja na obr. 4.4.



Obr. 4.4 VA-charakteristika nesamostatného výboja

Pri nízkych intenzitách poľa voľné nosiče náboja majú malú rýchlosť, ešte intenzívne prebieha ich rekombinácia. Pri dostatočnej produkcii voľných nosičov ich rýchlosť s nárastom intenzity poľa sa zvyšuje, preto výbojový prúd závisí lineárne od napätia na elektródach (oblasť *a* na obr. 4.4). Pri dostatočne veľkej intenzite  $E$  rýchlosť nosičov postupne rastie tak, že na elektródy dopadnú skôr, ako sa stihnú rekombinovať. Ak ionizátor produkuje za jednotku času stále rovnaký počet voľných nosičov, v nesamostatnom výboji dochádza k stavu nasýtenia, výbojový prúd je približne konštantný (oblasť *b*). Pri ďalšom zvyšovaní intenzity  $E$ , hustota výbojového prúdu opäť rastie, čoho príčinou je generovanie tzv. elektrónových lavín elektrónmi, ktoré vznikli ešte pôsobením vonkajšieho ionizátora. Je to posledná oblasť nesamostatného výboja (oblasť *c*), v ktorej voľné nosiče vznikajú nielen vplyvom ionizátora, ale tiež vnútornou ionizáciou plynu generovaním lavín, ako aj začínajúcou emisiou sekundárnych elektrónov z katódy, vyvolanou dopadom kladných iónov z výbojovej oblasti. V tejto oblasti sa podstatne mení charakter výboja, z nesamostatného na **samostatný výboj**. Napätie, pri ktorom sa mení nesamostatný výboj na samostatný, sa nazýva **zápalné**. Podmienkou vzniku a stability samostatného výboja v homogénnom elektrickom poli (napr. v poli rovinných elektród) je, aby pri prechode každej lavíny emitoval z katódy minimálne jeden sekundárny elektrón, ktorý vyvolá reťazové generovanie ďalšej lavíny už nezávisle od vplyvu vonkajšieho ionizátora. Preto tento sa dá odstrániť.

Pripomeňme, že podľa druhu ionizátorov, teda podľa spôsobu dodávania energie neutrálnym časticiam, je niekoľko možností ionizácie plynu. Vo všetkých prípadoch, energeticky nutnou podmienkou ionizácie je dodať neutrálnej častici minimálne také množstvo energie, ktoré sa vyrovná tzv. ionizačnej práci častice, t.j.

$$A_i \geq e \cdot U_i \quad (4.22)$$

kde  $U_i$  je **ionizačný potenciál** predmetného plynu, ktorý súvisí so štruktúrou jeho častíc. Ionizácia je teda prahový proces, môže byť jednostupňová alebo viacstupňová. Viacstupňovej predchádza vybudenie častice. Možností ionizácie plynu sú:

- **ionizácia pôsobením žiarenia** (svetelného, ultrafialového, röntgenového, ...), čo je ionizácia plynu fotónmi, teda **fotoionizácia**. Odrhnutie elektrónu od pôvodne neutrálnej častice pohltitím fotónu nastane vtedy, ak jeho energia je

$$W_f = h \cdot f \geq A_i \quad (4.23)$$

- **ionizácia elektrickým polom**. V reálnom plyne existuje vždy určité malé množstvo voľných nosičov náboja, ktoré v elektrickom poli získajú potrebnú rýchlosť a teda aj energiu, umožňujúcu pri náraze do neutrálnej častice (atómu, molekuly) ju ionizovať
- **ionizácia vysokou teplotou**, termická, resp. **tepelná ionizácia**. Je to ionizácia vyvolaná zohriatím plynu na vysokú teplotu, následkom ktorej neusporiadaný pohyb neutrálnych

atómov sa zintenzívňuje do takej miery, že pri ich vzájomných zrážkach dochádza k ionizácii plynu.

Na rozdiel od fotoionizácie, ionizácia elektrickým poľom a vysokou teplotou sa uskutočňuje prostredníctvom vzájomných zrážok ionizujúcej a ionizovanej častice (elektróny, kladné ióny, atómy, molekuly). Je to **ionizácia nárazom**. Ak sú  $W_{k1}$  a  $W_{k2}$  kinetické energie oboch častíc pred zrážkou, energetická bilancia zrážky sa dá vyjadriť rovnicou

$$W_{k1} + W_{k2} = W'_{k1} + W'_{k2} + \Delta W \quad (4.24)$$

v ktorej  $W'_{k1}$  a  $W'_{k2}$  sú kinetické energie častíc po zrážke a  $\Delta W$  je prírastok potenciálnej energie, ktorý môže narazená častica (pôvodne neutrálna) získať na zmenu svojho vnútorného stavu. Jeho maximálna hodnota závisí od kinetickej energie narážajúcej častice  $W_{k1}$  a pri hmotnostiach častíc  $m_1$  a  $m_2$  bude:

$$\Delta W_{\max} = W_{k1} \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (4.25)$$

Podmienkou ionizácie nárazom prirodzene je, aby táto hodnota  $\Delta W_{\max}$  sa rovnala minimálne ionizačnej práci plynu, t.j.  $\Delta W_{\max} \geq A_i$ .

Paralelne s ionizáciou plynu, vo výbojovej oblasti sa uskutočňuje obrátený proces, jeho deionizácia, čo je vzájomná neutralizácia elektrónov a iónov. Procesy deionizácie plynu spočívajú najmä v **rekombinácii** častíc s opačnou polaritou a **difúzii** nabitých častíc do okolia výbojovej oblasti.

**Rekombinácia častíc** s opačnou polaritou prebieha v ľubovoľnom stave plynu, pokiaľ v ňom také častice existujú. Rekombinovať môžu elektróny s kladnými iónmi, alebo ióny s opačnou polaritou. V oboch prípadoch pri rekombinácii sa vždy uvoľňuje určité množstvo energie, závislé práve od druhu rekombinácie. Pri **elektrónovej rekombinácii**, kedy elektrón sa neutralizuje kladným iónom, uvoľnená rekombinačná energia má najčastejšie charakter žiarivej energie.

Výsledkom elektrónovej rekombinácie je neutrálny atóm, s porovnateľnou rýchlosťou kladného iónu.

Pri **iónovej rekombinácii** sa neutralizujú ióny s opačnou polaritou na metastabilné neutrálne častice, ktorých kinetická energia je spravidla vyššia ako pôvodných iónov. Prírastok kinetickej energie sa prejaví zvýšením teploty plynu.

**Difúzia** nabitých častíc za hranice výbojovej oblasti je spôsobená ich intenzívnym tepelným pohybom a lokálnou nehomogenitou v objemových hustotách častíc plynu.

Z pohľadu intenzívneho generovania tepla vo výboji je dôležitá najmä termická ionizácia plynu. V stave tepelnej rovnováhy častíc plynu, závisí ich stredná kinetická energia od termodynamickej teploty  $T$  podľa vzťahu [1]

$$\overline{W}_k = \frac{m \cdot \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \quad (4.26)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konštanta,  $\bar{v}$  je stredná rýchlosť nabitých častíc

Vzťah potvrdzuje skutočnosť, že pri nízkych teplotách je kinetická energia častíc značne menšia ako ich ionizačná práca. Termická ionizácia plynov preto začína až pri vysokých teplotách, rádovo  $10^3$  a viac Kelvinov, v závislosti od druhu plynu.

Mieru zionizovania plynu (účinnosť termickej ionizácie), vyjadruje **stupeň ionizácie**, definovaný podielom koncentrácie vyprodukovaných iónov  $n_i$  a koncentrácie všetkých častíc plynu  $n_p$  na začiatku ionizácie ( $t = 0$ ), teda

$$\alpha_T = \frac{n_i}{n_p} \quad (4.27)$$

V ustálených pomeroch výboja, t.j. v podmienkach rovnováhy medzi súbežnými procesmi ionizácie a deionizácie, stupeň ionizácie, závislý od druhu plynu, jeho teploty  $T$  a tlaku  $p$ , vyjadruje **Sahov zákon**, napr. v tvare [3]

$$\frac{\alpha_T^2}{1 - \alpha_T^2} = 2,4 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{T^{2,5}}{p} \cdot e^{-\frac{A_i}{k \cdot T}} \quad (4.28)$$

Na elementárnych procesoch vo výbojovej oblasti plynu sa zúčastňujú aj procesy na jej hraničných povrchoch, menovite na elektródach, modifikujúcich potrebné pole. Z týchto je najdôležitejšia emisia elektrónov, čo je ich vytrhnutie z povrchu katódy a ich prechod do oblasti výboja. Aby elektrón mohol opustiť povrch katódy, normálová zložka jeho rýchlosti  $v_n$  musí byť tak veľká, aby disponoval kinetickou energiou väčšou ako je tzv. **výstupná práca** materiálu katódy  $A_v$ . Teda musí byť splnená podmienka

$$W_e = \frac{m \cdot v_n^2}{2} \geq A_v \quad (4.29)$$

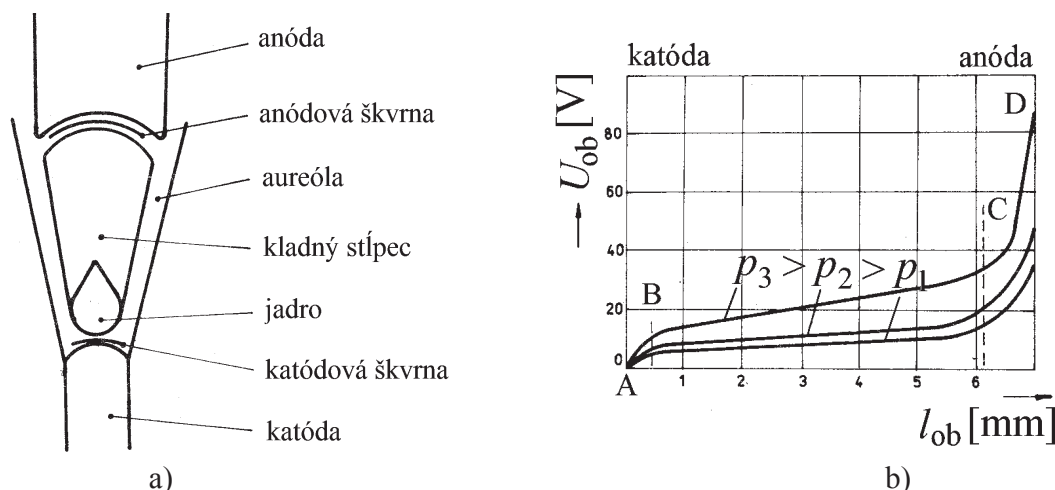
V závislosti od druhu energie, dodávanej elektrónu na prekonanie výstupnej práce, existuje niekoľko spôsobov emisie:

- **termická emisia**; dochádza k nej ohriatím katódy na vysokú teplotu. Zvyšuje sa rýchlosť chaotického pohybu elektrónov, tie, ktorých smer pohybu je kolmý na povrch, môžu ho opustiť, ak je splnená podmienka (4.29). Veľkosť hustoty tohto termoemisného prúdu závisí od výstupnej práce materiálu katódy a štvorca jej teploty.
- **emisia elektrickým poľom** (autoemisia). Generuje sa vplyvom silného elektrického poľa o intenzite  $E \geq 10^7 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  aj bez ohrievania katódy (studená emisia). Analogicky hustota autoemisného prúdu je funkciou štvorca intenzity poľa.
- **sekundárna emisia** je výsledkom dopadajúcich elektrónov alebo iónov z výbojovej oblasti na povrch elektródy. Ak ich kinetická energia je väčšia ako výstupná práca materiálu, jeho povrch emituje sekundárne elektróny.
- **fotoemisia** je emisia spôsobená vplyvom elektromagnetického žiarenia, prostredníctvom dopadajúcich fotónov na povrch materiálu.

Všeobecne výstupná práca je menšia ako ionizačná práca rovnakého materiálu. Podľa rôznych vlastností, ktoré zodpovedajú rozvoju ionizácie plynu a prejavujú sa rôznou voltampérovou charakteristikou, existuje niekoľko druhov nesamostatných a samostatných výbojov. Medzi samostatné patrí tiež **oblúkový výboj** alebo **elektrický oblúk**.

Elektrický oblúk sa generuje termoemisiou, autoemisiou, alebo oboma a horí vo vymedzenom prostredí plynov alebo pár, spravidla pri atmosférickom tlaku. Hranice oblúka vymedzuje sústava minimálne dvoch elektród, pripojených na jednosmerný alebo striedavý zdroj elektrickej energie.

Elektrický oblúk má typickú zápornú VA – charakteristiku, vyznačuje sa vysokou hustotou prúdu vo výbojovej oblasti (v okolí katódy až  $10^3 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ ), vysokou teplotou výboja (postačujúcou k termickej emisii), malým rozdielom potenciálov na elektródach, intenzívnym žiarením a pod. Tvar a charakteristické oblasti jednosmerného oblúka, spolu s rozložením napätia na ňom ilustruje obr. 4.5.



Obr. 4.5 Jednosmerný elektrický oblúk: a) tvar a charakteristické oblasti; b) rozloženie napätia na oblúku v závislosti od jeho dĺžky a tlaku vo výbojovej oblasti

**Katódovú škvrru** tvorí najmä zhhluk kladných iónov a zodpovedajúci úbytok napätia je závislý od veľkosti ionizačného potenciálu predmetného plynu. Podobne **anódovú škvrru** tvoria elektróny, ktoré po prechode stĺpcom oblúka sa neutralizujú na anóde. Úbytok napätia medzi anódou a anódovou škvrrou závisí najmä od podmienok výboja a geometrie anódy, pričom štatisticky platí, že súčet oboch úbytkov sa približne rovná ionizačnému napätiu plynu. Oba úbytky napätia v podstate nezávisia od dĺžky oblúka, ani od napätia na elektródach. Katódová a anódová škvrra sa líšia podstatne rozdielnou hustotou prúdu. Bolo experimentálne zistené, že napr. pre grafitové elektródy s prúdmi 60 až 600 A, hustota prúdu v katódovej škvrrine sa pohybuje v hraniciach 2700 až 2900 A.cm<sup>-2</sup>, hustota prúdu v anódovej škvrrine býva len 200 až 400 A.cm<sup>-2</sup>. So znižovaním tlaku v oblúku, hustoty prúdov klesajú [14].

Priestorovo najväčšiu časť výbojovej oblasti zaberá **stĺpec oblúkového výboja**, ohraničený tzv. aureólou. Vyznačuje sa malým gradientom potenciálu. Stĺpec oblúkového výboja je vyplnený **elektrickou plazmou**, čo je vysokoionizovaný plyn s približne rovnakým počtom elektrónov a kladných iónov. Preto navonok je kvázineutrálny.

Termínom **elektrická**, alebo všeobecnejšie **fyzikálna plazma** sa označuje špecifický stav plynu, ohriateho na vysokú teplotu, z ktorého sa skladajú niektoré oblasti elektrických výbojov. V zahrievanom plyne so vzrastajúcou teplotou dochádza najskôr k disociácii molekúl, následne k termickej ionizácii atómov. Takto plynné skupenstvo sa mení na plazmatické (na fyzikálnu plazmu). Určujúcou vlastnosťou plazmy je rovnaký počet záporných a kladných nosičov náboja v jednotke objemu, čo znamená, že výsledný priestorový náboj sa rovná nule. Kvázineutralita plazmy je jej vonkajším prejavom, nepopierajúcim skutočnosť, že medzi jej vnútornými oblasťami môžu existovať silné elektrické a magnetické polia, vyvolávajúce makroskopické prúdenia nosičov náboja. Tieto napokon vedú k nulovému priestorovému náboju.

V oblúkovom výboji na nabitú časticu sa musí pôsobiť vonkajším elektrickým poľom (poľom medzi elektródami), ktoré ich orientuje do usmerneného pohybu. Neusporiadaný tepelný pohyb týchto častíc sa kombinuje s usmerneným, dochádza k zrážkam, nabitú časticu odovzdávajú časť kinetickej energie neutrálnym. Aj keď sa tieto zrážkami „ohrievajú“, pri trvalom pôsobení poľa teplota „elektrónového plynu“ je trvale vyššia ako „neutrálneho plynu“. Stĺpec oblúkového výboja nie je v stave tepelnej rovnováhy, je vyplnený zmesou

elektricky nabitých a neutrálnych častíc v rozličných kvantových stavoch, ktoré na seba vzájomne pôsobia tak, aby sa v ňom udržal celkový kvázineutrálny charakter.

Zdrojom nabitých častíc v oblasti stĺpca oblúkového výboja je termická ionizácia, podliehajúca Sahovmu zákonu. Produkuje približne toľko voľných nosičov náboja, koľko ich zaniká rekombináciou a difúziou. Elektrická plazma je v dynamickom rovnovážnom stave, ktorý zodpovedá teplote, tlaku, gradientu napätia a druhu plynu. Jednoznačné vyjadrenie závislosti stavu plazmy od uvedených faktorov nie je jednoduché, často skôr empirické [3].

**Teplota oblúka**, so spoľahlivou približnosťou, je priamoúmerná ionizačnému potenciálu aktuálneho plynu podľa vzťahu

$$T_{ob} = 800 \cdot U_i \quad [\text{K}; \text{V}] \quad (4.30)$$

Ak si uvedomíme, že ionizačné potenciály bežných plynov sa nachádzajú v intervale 4 až 25 V, zodpovedajúce teploty oblúkov pri atmosférickom tlaku a voľnom vyžarovaní energie (z oblúkov) bývajú v intervale 3200 až 20000 K. Sú to hodnoty, ktoré zodpovedajú nízkoteplotnej plazme.

V neizotermickej, nízkoteplotnej plazme oblúka, môžeme teda energetické pomery stručne sumarizovať nasledovne. Pohybujúce sa elektróny a ióny v priestore medzi elektródami získavajú energiu z energie elektromagnetického poľa vonkajšieho zdroja. Ak by priestor neobsahoval „ťažké“ častice (ióny, atómy a molekuly plynu), poľom urýchľované elektróny by získanú kinetickú energiu odovzdávali „bombardovanej“ anóde, ktorou by sa ohrievala. V reálnom plyne však ťažké častice existujú, zrážajú sa s urýchľovanými elektrónmi, nimi odovzdaná energia sa prejaví zvýšením energie chaotického tepelného pohybu ťažkých častíc. Energeticky to znamená, že rastie teplota plynu, čo sa prejaví zvýšením jeho konduktivity. Preto rastie aj intenzita prúdu a zvyšuje sa výkon, privádzaný do plazmy oblúkového výboja. V plazme zároveň prebieha rekombinácia častíc, ktorá tiež ovplyvňuje jej energetický stav. Pri neutralizovaní častíc sa uvoľňuje minimálne ionizačná práca, ktorá sa spotrebuje buď pri ionizovaní ďalšej častice alebo vo forme tepla, ktorým sa tiež zvyšuje teplota plazmy oblúka.

Formálne vyjadrenie výkonu elektrického oblúka nie je zložité. Ak ním preteká prúd o intenzite  $I_{ob}$ , potom výkon bude

$$P_{ob} = I_{ob} \cdot U_{ob} = I_{ob} \cdot (\Delta U_K + \text{grad}(U_c \cdot l_c) + \Delta U_A) \quad (4.31)$$

kde  $\Delta U_K$ ,  $\Delta U_A$ ,  $U_c$  sú postupne úbytky napätia na katódovej a anódovej oblasti a napätie na stĺpci výboja, pri jeho dĺžke  $l_c$  (porovnateľná s celou dĺžkou oblúka)

Výkon podľa (4.31) je teoreticky tepelný výkon oblúka, resp. rýchlosť premeny energie elektromagnetického poľa (zdroja) na tepelnú formu v plazme oblúka.

Zložitejšie je vyjadrenie samotného prúdu oblúka, ktorý závisí od intenzity poľa medzi elektródami  $E_{ob}$ , od jeho teploty  $T_{ob}$  a polomeru  $R_{ob}$  podľa vzťahu [1], [3].

$$I_{ob} = R_{ob}^2 \cdot E_{ob} \cdot f(T_{ob}) \quad (4.32)$$

Potom tiež výkon oblúka pripadajúci na jednotku jeho dĺžky bude

$$P_{ob,1} = I_{ob} \cdot E_{ob} = R_{ob}^2 \cdot E_{ob}^2 \cdot f(T_{ob}) \quad (4.33)$$

Aplikačne dôležitá metóda elektrických ohrevov, ktorá využíva práve popísaný fyzikálny princíp generovania tepla v ionizovaných plynch sa nazýva **oblúkový ohrev**.



#### 4.1.5 Generovanie tepla z kinetickej energie urýchlených elektrónov

Pôvodná myšlienka generovať teplo využitím kinetickej energie elektrónov, pohybujúcich sa veľkou rýchlosťou, je v podstate jednoduchá. Fyzikálny princíp produkcie tepla je založený na správaní sa elektrónov v elektrickom poli a na premene ich kinetickej energie na potenciálnu formu v „prekážke“ (v ohrievanom materiáli), na ktorú dopadajú. Prírastok potenciálnej energie sa prejaví zvýšením teploty materiálu, teda jeho ohrevom.

K vysvetleniu princípu uvažujme najskôr osamotený elektrón v elektrickom poli. Z fyziky si pamätáme, že ak na elektrón s nábojom  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  a kludovou hmotnosťou  $m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  pôsobí predmetné pole s intenzitou  $E$ , potom podlieha sile

$$F = -e \cdot E \quad (4.34)$$

v dôsledku ktorej sa začne pohybovať proti smeru poľa so zrýchlením úmerným tejto sile.

Na voľnej dráhe pohybu  $l_e$  elektrón získava kinetickú energiu, úmernú štvorcu rýchlosti, t.j.

$$W_k = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_e^2 \quad (4.35)$$

Na zvýšenie kinetickej energie elektrónu sa prirodzene spotrebuje práca, ktorá sa uhrádza z energie elektrického poľa. Veľkosť tejto práce je

$$A = |F \cdot l_e| = e \cdot l_e \cdot E \quad (4.36)$$

Pre vyjadrenie rýchlosti elektrónu konkretizujme jeho pohyb v elektrickom poli vytvorenom dvojicou elektród, katódou a anódou, ktoré sú pripojené na jednosmerný zdroj napätia  $U$  (obr 4.6). Medzi nimi nech je vzdialenosť  $l_{KA}$ , tak veľká, že na nej nedochádza k zrážkam elektrónu s inými časticami prostredia ( $l_{KA} \sim l_e$ ). Ak prijmem zjednodušujúci predpoklad, že z katódy emitujúci elektrón má na jej povrchu nulovú počiatočnú rýchlosť  $v_{e,k} = 0$ , potom zrýchlením podľa na konci dráhy  $l_{KA}$  (v okamžiku dopadu na anódu) bude disponovať kinetickou energiou

$$W_{k,KA} = W_{k,max} = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot (v_{e,A} - v_{e,k})^2 = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_{e,A}^2 \quad (4.37)$$

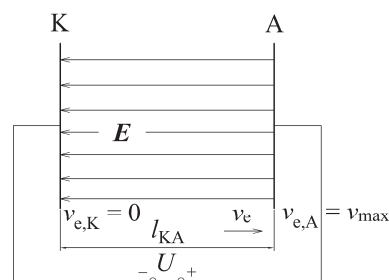
teda maximálnou, ktorú elektrón môže získať na úkor vynaloženej práce poľa (4.34). Pri známom napätí  $U$ , nazýva sa **urýchľujúce** alebo **anódové**, platí znovu rovnosť

$$\frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_{e,A}^2 = e \cdot l_{KA} \cdot E = e \cdot U \quad (4.38)$$

z ktorej rýchlosť elektrónu je

$$v_{e,A} = v_{e,max} = \sqrt{\frac{2 \cdot W_{k,KA}}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_0}} = 5,93 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{U} \quad (4.39)$$

Je to maximálna možná rýchlosť, ktorou elektrón dopadá na anódu (obr. 4.6).



Obr. 4.6 Rýchlosť elektrónu v elektrickom poli

Z dôvodu objektivity treba poznamenať, že uvedené vzťahy platia presne len v hraniciach klasickej Newtonovej mechaniky, teda len pre rýchlosti elektrónu podstatne menšie ako je rýchlosť svetla. Vtedy aj skutočná hmotnosť elektrónu sa približne rovná jeho klúdovej hmotnosti. Ak sú rýchlosti elektrónu väčšie, porovnateľné s rýchlosťou svetla, neplatí klasická, ale relativistická mechanika. V súlade s touto, potom skutočná hmotnosť elektrónu a jeho relativistická rýchlosť sú iné. [15]

Medzným urýchľujúcim napätím, do ktorého ešte možno zanedbávať vplyv relativity je približne hodnota okolo 40 kV. Hmotnosť elektrónu vzrastie o menej ako 10 % oproti klúdovej hmotnosti, rýchlosť, v porovnaní s rýchlosťou svetla, sa považuje ešte za malú. Bez rozdielu na presnosť odvodených závislostí, vyplývajú z nich nasledujúce závery:

- podmienkou získania veľkej kinetickej energie elektrónu pri jeho malej hmotnosti je dosiahnutie vysokej rýchlosti  $v_e$ ;
- vysoká rýchlosť elektrónu sa dá dosiahnuť vysokým urýchľujúcim napätím  $U$ ;
- aby urýchľovaný elektrón získanú kinetickú energiu v priestore medzi elektródami nerozptýlil, treba minimalizovať počet zrážok s inými časticami na dráhe jeho pohybu. To znamená, že jeho voľná dráha musí byť dostatočne veľká, porovnateľná so vzdialenosťou elektród, čo sa dosiahne vysokým vakuom ( $5 \cdot 10^{-2}$  až  $5 \cdot 10^{-5}$  Pa).

Ovodené vzťahy a vyslovené závery platia presne pre pohyb osamotenej častice v homogénnom elektrickom poli. Ich platnosť, aj keď len s obmedzenou približnosťou, dá sa rozšíriť aj na technicky reálne využiteľný mnohopočetný súbor častíc – zväzok elektrónov (jeho pohyb je prirodzene komplikovanejší). Ak z katódy emituje za 1 sekundu  $n$ -elektrónov, resp. taký počet elektrónov dopadá na anódu za 1 sekundu, potom súčin  $n \cdot e = I_e$  predstavuje veľkosť emisného prúdu zväzku elektrónov ( $n =$  počet elektrónov / 1 sekundu). Súčin tohto prúdu a urýchľujúceho napätia vyjadruje kinetickú energiu zväzku, ktorá sa uvoľní na povrchu ohrievaného materiálu za 1 sekundu. Ak by na predmetnom povrchu nedochádzalo k iným sprievodným procesom je to tepelný výkon

$$P_t = \frac{W_{e,z}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_e^2 \cdot n = n \cdot e \cdot U = I_e \cdot U \quad [\text{W}] \quad (4.40)$$

Veľkosť emisného prúdu závisí od mnohých faktorov. Relácie medzi emisným prúdom a urýchľujúcim napätím vyjadruje vzťah [3]

$$I_e = k \cdot U^{\frac{3}{2}} \quad (4.41)$$

kde  $k$  je konštanta zohľadňujúca vplyv predmetných faktorov

Aby premena kinetickej energie na tepelnú formu v ohrievanom materiáli bola dostatočne efektívna, treba zabezpečiť vysokú hustotu jej dopadu na ohrievaný povrch [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ]. To sa docieľuje sústredením zväzku elektrónov, tzv. **fokusáciou** zväzku do úzkeho **elektrónového lúča**. Pre fokusáciu zväzku sa využíva zase vplyv magnetického poľa na pohybujúci sa elektrón. Tento sa v predmetnom poli s intenzitou  $H$  pohybuje po skrutkovici s rastúcim stúpaním a polomerom podľa vzťahu [15]

$$r_e = \frac{m \cdot v_e}{e \cdot \mu_0 \cdot H} \quad (4.42)$$

Teda, pri rýchlosti elektrónu  $v_e$ , polomer dráhy skrutkového pohybu sa znižuje s rastúcou intenzitou magnetického poľa. Tento princíp sa uplatňuje aj pri fokusácii zväzku elektrónov do požadovaného tvaru elektrónového lúča.

Prechod elektrónov z povrchu do vnútorných vrstiev napr. ohrievaného materiálu je omnoho komplikovanejší ako ich pohyb v elektrickom poli medzi katódou a anódou. Je

sprevádzaný rôznymi sekundárnymi procesmi a výrazným poklesom rýchlosti pohybu. Pri rýchlosti lúča  $v_{e,max}$ , ktorou dopadá na povrch, vo vzdialenosti  $x$  od tohto povrchu, jeho rýchlosť sa redukuje na hodnotu  $v_{e,x}$  podľa vzťahu [16]

$$v_{e,max}^4 - v_{e,x}^4 = \alpha \cdot x \quad (4.43)$$

v ktorom konštanta  $\alpha$  závisí od objemovej hmotnosti materiálu  $\rho_m$  (empiricky  $\alpha = 5 \cdot 10^{-38} \cdot \rho_m$ ). Z uvedeného vzťahu vyplýva, že lúč úplne stratí rýchlosť ( $v_{e,x} = 0$ ) na vzdialenosti

$$x_{max} = \frac{v_{e,max}^4}{\alpha} \quad (4.44)$$

Je to maximálna vzdialenosť, do ktorej môže elektrónový lúč preniknúť a v ktorej môže teda generovať teplo. Zo vzťahu vyplýva, že kinetická energia lúča sa absorbuje v tenkej povrchovej vrstve materiálu.

Sumárne celý proces generovania tepla predmetným spôsobom sa dá stručne vyjadriť takto: Z rozžeravenej katódy do medzielektródového priestoru emitujú elektróny termickou emisiou. Po predbežnom sústredení elektrónov do zväzku prostredníctvom pomocnej elektródy tak, aby prešli štrbinovou anódou, sú elektrickým poľom v priestore medzi katódou a anódou najskôr urýchľované zodpovedajúcim napätím  $U$ . Pred dopadom zväzku elektrónov na ohrievaný materiál, sú mimo priestor katódy a anódy sústredované do lúča fokusačným zariadením (cievka vytvárajúca vhodné magnetické pole), ktorý možno na ohrievaný materiál ešte nasmerovať vychyľovacím zariadením.

Elektrónový lúč pri dopade na povrch ohrievaného materiálu nespôsobuje len pozitívne generovanie tepla v povrchovej vrstve. Zároveň je doprevádzané ďalšími javmi, ktoré účinnosť premeny elektrickej energie na teplo týmto spôsobom viac-menej ovplyvňujú.

Podrobnejšie štúdium týchto sprievodných javov je pomerne zložitá. Konverzia elektrickej energie na teplo popísaným spôsobom sa využíva pri *elektrónovom ohreve*.

#### 4.1.6 Generovanie tepla pôsobením koherentného žiarenia

Ako je známe z kvantovej teórie, atóm alebo molekula určitého prostredia môže absorbovať alebo emitovať energiu len skokovo, t.j. v určitých kvantách. Kvant tejto energie je daný rozdielom medzi energetickými hladinami, v ktorých sa atóm alebo molekula môže nachádzať a počíta sa z Planckovho vzťahu. Tieto najmenšie kvantá elektromagnetického žiarenia sa nazývajú *fotóny*.

Z Planckovej teórie zároveň vyplýva, že každý fotón z elektromagnetického žiarenia spôsobí vyžiarenie ďalšieho fotónu s rovnakými vlastnosťami, čiže s rovnakou frekvenciou, fázou a s rovnakým smerom. Takto sa vlastne lavínovite šíria vlastnosti prvého fotónu do celej sústavy. Žiareniu s uvedenými vlastnosťami hovoríme *koherentné žiarenie* (spojité, súvislé). Na vytvorenie koherentného žiarenia je potrebné, aby počet prechodov medzi energetickými stavmi sústavy bol čo najväčší. Tento predpoklad je splnený pre žiarenie v *kvantových generátoroch*. Kvantové generátory sú teda zdroje alebo zosilňovače monochromatického koherentného žiarenia v optickej oblasti spektra.

V činnosti kvantového generátora sa využíva princíp tzv. prečerpávania energie, čo je najskôr dodanie energie atómom a molekulám pre ich prechod na vyššiu energetickú hladinu, ktorú potom spätným pochodom uvoľňujú riadenou emisiou (nie bežnou spontánnou) pri rovnakej frekvencii, súčasne a sústredene. Výsledkom sú monochromatické

lúče s presnými geometrickými vlastnosťami (napr. pri systéme rovinných zrkadiel sú lúče presne rovnobežné).

Ohrievaný materiál pohlcuje fotónový zväzok lúčov, preto ohrev sa nazýva **fotónový**. S ohľadom na frekvenčné spektrum optického žiarenia kvantové generátory pracujú v oblastiach

- **ultrafialového žiarenia**, sú to tzv. UV-lasery
- **svetelného žiarenia**, sú to lasery
- **infračerveného žiarenia**, s názvom IR-lasery

## 4.2 Kritériá triedenia elektrických ohrevov

Fyzikálne princípy generovania tepla v rôznych materiáloch, stručne vysvetlené v predchádzajúcich článkoch, nie sú jediným kritériom triedenia elektrických ohrevov, prípadne zodpovedajúcich elektrotepeľných zariadení. Z praktických dôvodov sa používajú aj mnohé iné, podľa ktorých je možné konkrétny ohrev či zariadenie jednoznačnejšie definovať. Medzi také patria napr. spôsob ohrevu vsádzky (vsádzkou nazývame ohrievaný materiál), pracovná teplota, pracovná atmosféra, charakteristické elektrické parametre (najmä frekvencia) a pod. Pre elektrotepeľné zariadenia sú dôležité tiež kritériá triedenia podľa prevádzkového režimu, technologického účelu, podľa konštrukcie a iné. Podstatné kritériá triedenia elektrických ohrevov a zariadení uvádzame v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 4.1 Kritériá triedenia elektrických ohrevov

KRITÉRIUM TRIEDENIA	ELEKTRICKÝ OHREV/ELEKTROTEPEĽNÉ ZARIADENIE
<b>Metóda ohrevu</b>	odporová (pozri 4.1.1) elektrodová (pozri 4.1.1) indukčná dielektrická (pozri 4.1.2) oblúčková (pozri 4.1.4) elektrónová (4.1.5) mikrovlnová plazmová fotónová (4.1.6) ultrazvuková
<b>Spôsob ohrevu</b>	priamy – teplo sa generuje priamo vo vsádzke nepriamy – teplo sa generuje mimo ohrievanej vsádzky
<b>Výška pracovnej teploty</b>	nízkoteplotný ohrev (do 400 max. 600 °C) stredoteplotný (do 1200 °C) vysokoteplotný (nad 1200 °C)
<b>Druh pracovnej atmosféry</b>	prirodzená

	umelá (riadená) technické vákuum
<b>Pracovná frekvencia</b>	jednosmerný ohrev ohrev pri nízkej frekvencii (do 50 Hz) ohrev pri sieťovej frekvencii (50 Hz) ohrev pri vyššej frekvencii (od 50 Hz do 10 kHz) ohrev pri vysokej frekvencii (od 10 kHz do 300 GHz) ohrev pri veľmi vysokej frekvencii (nad 300 GHz)
<b>Prevádzkový režim</b>	prerušovaný periodický nepretržitý (priebežný)
<b>Technologický účel</b>	taviace procesy (tavenie kovov, skla,...) procesy tepelného spracovania (ohrev pre tvárnenie, kalenie, žíhanie, zváranie,...)
<b>Podľa konštrukcie</b>	elektrické pece – zariadenie s pracovnou komorou (vymedzujúcou pracovný priestor) elektrické ohrievače – zariadenie bez pracovnej komory

Jednotlivé kritéria doplníme stručným komentárom:

- **metóda ohrevu** vyjadruje fyzikálny princíp generovania tepla a spôsob prenosu elektrickej energie do konverzného prostredia. Pretože elektrické metódy ohrevu sú založené na viacerých fyzikálnych princípoch uvoľňovania tepla v materiáloch (podľa ich elektrických vlastností), táto skutočnosť ich robí podstatne univerzálnejšími v porovnaní s klasickým palivovým ohrevom. Preto elektrické ohrevy umožňujú ohrievať materiály (vsádzky) elektricky vodivé aj nevodivé, magnetické aj nemagnetické, materiály v rôznych skupenských fázach a v rôznych atmosférach. Pri správnom výbere metódy ohrevu materiály sa dajú ohrievať na požadovanú teplotu, spravidla pri racionálnej spotrebe elektrickej energie.
- **spôsob ohrevu** vsádzky elektrickými metódami je dvojaký, priamy a nepriamy, čo tiež zvyšuje ich univerzálnosť. **Nepriamym spôsobom** sa vsádzka ohrieva tak, že teplo sa uvoľňuje mimo nej, v špeciálnom prvku, tzv. výhrevnom článku a na povrch vsádzky sa prenáša termokinetickými procesmi, najmä sálaním a prúdením tepla. Z povrchu do vnútorných vrstiev vsádzky teplo prestupuje spôsobom, zodpovedajúcim jej skupenstvu (vedením alebo prúdením tepla, prípadne ich kombináciou). Výhodou nepriameho spôsobu ohrevu je, že jeho intenzitu (rýchlosť, účinnosť, ...) neovplyvňujú elektrické vlastnosti vsádzky, najmä konduktivita, permitivita a permeabilita. V tomto smere je nepriamy ohrev univerzálnejší ako priamy. **Priamym spôsobom** ohrevu je zase racionálnejší v tom, že teplo sa generuje

priamo v ohrievanej vsádzke, nie je teda potrebný jeho prenos z výhrevného článku, čím sa znižujú tepelné straty a zvyšuje účinnosť ohrevu. Rýchlosť ohrevu priamym spôsobom je vyššia ako pri nepriamom. Typickými príkladmi priameho ohrevu je indukčný ohrev vodivých materiálov (tavenie kovov, ich tvárnenie, kalenie, ...), a dielektrický ohrev dielektrík (sušenie dreva, výroba preglejok apod.). Niektoré metódy ohrevu, napr. odporový alebo oblúkový ohrev sa dajú realizovať priamym aj nepriamym spôsobom.

- **výška pracovnej teploty** je buď konečná teplota vsádzky definovaná technologickým procesom (pri priamych ohrevoch) alebo priemerná teplota pracovného priestoru, pre ktorú je konštruovaná pec resp. ohrievač (pri nepriamych ohrevoch).
- **druh pracovnej atmosféry** vyjadruje zloženie atmosféry, v ktorej sa uskutočňuje ohrev vsádzky. Mnohým tepelným technológiám, najmä s ohľadom na požadovanú čistotu ohrievanej vsádzky, nevyhovuje prirodzená atmosféra. Vyžaduje sa iné zloženie čo sa dosahuje jej dopovaním napr. uhlíkom, dusíkom a ďalšími plynmi. Obohatené atmosféry sa nazývajú **umelé alebo riadené**.
- **pracovná frekvencia** ohrevu je frekvencia napájacieho zdroja elektrickej pece, resp. ohrievača. Pracovná frekvencia sa nedá voliť ľubovoľne, odvodzuje sa od metódy ohrevu a elektrických vlastností vsádzky, čo súvisí s požiadavkou optimálneho generovania tepla v nej. Preto výberu správneho napájacieho zdroja treba venovať zvýšenú pozornosť.
- **prevádzkový režim** ako kritérium triedenia sa skôr vzťahuje na elektrotepelné zariadenia. V prerušovanom režime pec či ohrievač pracujú vtedy, ak sú v zapnutom stave nepravidelne, t. j. podľa okamžitej potreby. Ak pec či ohrievač sú v prevádzke pravidelne, s prerušením napr. pre vybratie vsádzky s pracovného priestoru a naloženie ďalšej, pracujú v periodickom režime. V priebežnom režime zariadenia pracujú vtedy, ak sú v činnosti nepretržite (napr. v priebehu 24 hodín, týždňa,...), pričom cyklicky alebo kontinuálne sa vsádzka privádza do pracovného priestoru a rovnako z neho odvádza.
- **technologický účel** je kritérium, ktorým sa definuje technologický proces v peci resp. ohrievači. Okrem taviacich procesov je mnoho procesov tepelného spracovania, ktoré sa výhodne uskutočňujú metódami elektrických ohrevov.
- **konštrukčné kritérium**. Týchto je mnoho, podľa základného sa všetky elektrotepelné zariadenia triedia na pece a ohrievače. Rozdiel je jednoduchý.

**Elektrická pec** je v zahraničnej terminológii označovaná ako komorové elektrotepelné zariadenie, t. j. také, ktoré má vymedzený pracovný priestor – pracovnú komoru. Vymedzuje sa výmurovkou zo žiaruvzdorných alebo tepelnoizolačných materiálov, prípadne oboch. Výmurovka obmedzuje tepelné straty pece, prípadne, ak je hermeticky uzavretá, slúži aj pre zabezpečenie riadenej atmosféry v pracovnej komore.

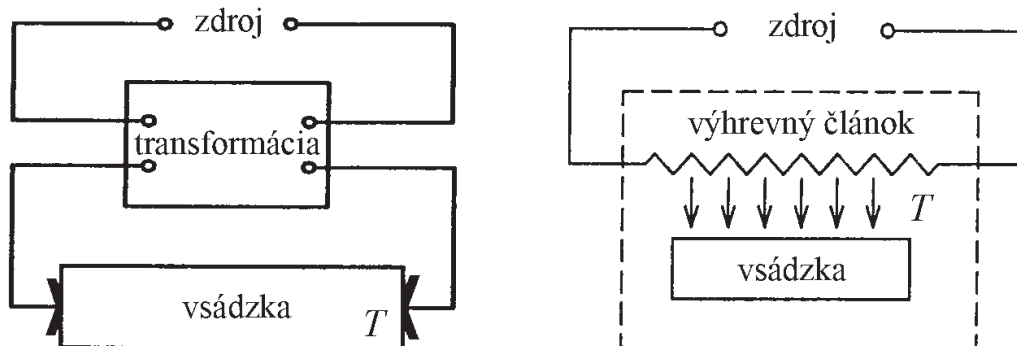
**Elektrický ohrievač** je bezkomorové zariadenie, nemá presne vymedzený pracovný priestor. Je to napr. elektrický sálavý panel, elektrický konvertor, indukčný ohrievač a pod.

### 4.3 Odporový ohrev a odporové elektrotepelné zariadenia

Princíp generovania tepla odporovou metódou sa uplatňuje vo vodivom prostredí, je dôsledkom platnosti Jouleovho zákona. Prenos energie zo zdroja do konverzného prvku sa uskutočňuje kondukčne, jeho galvanickým spojením so zdrojom. Z praktických dôvodov odporový ohrev sa realizuje dvojako:

- **priamo**, ak je vsádzka vodivá a teda je zároveň konverzným prvkom,
- **nepriamo**, ak je vsádzka nevodivá (alebo z iných dôvodov) a preto potrebné teplo na jej ohrev sa musí generovať mimo nej, vo vodivom konverznom prvku – **výhrevnom článku**. Vsádzka sa ohrieva sprostredkovane, termokinetickými procesmi medzi povrchmi článku a vsádzky.

Oba spôsoby odporového ohrevu sú principiálne naznačené na nasledujúcom obrázku.

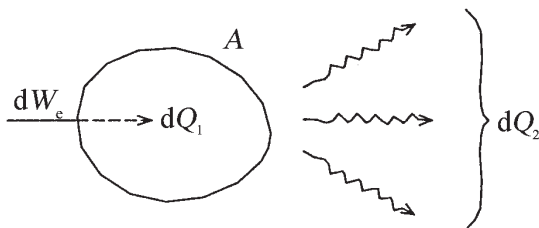


Obr. 4.7 Priamy a nepriamy odporový ohrev (T – teplo)

Odhladnuc od druhu konverzného prvku, v oboch prípadoch množstvo generovaného tepla za jednotku času v celom objeme zodpovedá výkonu podľa Jouleovho zákona v integrálnej forme (4.8), alebo v jednotkovom objeme mernému objemovému výkonu (4.7). Generovaný tepelný výkon v konverznom prvku o objeme  $V$  s pretekajúcim prúdom  $I$  teda je

$$P_e \equiv P_t = R \cdot I^2 = \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot (J^2 \cdot S^2) = \rho \cdot J^2 \cdot V = \gamma \cdot E^2 \cdot V \quad [\text{W}] \quad (4.45)$$

Pri oboch spôsoboch ohrevu, pri zanedbaní vplyvu rozmerov konverzných prvkov, je v zásade tiež rovnaká všeobecná **otepl'ovacia charakteristika ohrevu**. Stanovíme ju z energetickej bilancie. Ak do konverzného prvku privádzame elektrickú energiu z vonkajšieho zdroja veľkosti  $dW_e$  pričom v prvku sa neuskutočňujú fázové premeny a žiadne elektrochemické procesy, celá sa premení na tepelnú formu. Časť tepla  $dQ_1$  sa spotrebuje na zvýšenie tepelného obsahu prvku, zvyšok  $dQ_2$  sa odvádza cez jeho povrch do okolia (obr. 4.8)



Obr. 4.8 Energetická bilancia konverzného prvku (neizolovanej termodynamickej sústavy)

Z formálneho zápisu energetickej bilancie  $dW_e = dQ_1 + dQ_2$ , pri hmotnosti prvku  $m$  a odvode tepla z jeho povrchu  $A$ , s koeficientom prestupu tepla  $\alpha_C$  (prúdením, sálaním, resp. ich kombináciou), vyplýva diferenciálna rovnica

$$dW_e = P_e \cdot dt = m \cdot c \cdot d(\Delta\vartheta) + \alpha_C \cdot A \cdot \Delta\vartheta \cdot dt \quad (4.46)$$

so všeobecným riešením

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0 = \frac{P_e}{\alpha_C \cdot A} + C \cdot e^{-\frac{\alpha_C \cdot A}{m \cdot c} t} \quad (4.47)$$

v ktorom  $P_e$  je elektrický príkon a  $\Delta\vartheta$  je oteplenie prvku za čas  $t$ . Pri zvolenej začiatočnej podmienke (pre  $t = 0$  je  $\Delta\vartheta = 0$ ) integračná konštanta  $C$  bude

$$C = -\frac{P_e}{\alpha_C \cdot A} \quad (4.48)$$

a jednoznačné riešenie rovnice (4.46) potom je

$$\Delta\vartheta = \frac{P_e}{\alpha_C \cdot A} \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha_C \cdot A}{m \cdot c} t} \right] = \Delta\vartheta_{\max} \cdot \left[ 1 - e^{-\frac{t}{t_0}} \right] \quad (4.49)$$

pričom sme využili skutočnosť, že v čase  $t \rightarrow \infty$  je oteplenie prvku maximálne

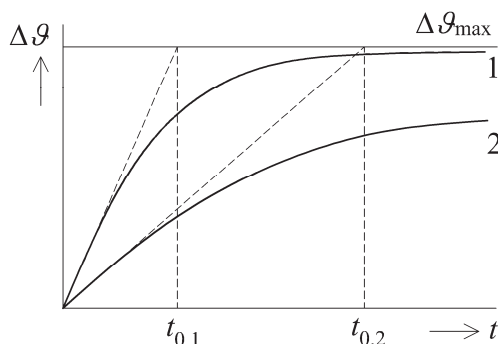
$$\Delta\vartheta_{\max} = \vartheta_{\max} - \vartheta_0 = \frac{P_e}{\alpha_C \cdot A} \quad (4.50)$$

Prevrátená hodnota konštantnej časti exponentu

$$\frac{m \cdot c}{\alpha_C \cdot A} = t_0 \quad [s] \quad (4.51)$$

je **časová konštanta ohrevu**. Je to doba, za ktorú by konverzný prvok dosiahol maximálne oteplenie, ak by jeho teplota rástla s časom lineárne (v smere dotyčnice ku skutočnej otepľovacej krivke v čase  $t = 0$ ). Takej lineárnej zmene teploty zodpovedá ideálny ohrev, keď  $dQ_2 = 0$ , t.j. prvok sa správa ako izolovaná termodynamická sústava. Grafické znázornenie priebehu funkcie (4.49) je na obr. 4.9, z ktorého tiež vyplýva:

- oteplenie prvku, resp. jeho teplota s časom rastie exponenciálne
- strmosť exponenciály závisí od tepelnej kapacity prvku ( $m \cdot c$ ) a podmienok výmeny tepla na jeho povrchu s okolím ( $\alpha_C \cdot A$ ). Prvok s malou časovou konštantou sa ohrieva rýchlejšie ako s veľkou. Všeobecne malé časové konštanty majú výhrevné články ( $t_{0,1}$ ), vodivé vsádzky majú konštanty veľké ( $t_{0,2}$ ).



Obr. 4.9 Otepľovacie charakteristiky výhrevného článku (1) a vodivej vsádzky (2) ako konverzných prvkov



Treba poznamenať, že uvedené charakteristiky nie sú dostatočne presné, najmä pre vodivú vsádzku. Z dôvodu jej väčších rozmerov rozloženie teploty v objeme spravidla nebýva rovnomerné a pri veľkých hodnotách oteplenia  $\Delta\vartheta$  prostredie vsádzky sa stáva nelineárnym. Mení sa napr. jej hmotnostná tepelná kapacita, pretože je funkciou teploty.

#### 4.3.1 Nepriamy odporový ohrev

Pri tomto spôsobe ohrevu teplo sa generuje vo výhrevnom článku, ktorý je galvanicky spojený so zdrojom elektrickej energie. Generované teplo z článku do objemu vsádzky sa prenáša kombinovaným termokinetickým procesom (obr. 4.7 vpravo), menovite:

- z povrchu článku na povrch vsádzky, čo je tzv. **vonkajšia výmena tepla**. Podľa výšky pracovnej teploty článku táto sa bežne uskutočňuje prenosom tepla prúdením, sálaním, alebo ich kombináciou,
- z povrchu vsádzky do vnútorných vrstiev, čo je **vnútorná výmena tepla**. Podľa technologického režimu, resp. skupenstva vsádzky, vnútorná výmena sa uskutočňuje vedením tepla v tuhej vsádzke alebo prúdením tepla v kvapalnej vsádzke.

Vonkajšou výmenou tepla vo všetkých odporových peciach s nepriamym ohrevom označujeme súhrn termokinetických procesov, prostredníctvom ktorých sa uskutočňuje výmena tepla medzi povrchmi výhrevných článkov, vsádzky a výmurovky pecí. Teoreticky sú to komplikované procesy, pretože závisia od mnohých okolností, z ktorých určujúcou je teplota pecného prostredia. Preto v inžinierskych úlohách vonkajšia výmena tepla sa rieši s mnohými zjednodušeniami a pre konkrétne definované teplotné a iné podmienky pecného prostredia.

Ak obmedzíme vnútornú výmenu tepla len na prenos tepla vedením, riešeniu teplotného poľa vyhovuje Fourierova rovnica v uvedených tvaroch (2.13), resp. (2.15). Je všeobecným matematickým modelom nestacionárneho teplotného poľa v tuhom prostredí bez vnútorného zdroja.

Charakter vnútornej výmeny tepla, teda teplotné pole vo vsádzke ohrievanej nepriamym spôsobom, je spravidla determinované technologickým predpisom príslušného procesu tepelného spracovania. Týmto sa zadáva napr. prípustný gradient teploty vo vsádzke, rovnomernosť ohrevu na charakteristickom rozmere (dovolená nerovnomernosť), dovolená rýchlosť zmeny teploty vo vsádzke a pod., ktoré na druhej strane určujú jeden z najdôležitejších parametrov procesu, **dobu ohrevu vsádzky**. Pritom tvar teplotného poľa, t.j. rozloženie teploty vo vsádzke (v jej ľubovoľnom bode a čase), závisí od dvoch určujúcich skutočností:

- od tzv. tepelnej veľkosti vsádzky
- od teplotného režimu ohrevu vsádzky

**Tepelná veľkosť vsádzky** združuje jej tvarové a materiálové vlastnosti (rozмеры, geometrický tvar, tepelnú vodivosť vsádzky), od ktorých závisí intenzita vnútornej výmeny tepla. Všeobecne dobu ohrevu vsádzky nepriamym spôsobom určuje intenzita vonkajšej aj vnútornej výmeny tepla. Pretože v tuhej vsádzke sa vnútorná výmena tepla uskutočňuje vedením, teda najpomalším spôsobom prenosu tepla (v porovnaní s prúdením, či sálaním, čo sú spôsoby prenosu pri vonkajšej výmene tepla), dobu ohrevu vsádzky ovplyvňuje najmä intenzita vnútornej výmeny tepla. Ak sú intenzity oboch výmen porovnateľné, pre dobu

ohrevu nie je rozhodujúca vnútorná výmena tepla, teda ani potrebná analýza teplotného poľa v objeme vsádzky. Takáto vsádzka sa hodnotí ako tepelne drobná.

Z pohľadu tvarových a materiálových vlastností **tepelne drobná vsádzka** je taká, ktorá má veľkú tepelnú vodivosť, takže aj pri relatívne veľkých rozmeroch sa rýchlo prehrieva v celom objeme, gradient teploty vo vsádzke je malý. Teplotné pole vo vsádzke je približne izotermické. Otepľovacia charakteristika pri predpokladanej linearite vsádzky má tvar ako na obr. 4.9 a dobu jej ohrevu určuje len intenzita vonkajšej výmeny tepla. Túto reprezentuje celkový koeficient prestupu tepla  $\alpha_c$  na povrchu vsádzky.

Druhou alternatívou je **tepelne masívna vsádzka**. Je to materiál s malou tepelnou vodivosťou, takže pri veľkom charakteristickom rozmere  $l_{ch}$  sa prehrieva s podstatne menšou intenzitou, akou sa realizuje vonkajšia výmena tepla. Gradient teploty vo vsádzke je veľký, ale nakoľko technologickým predpisom môže byť obmedzený (podobne ako rýchlosť zmeny teploty vo vsádzke), dobu ohrevu určuje najmä vnútorná výmena tepla. Teplotné pole vo vsádzke nie je izotermické, preto jeho analýza je potrebná.

Vhodným prostriedkom pre hodnotenie tepelnej veľkosti vsádzky je teda porovnanie intenzít vonkajšej a vnútornej výmeny tepla. Vyjadruje sa pomerom zodpovedajúcich tepelných tokov, čo je rovnocenné pomeru tzv. tepelného odporu vlastnej vsádzky ( $\frac{l_{ch}}{\lambda}$ ) k tepelnému odporu na rozhraní vsádzky a okolia ( $\frac{1}{\alpha_c}$ ). Tento pomer sa nazýva **Biotovo kritérium** (Biotovo číslo)

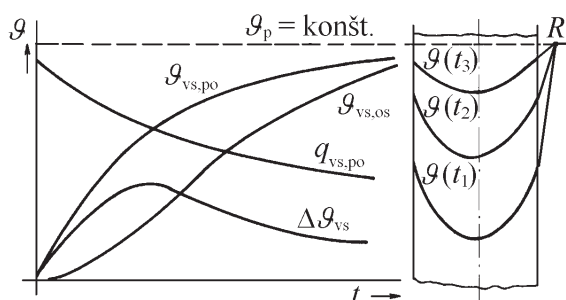
$$Bi = \frac{R_\lambda}{R_\alpha} = \frac{\frac{l_{ch}}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha_c}} = \frac{\alpha_c \cdot l_{ch}}{\lambda} \quad [1] \quad (4.52)$$

Je to súbor charakteristických termokinetických premenných s rozmerom jeden.

Medznou hodnotou pre stanovenie tepelnej veľkosti vsádzky je  $Bi = 0,25$ . Ak je  $Bi < 0,25$  ( $R_\lambda \ll R_\alpha$ ) vsádzka je tepelne drobná, naopak pri  $Bi > 0,25$  ( $R_\lambda \gg R_\alpha$ ) vsádzka sa hodnotí ako tepelne masívna.

Druhou okolnosťou určujúcou teplotné pole vo vsádzke sú teplotné režimy ohrevu. Matematicky sú vyjadrením hraničných podmienok (HP) pre jednoznačné riešenie Fourierovej rovnice. Pri realizácii nepriameho odporového ohrevu sa teda analogicky uplatňujú tri teplotné režimy (prípadne ich kombinácie):

- **teplotný režim pri konštantnej povrchovej teplote vsádzky** v priebehu celej doby ohrevu, t.j.  $\vartheta_{vs,po} = \text{konšt.}$  Režim zodpovedá HP 1. druhu,
- **teplotný režim s konštantnou hustotou tepelného toku** dopadajúceho na povrch vsádzky, teda  $q_{vs,po} = \text{konšt.}$  Korešponduje s HP 2. druhu,
- **teplotný režim s konštantnou teplotou v pecnej komore**  $\vartheta_p = \text{konšt.}$  Režim zodpovedá HP 3. druhu. Je znázornený na obr. 4.10.



Obr. 4.10 Teplotný režim ohrevu pri  $\vartheta_p = \text{konšt.}$  (HP 3. druhu): Otepľovacia krivka ohrevu a rozloženie teploty na hrúbke dosky pri dvojstrannom symetrickom ohreve. ( $\vartheta_{vs,po}$  – teplota na povrchu dosky,  $\vartheta_{vs,os}$  – teplota v rovine symetrie dosky,  $q_{vs,po}$  – hustota tepelného toku na povrchu,  $\vartheta(t_j)$  – teplota v čase  $t_j$ )

Je to teplotný režim s typickým znakom postupného vyrovnávania teploty na charakteristickom rozmere vsádzky v priebehu ohrevu. Vsádzka na konci ohrevu má malý gradient teploty ( $\Delta\vartheta$ ). Preto tento ohrev je vhodný pre objemové prehrievanie vsádzky s požadovanou malou nerovnomernosťou, napr. pre ohrev pred tvárnením.

#### Poznámka:

Termokinetikou nepriameho odporového ohrevu sa nebudeme podrobnejšie zaoberať, prináleží osnovám inžinierskeho stupňa štúdia. Je vhodné však poznamenať, že najmä analýza teplotných polí v tuhých prostrediach (vnútorná výmena tepla vo vsádzke), nie je jednoduchá, bez ohľadu na to, pri ktorom teplotnom režime sa vsádzka ohrieva. Teplotné pole je prirodzene vždy nestacionárne, len v zjednodušených prípadoch jednorozmerné, častejšie je viacrozmerné. Tepelné vlastnosti vsádzok, najmä tepelná vodivosť a hmotnostná tepelná kapacita sú závislé od teploty, preto riešenie Fourierovej rovnice, (čo je všeobecný matematický model tohto typu teplotných polí), sa stáva nelineárnou úlohou. Pre riešenie Fourierovej rovnice sa v súčasnosti používajú viaceré metódy. Z numerických metód sa často používa metóda konečných prvkov, metóda konečných diferencií, z experimentálnych je to najmä metóda elektroanalógie. [18], [19], [20].

### 4.3.2 Priamy odporový ohrev

Princíp priameho odporového ohrevu sme už stručne vysvetlili v úvode čl. 4.3 (obr. 4.7 vľavo). Určujúcou podmienkou realizácie tohto ohrevu je vhodná konduktivita vsádzky, umožňujúca uvoľniť potrebné Jouleovo teplo. Zásadný význam na tvar teplotného poľa, na rozloženie teploty v objeme vsádzky, má vnútorný zdroj tepla, ktorý závisí od charakteru vonkajšieho zdroja elektrickej energie.

Ak je vodivá vsádzka (galvanicky) spojená s jednosmerným zdrojom energie, pri jej jednoduchom geometrickom tvare, generované elektrické pole sa dá považovať za homogénne v celom objeme, teda hustota prúdu na jej priereze je rozložená rovnomerne. Preto aj merný výkon zdroja  $q_z$  (4.7) je rovnaký v každom bode vo vnútri vsádzky. Rozloženie teploty v teplotnom poli vsádzky je podmienené len intenzitou výmeny tepla na hranici jej povrchu a okolia (intenzitou ochladzovania).

Zložitejšie teplotné pomery sú pri ohreve tej istej vsádzky, ale galvanicky spojenej so striedavým zdrojom energie. Vo vsádzke, ako v každom vodiči pretekanom striedavým prúdom, sa uplatňuje povrchový jav s viac alebo menej výrazným elektrickým skinefektom,

závislým od hĺbky vniku elektromagnetickej vlny. Elektrické pole vo vsádzke je preto nehomogénne. Inými slovami, výsledkom pôsobenia striedavého elektromagnetického poľa je nerovnomerné rozloženie hustoty prúdu na priereze vsádzky a teda aj nerovnomerné rozdelenie merného výkonu  $q_z$  v jej objeme. Tento predurčuje aj nerovnomerný ohrev vsádzky na jej charakteristickom rozmere.

Praktickým úlohám analýzy teplotného poľa v priamo ohrievanej vsádzke vyhovuje rovnica vedenia tepla (2.12). Pre 3D súradnicový systém, vo vyšetrovanom tuhom prostredí s merným výkonom  $q_z$  má napr. tvar

$$\nabla^2 \vartheta + \frac{1}{\lambda} \cdot q_z(x, y, z) - \frac{1}{a_{\vartheta}} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0 \quad (4.53)$$

kde  $a_{\vartheta}$  je tepelná difuzivita tohto prostredia (2.11).

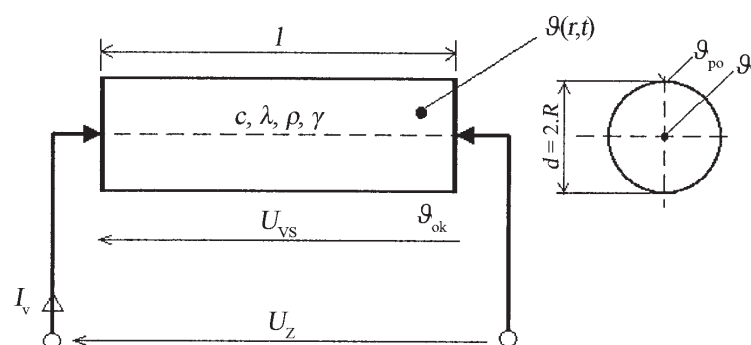
Rovnica sa dá riešiť s rôznym stupňom presnosti, podľa zvolených zjednodušujúcich predpokladov. Jej presnejšie riešenie totiž komplikuje niekoľko skutočností, z ktorých určujúce sú najmä tieto:

- nelinearita materiálových charakteristík vsádzky. Tepelné ( $\lambda$ ,  $c$ ,  $a_{\vartheta}$ , ...) a elektrické vlastnosti ( $\gamma$  resp.  $\rho$ , v prípade ohrevu feromagnetík aj  $\mu_r$ ) sú závislé od teploty, teda v priebehu ohrevu sa menia,
- interakcia teplotného a elektromagnetického poľa vo vsádzke. Prejavuje sa vzájomným ovplyvňovaním (zmenou) materiálových charakteristík,
- nehomogenita elektrického poľa vo vsádzke ohrievanej striedavým prúdom. Hodnota  $q_z$  na charakteristickom rozmere vsádzky sa mení (maximálna je na povrchu).

Výsledkom riešenia rovnice (4.53) sú spravidla teplotné charakteristiky ohrevu vsádzky, ktorých tvar určujú dve podstatné okolnosti, menovite:

- intenzita výmeny tepla na hranici vsádzky a okolia (veľkosť tepelných strát z povrchu vsádzky)
- charakter elektromagnetického poľa vo vsádzke (typ zdroja elektromagnetickej energie – jednosmerný alebo striedavý)

Rozdiely v predmetných charakteristikách ukážeme na typickom príklade priameho odporového ohrevu tuhej vsádzky v tvare valca – ohrevu elektrokontaktnou metódou (4.11)



Obr. 4.11 Princíp ohrevu valca elektrokontaktnou metódou

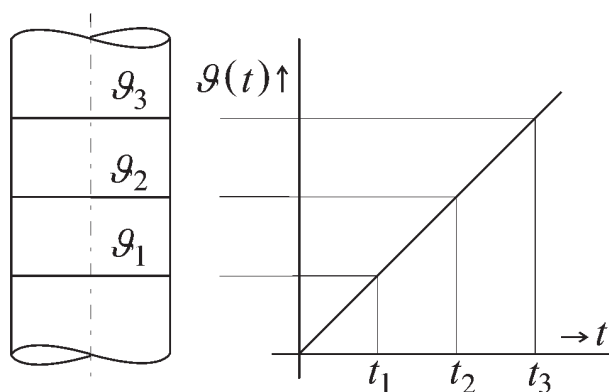
Ohrievaný valec má polomer  $R$ , dĺžku  $l$ , pričom  $l \gg R$ , a má určité materiálové a elektrické vlastností ( $c$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $\gamma$ ). Je galvanicky spojený so zdrojom napätia  $U_z$ . Možné prípady ohrevu a od nich závislé teplotné charakteristiky sú:

### 1. Ohrev dokonale izolovaného valca jednosmerným prúdom ( $\alpha = 0$ ; $J(r) = \text{konšt.}$ )

Ak je povrch valca dokonale izolovaný, ohrev je bezstratový, generované teplo jednosmerným prúdom sa celé spotrebuje na zvýšenie tepelného obsahu vsádzky. Pri jednosmernom zdroji je prirodzene hustota prúdu na polomere valca konštantná, merný elektrický výkon je preto v celom objeme rovnomerne rozložený ( $q_z = \text{konšt.}$ ). Matematicky, v rovnici (4.53) prvý člen stráca opodstatnenie ( $\Delta \vartheta = 0$ ), rovnica sa redukuje na obyčajnú diferenciálnu, s riešením v tvare teplotnej funkcie (pri začiatočnej podmienke pre  $t = 0$  je  $\vartheta = \vartheta_0$ ; a objemovej hmotnosti valca  $\rho_{vs}$ ):

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + \frac{q_z}{\rho_{vs} \cdot c} \cdot t \quad (4.54)$$

čo je rovnica priamky. Jej smernica má fyzikálny význam rýchlosti ohrevu valca (obr. 4.12).



Obr. 4.12 Ohrev dokonale izolovaného valca jednosmerným prúdom (rozloženie teploty na polomere valca – vľavo; teplotná, resp. otepľovacia charakteristika – vpravo)

Ohrev vsádzky, pri ktorom teplota nie je funkciou súradníc sa nazýva **izotermický**. V praxi sa mu približuje napr. priamy odporový ohrev pri grafitácii uhlíkových produktov v tzv. Achesonových peciach.

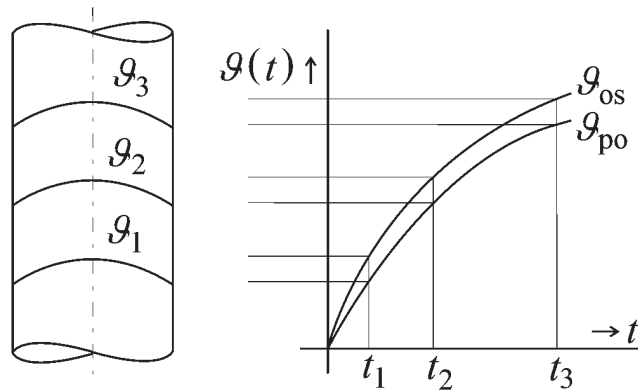
### 2. Ohrev neizolovaného valca jednosmerným prúdom ( $\alpha_c > 0$ ; $J(r) = \text{konšt.}$ )

Elektrické podmienky tohto ohrevu ostávajú rovnaké ako v predchádzajúcom prípade, t. j.  $J = \text{konšt.}$ ,  $q_z = \text{konšt.}$  Pretože valec je ale tepelne neizolovaný ( $\alpha_c > 0$ ), časť generovaného tepla sa spotrebuje formou tepelných strát do okolia ( $q_{ts} > 0$ ). Ochladzovanie povrchu valca je príčinou nerovnomerného rozloženia teploty na jeho polomere, teplota je funkciou polomeru a času ohrevu  $\vartheta = \vartheta(r, t)$ . Najvyššia teplota je v osi valca, najnižšia na jeho povrchu. Ohrev je teda neizotermický, v praxi mu zodpovedajú bežné technológie elektrokontaktného ohrevu a iné druhy priameho odporového ohrevu, vždy s jednosmerným zdrojom napätia.

Ak je polomer valca znovu podstatne menší ako jeho dĺžka ( $R_v \ll l$ ), teplotné pole vo valci je prakticky jednorozmerné a vyhovuje mu teda rovnica vedenia tepla v tvare (4.53) v tvare

$$\frac{\partial \vartheta(r, t)}{\partial t} = a_{\vartheta} \cdot \left[ \frac{\partial^2 \vartheta(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \vartheta(r, t)}{\partial r} + \frac{q_z}{\lambda} \right] \quad (4.55)$$

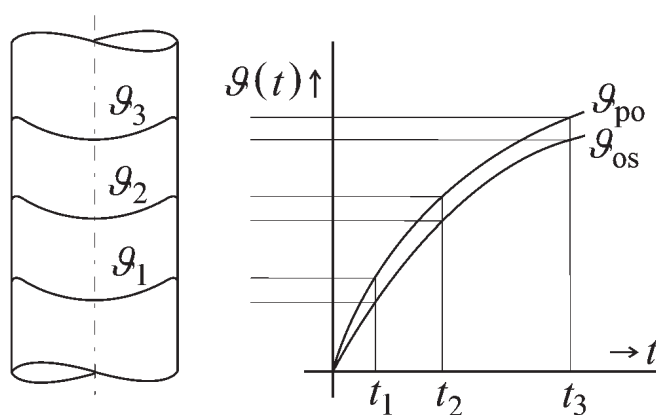
ktorá, s prijatou začiatočnou podmienkou a hraničnou podmienkou 3. druhu, predstavuje matematický model neizotermického ohrevu valca pri  $q_z(r) = \text{konšt.}$  Riešením rovnice (4.55) sa nebudeme zaoberať, v grafickej forme je znázornené na obr. 4.13.



Obr. 4.13 Ohrev neizolovaného valca jednosmerným prúdom

### 3. Ohrev neizolovaného valca striedavým prúdom ( $\alpha_c > 0$ ; $J(r) \neq \text{konšt.}$ )

V teplotných technológiách na báze priameho odporového ohrevu, vrátane elektrokontaktného, prevažne sa využíva striedavý zdroj energie. Vsádzkou pretekajúce prúdy s intenzitou rádovo až niekoľko kA sú zdrojom silných elektromagnetických polí, ktoré sa prejavujú výrazným povrchovým javom, elektrickým skinefektom. Hustota prúdu na priereze ohrievanej vsádzky je rozložená nerovnomerne, ak ju konkretizujeme valcom, potom je funkciou polomeru. Preto aj merný výkon  $q_z$ , je rovnako funkciou polomeru ohrievaného valca. Pretože je najväčší na povrchu valca ( $r = R_v$ ), povrch valca má najvyššiu teplotu. Teplotný spád medzi jeho neizolovaným povrchom a osou závisí nielen od rozloženia merného výkonu  $q_z$  na polomere, ale tak ako v predchádzajúcom prípade, aj od intenzity ochladzovania povrchu. Ohrev valca je znovu neizotermický, ale s opačným rozložením teploty ako pri podmienke  $J(r) = \text{konšt.}$  (obr. 4.14).



Obr. 4.14 Ohrev neizolovaného valca striedavým prúdom

Matematickým modelom tohto ohrevu (spolu so zadanou začiatočnou a hraničnou podmienkou) je znovu rovnica (4.55), v ktorej ale  $q_z$  je tiež funkciou polomeru valca. Tým je riešenie zložitejšie a zdĺhavejšie. Podrobnejšie je naznačené napr. v lit. [3].

### 4.3.3 Výhrevné články odporových pecí a ohrievačov s nepriamym ohrevom

Najdôležitejším prvkom všetkých odporových zariadení s nepriamym ohrevom sú **výhrevné články**, v ktorých sa mení elektrická energia na Jouleovo teplo so 100 % účinnosťou. Výhrevný článok je vodič z vhodného odporového materiálu, kovového alebo nekovového, galvanicky spojený so zdrojom elektrickej energie prostredníctvom koncovky. Je tvarovo upravený a priestorovo situovaný v pracovnom priestore tak, aby generované Jouleovo teplo intenzívne odovzdával na povrch vsádzky pri maximálnej účinnosti prenosu a životnosti článku. Správne navrhnutý, osadený a prevádzkovaný výhrevný článok má životnosť okolo 15000 hod.

Výber materiálu pre výhrevné články podlieha istým kritériám, zohľadňujúcim náročné požiadavky na ich prevádzku. Okrem tepelných (dostatočná žiaruvzdornosť materiálu), mechanických (napr. dostatočná pevnosť pri pracovnej teplote) a chemických (odolnosť proti chemickým vplyvom prostredia), sú to najmä **elektrické požiadavky**. Z pohľadu ostatných pri výbere materiálu pre výhrevný článok je rozhodujúca:

1. **Veľkosť rezistivity.** Rezistivita materiálu má byť veľká, čo umožňuje výhrevné články pripojiť priamo na distribučnú nn-sieť. Zároveň pri veľkej rezistivite materiálu článok má menšiu dĺžku a väčší prierez pre rovnaký odpor, čo je výhodné z konštrukčných a prevádzkových dôvodov.
2. **Veľkosť teplotného súčiniteľa odporu.** Teplotný súčiniteľ má byť malý, aby odpor výhrevného článku v hraniciach veľkých zmien teploty sa menil len minimálne, t.j. aby sa príliš nemenil jeho výkon.
3. **Stálosť elektrického odporu.** Má byť vysoká a súvisí s intenzitou „starnutia“ materiálu článku. Starnutie je spôsobené rekryštalizáciou materiálu pri vysokej teplote, ktorá spôsobuje zvýšenie odporu článku. Tým sa znižuje jeho výkon.

Uvedeným požiadavkám vyhovuje viac-menej veľké množstvo rôznych materiálov. Z dôvodu dobrého prehľadu ich môžeme rozdeliť do dvoch skupín:

- **kovové materiály**, s podskupinou odporových zliatin a podskupinou čistých, najmä ťažkotavitelných kovov
- **nekovové materiály**, napr. grafitové alebo na báze karbidu kremíka ...

Podstatnú časť kovových materiálov tvoria predovšetkým **odporové zliatiny**, ktoré podľa zloženia a tým aj magnetických vlastností sú buď nemagnetické, tzn. austenitické alebo magnetické, teda feritické.

**Austenitické odporové zliatiny** sú dvojaké. Dvojjložkové (tzv. podvojnú zliatiny), s rôznym podielom chrómu (Cr) a niklu (Ni). Podľa výšky podielu týchto kovov sa tiež označujú ako nichrómy alebo chrómnikelíny. Trojjložkové (tzv. potrojnú zliatiny), okrem chrómu a niklu obsahujú tiež vyšší podiel železa (Fe). Podľa podielu jednotlivých kovov sú typu: Cr-Ni-Fe, Fe-Cr-Ni alebo Fe-Ni-Cr. Austenitické zliatiny sa spravidla dotujú malým podielom zušľachtujúcich prvkov, napr. kremíkom (Si do 2 %), cérom (Ce do 0,8 %), hliníkom (Al až do 5 %), prípadne ďalšími. Tieto zliatiny majú relatívne vysokú rezistivitu a nízky teplotný súčiniteľ odporu, obe vlastnosti sú vítané. So vzrastajúcim podielom Ni v zliatine rastie dovoľená pracovná teplota. Oxidovú povrchovú vrstvu týchto zliatin vytvára Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, ktorý zvyšuje ich žiaruvzdornosť a prispieva k intenzívnemu odvodu tepla z ich povrchu.

**Feritické odporové zliatiny** sú magnetické materiály bez niklu, ale buď s kremíkom (Cr-Fe-Si) alebo hliníkom (Cr-Fe-Al, tzv. ferochromidy). Rovnako sa dotujú v malých

podieloch buď uhlíkom (C do 0,15 %), ytriom (Y), alebo znovu cérom (Ce). Feritické zliatiny vykazujú vysokú žiaruvzdornosť a v porovnaní s austenitickými ešte vyššiu rezistivitu. Majú však menej vhodné mechanické vlastnosti, najmä nízku pevnosť v ťahu pri pracovnej teplote. Okrem  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  oxidovú povrchovú vrstvu vytvára tiež oxid hlinitý ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Tento sa intenzívne tvorí najmä pri teplotách okolo 1000 °C. Horšie mechanické vlastnosti feritických zliatin, predovšetkým ferochromalov, prejavujú sa v ťažšej opracovateľnosti, náročnejšom zváraní a zvýšenej krehkosti, najmä po dlhotrvajúcom tepelnom namáhaní.

Typovými polotovarmi oboch skupín odporových zliatin sú drôty a pásy, pre špeciálne účely sa vyrábajú tiež v tvare rúr, prútov, dosiek a plechov. Drôty a pásy sa formujú do špirál a meandrov. Odporové zliatiny oboch typov sa vyrábajú a distribuujú ako polotovary, do špirál a meandrov sa formujú po predchádzajúcom výpočte geometrických rozmerov drôtov alebo pásov.

Čisté **ťažkotaviteľné kovy** sa používajú pre výhrevné články vysokoteplotných pecí s najvyššími pracovnými teplotami, t.j. okolo 2000 °C a viac. Takými kovmi sú napr. molybdén a volfrám, tiež tantal a platina.

**Molybdén a volfrám** majú približne rovnaké fyzikálne vlastnosti. Napr. teplotný súčiniteľ odporu oboch kovov je vysoký (molybdén pri teplote 2000 °C má 10-násobne vyššiu rezistivitu ako za studena), preto pece s takými článkami musia byť vybavené regulačnými transformátormi. Nevýhodou oboch kovov je tiež, že pri ohreve na povrchoch sa nevytvárajú oxidové (ochranné) vrstvy, brániace rozrušeniu kovov. Preto články môžu byť prevádzkované len v ochrannej atmosfére alebo v technickom vákuu. Oba kovy patria medzi tvrdé, ťažko opracovateľné a zvárateľné (odporúča sa nitovanie). Ľahšie opracovateľný a zvárateľný je **tantal**. Z dôvodu vysokej ceny, tantalové články sa používajú zriedkavejšie, podobne ako **platina**. Polotovary z čistých kovov majú tiež tvar drôtov, prútov, rúr, pásov, plechov a fólií.

Pre úplnosť treba ešte pripomenúť lacnejšie kovy a ich zliatiny pre výhrevné články nízkoteplotných pecí, ohrievačov a drobných odporových spotrebičov, s teplotami približne do 400 °C. Okrem hliníka a medi používajú sa zliatiny na báze medi a niklu, ako **konštantán** (44 % Ni + 56 % Cu), **nikelín** (34 % Ni + 65 % Cu + 1 % Fe) alebo **manganín** (97 % Ni + 3 % Mn). Majú nízku rezistivitu a nízky teplotný súčiniteľ odporu. Jednoduchý článok pre teplotu do 350 °C a normálnu atmosféru sa dá zhotoviť aj z oceleového drôtu.

Hlavné uplatnenie **nekovových materiálov** je pri výrobe výhrevných článkov pre vysokoteplotné pece, približne od teplôt 1400 °C. Aj pri rozmanitom chemickom zložení majú spoločnú vlastnosť, silnú a nelineárnu závislosť rezistivity od teploty. Napr. články z karbidu kremíka (SiC) do teplôt okolo 800 °C majú záporný teplotný súčiniteľ odporu (odpor článku klesá), nad touto teplotou postupne kladný a odpor článku stúpa. Značné zmeny odporu týchto článkov potom spôsobujú problémy pri napájaní pecí. Výhodná je vyššia rezistivita týchto materiálov v porovnaní s kovovými, sú však ťažšie opracovateľné. Výrobcovia ich dodávajú ako hotové produkty, najčastejšie v tvare tyčí alebo rúrok väčšieho prierezu a s rôznym profilom. Do tejto skupiny článkov patria aj uhlíkové a grafitové výrobky.

Okrem uvedeného materiálového kritéria výhrevné články sa delia tiež podľa konštrukcie na dvojaké:

1. **Otvorené výhrevné články**, t.j. články s voľne vyžarujúcim povrchom. Otvorené výhrevné články sa konštruujú z nekovových materiálov, odporových zliatin aj ťažkotaviteľných kovov.
2. **Uzavreté výhrevné články** sú zapuzdrené články. Aktívny povrch článku odovzdáva teplo na vsádzku prostredníctvom monolitnej vrstvy – puzdra, ktoré

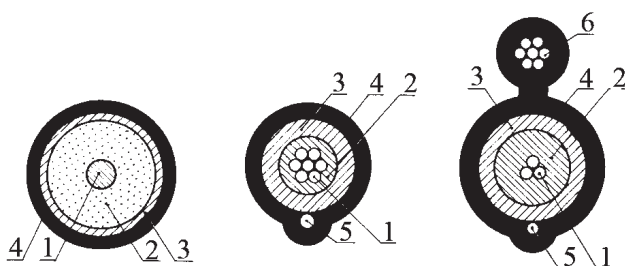


hermeticky obklopuje vlastný odporový vodič. Úlohou puzdra je chrániť článok pred chemickým a mechanickým poškodením a podľa potreby tiež elektricky izolovať od pracovného prostredia. Uzavreté výhrevné články sa konštruujú len z odporových zliatin.

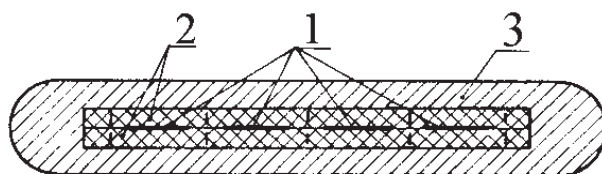
#### 4.3.3.1 Vybrané typy výhrevných článkov

Na súbore obrázkov uvedieme niekoľko typických konštrukcií výhrevných článkov pre odporové pece a ohrievače rôznej úrovne pracovných teplôt.

1. Veľkú skupinu zapuzdrených článkov pre nízke teploty tvoria **výhrevné odporové káble** (obr. 4.15). Je ich znovu niekoľko typov, odporový vodič (1) je buď z drôtu alebo lanka, ktorý sa elektricky izoluje gumou, kaučukom, tiež oxidom horčíka ako v rúrkových článkoch (2). Elektrickú izoláciu obklopuje najskôr vodotesný kovový plášť (3) (meď, hliník, oceľ, konštantán, olovo, ...) a na ňom ochranný teplovzdorný plášť (4). Chráni pred oxidáciou, koróziou a mechanickým poškodením. Niektoré odporové káble majú v ochrannom plášti zalisovaný ochranný vodič (5), prípadne aj nosné lano (6). Odporové káble týchto typov majú merné zaťaženie na jednotku dĺžky kábla až  $600 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}$  a hornú hranicu pracovných napätí 1000 V. Odporové káble sa používajú pri temperovaní vonkajších priestorov (tunely, chodníky, športové plochy, odkvapové žľaby) aj pri vykurovaní interiérov (napr. pri podlahovom vykurovaní budov).
2. **Výhrevné odporové pásy** majú podobnú konštrukciu a použitie ako odporové káble. Výhrevný pás na obr. 4.16, má štyri odporové vodiče z úzkych kovových fólií (1), zašitých v sklenenej tkanine (2), pokrytej ochranným plášťom zo silikónu (3). Maximálna pracovná teplota týchto pásov býva  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ , merné zaťaženie na jednotku dĺžky pásu je  $200 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}$ . Z odporových pásov sa vyrábajú tiež vyhrievacie rohože, časti pracovných odevov, pracovnej obuvi (kapce), elektrické vankúše a pod.

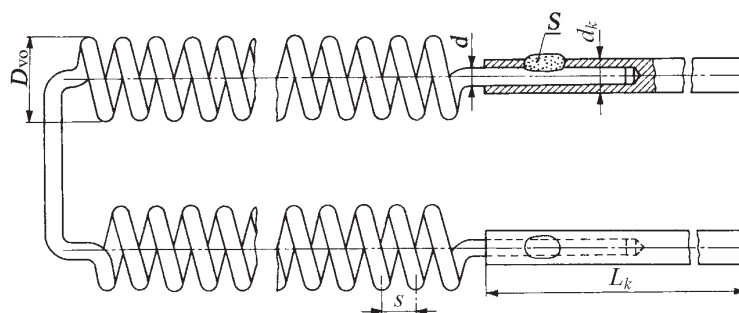


Obr. 4.15 Rôzne typy odporových káblov [21]



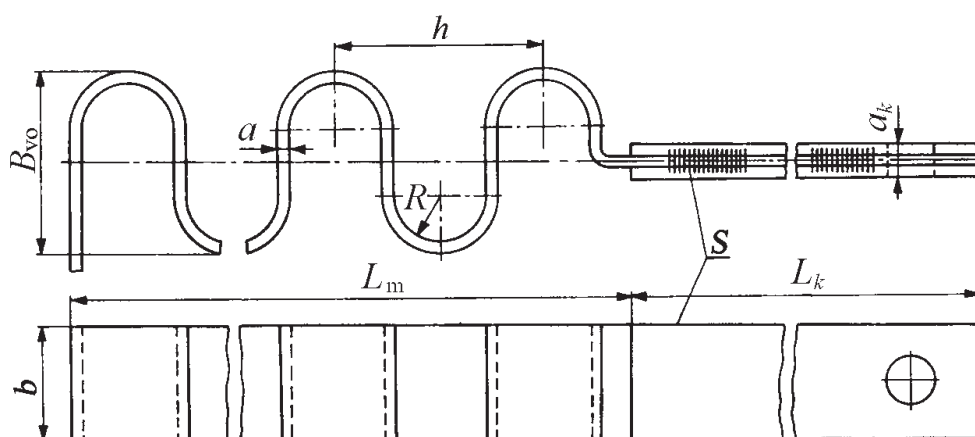
Obr. 4.16 Výhrevný odporový pás [21]

3. **Špirálové a meandrové výhrevné články.** Sú zo zliatinových odporových materiálov, drôtov alebo pásov, používajú sa v nízkoteplotných a strednoteplotných peciach aj ohrievačoch. **Štandardné špirály** sa natáčajú z austenitického alebo feritického drôtu kruhového prierezu, menej často obdĺžnikového z pásov. Špirála sa ukončuje privarenou koncovkou. Správne navrhnutá špirála (podobne aj meander) má vyhovovať intenzívnemu odvodu tepla z povrchu, minimálnemu vzájomnému osáľavaniu závitov a podľa možnosti tiež minimálnemu kontaktu s keramikou. Pre stúpanie špirály s platí všeobecné pravidlo, že má sa zvyšovať s rastom pracovnej teploty. Priemery drôtov sú normované v rozsahu 0,02 až 12 mm, len z austenitických zliatin sa vyrábajú prúty až do priemeru 25 mm. Bežný tvar odporovej špirály, formovanej do tvaru písmena U, je naznačený na obr. 4.17.



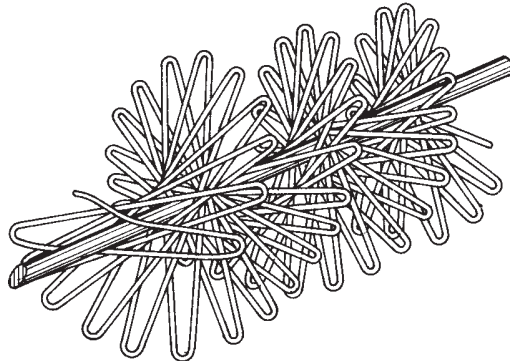
Obr. 4.17 Špirálový výhrevný článok

**Štandardné výhrevné meandre,** sa tvarujú z austenitických aj feritických zliatin obdĺžnikového prierezu, s hrúbkou pásov v hraniciach 0,002 až 3 mm. Šírka pásov býva podstatne väčšia, 8 až 12 krát ako hrúbka. Pásky sa formujú do vln (meandrov). Základné rozmery pásov, šírka a hrúbka sú normované. Meander, podobne ako špirála sa ukončuje koncovkou. Tvar meandra s koncovkou a všeobecnými geometrickými parametrami je naznačený na obr. 4.18.



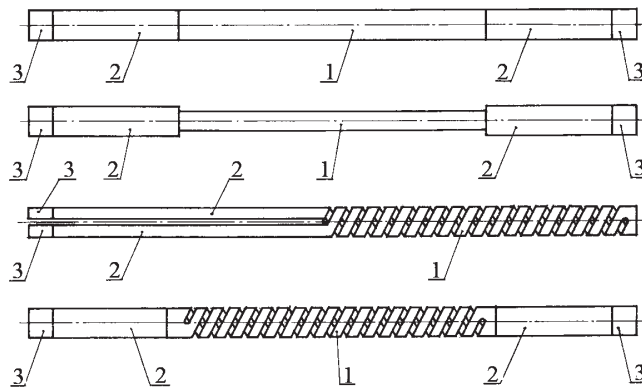
Obr. 4.18 Meandrový výhrevný článok

4. **Iné kovové výhrevné články pre pracovné teploty do 1200 °C.** Od bežných špirál a meandrov sa líšia iným spôsobom uloženia. Príkladom je hviezdicová odporová špirála na obr. 4.19.



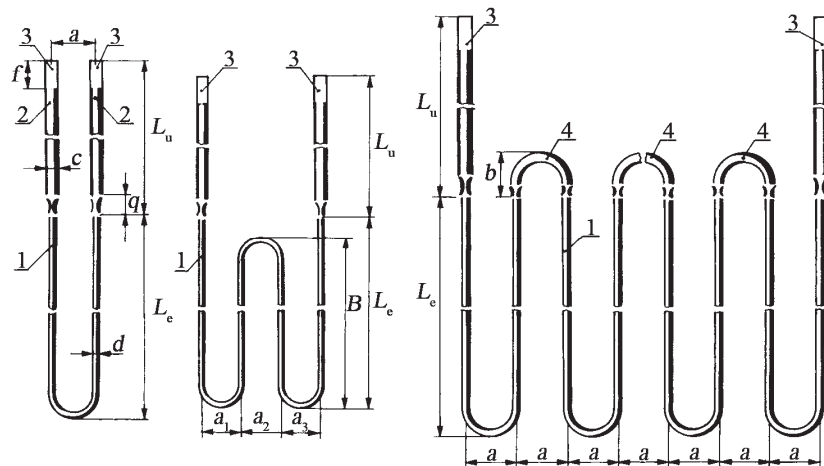
Obr. 4.19 Hviezdicová odporová špirála [21]

5. **Výhrevné články pre pracovné teploty nad 1200 °C.** Okrem ťažkotaviteľných kovov vo vysokoteplotných peciach pre konštrukciu výhrevných článkov sa používajú nekovové materiály na báze:  
 - **karbidu kremíka (SiC)**, čo sú karborundové výhrevné články. Vyrábajú sa ako hotové výrobky v tvare hladkých tyčí, alebo pre zvýšenie odporu s narezaným závitom. Nazývajú sa tiež silitové tyče. (obr. 4.20)



Obr. 4.20 Silitové tyče rôzneho tvaru [21]; (1 – aktívna časť výhrevného článku; 2 – koncokva; 3 – metalizovaná časť koncokvy)

- **molybdenitu kremičitého (MoSiO<sub>2</sub>)**, ktorý je základnou zložkou kremíkomolybdénových výhrevných článkov (tzv. cermetové články). Vyrábajú sa na báze keramiky a kovu, tzv. práškovou metalurgiou, v tvare tyčí, rúrok, hladkých alebo so závitom, spravidla formovaných do tvaru písmena U (obr. 4.21)



Obr. 4.21 Typy cermetových článkov, tzv. vlásieniek [21]; (1 – výhrevný článok; 2 – koncovka; 3 – alitovaná časť koncovky; 4 – zosilnená časť článku pre zavesenie)

- **uhlíka a grafitu.** Uhlíkové a grafitové výhrevné články sa vyrábajú v tvare prútov, tyčí, dosiek, rúr, tégľov a grafitové najnovšie aj špirál z prútov väčšieho priemeru. Používajú sa najmä v prostredí vákua alebo v ochrannej atmosfére, brániacej ich oxidácii (intenzívna v rozsahu teplôt 450 až 650 °C). V predmetných prostrediach uhlíkové články dobre znášajú pracovné teploty do 2000 °C, grafitové do 2500 °C, v hélíu až 3000 °C. Dovolená hustota prúdu v grafitových výrobkoch býva až 250 A·cm<sup>-2</sup>. Zriedkavo, len pre špeciálne technológie a vysokoteplotné zariadenia, jednorázovo sa zhotovujú **výhrevné články z ťažkotavitelných kovov** (Mo, W, Ta). Vyrábajú sa na „mieru“ pre konkrétne zariadenie. Použitelnosť týchto článkov je len v atmosférach bez kyslíka. Majú vysoký teplotný súčiniteľ odporu, preto zariadenia musia mať regulovateľný zdroj napätia.

#### 4.3.3.2 Základy výpočtu výhrevných článkov

Súčasťou výpočtov každej novoprojektovanej, či rekonštruovanej odporovej pece s nepriamym ohrevom je elektrický výpočet. Je to výpočet výhrevných článkov, ktorého rozsah a účel je rôzny. Odvodzuje sa od výberu odporového materiálu, teda či je kovový alebo nekovový a od konštrukcie článkov, či sú uzavreté alebo otvorené. Pri každom elektrickom výpočte základnou vstupnou veličinou je elektrický príkon pece, resp. ohrievača, ktorý sa považuje za elektrický výkon navrhovaných článkov. Tento zároveň rozhoduje o type odporového zariadenia. Platí približné pravidlo, že ak je príkon zariadenia  $P_p < 10$  kW, pece či ohrievače sú jednofázové, pri príkone  $P_p > 10$  kW musia sa konštruovať ako trojfázové zariadenia.

**Elektrický výpočet nekovových článkov** a niektorých typov uzavretých článkov je jednoduchý. Pretože predmetné skupiny sa vyrábajú ako hotové produkty s normalizovanými tvarmi a výkonmi, odpadá výpočet ich rozmerov a optimalizácia tvaru článkov. Celý výpočet sa redukuje len na stanovenie počtu kusov vybraných článkov, ktorý pri zadanom príkone zariadenia  $P_p$  je

$$n_{\xi} = \frac{P_p}{P_{\xi,n}} \quad [\text{ks}] \quad (4.56)$$

kde  $P_{\xi,n}$  je štítkový (normalizovaný) výkon jedného článku. Tento počet sa potom v pracovnom priestore pece optimálne rozmiestni a pospája podľa rôznych požiadaviek, napr. na rovnomernosť ohrevu vsádzky a pod.

Odporové zliatiny sa dodávajú na trh len ako polotovary, preto **elektrický výpočet otvorených kovových článkov** je náročnejší. Pre zadané vstupné parametre odporového zariadenia treba stanoviť najskôr geometrické rozmery drôtu, prútu, pásu, fólie a z týchto optimalizovať konečný tvar budúcej špirály, meandra a pod.

Náročnosť výpočtu otvorených článkov z odporových zliatin súvisí so spomínaným merným povrchovým zaťažením článku. **Merné povrchové zaťaženie** (ďalej MPZ) je definované podielom výkonu článku a plochy jeho povrchu, teda

$$q = \frac{P_{\xi}}{A_{\xi}} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (4.57)$$

V súlade s definíciou, MPZ článku fyzikálne znamená tepelný výkon uvoľnený z jednotkovej plochy jeho povrchu. Je to hustota tepelného toku z povrchu článku. Závisí teda nielen od povrchovej teploty článku, ale celkove od podmienok výmeny tepla medzi povrchmi článku, vsádzky aj výmurovky.

**Otvorený kovový článok** sa dá v zásade navrhnuť niekoľkými výpočtovými metódami, napr. menej presnou, preto len orientačná je **metóda náhradnej teploty**, ďalej tiež **metóda ideálneho článku** alebo presnejšia **metóda dovoleného povrchového zaťaženia článku** [22].

Pri použití ostatnej metódy vstupnými parametrami pre ďalší výpočet sú:

- napätie na článkoch, volí sa buď fázové alebo združené napätie nn-siete,
- elektrický výkon výhrevného článku (volí sa pre typizované zariadenia alebo vyplýva z tepelného výpočtu pece). Pre jednoduchosť za výkon výhrevného článku sa považuje v jednofázových peciach celý príkon pece, v trojfázových peciach tretinový príkon (počíta sa s jedným článkom na jednu fázu),
- dovolené MPZ výhrevného článku (z katalógov výrobcov odporových zliatin a prípadne overené výpočtom),
- rezistivita vybranej odporovej zliatiny pri skutočnej pracovnej teplote článku (udáva ju výrobca buď priamo pri tejto teplote, ale sa vypočíta z hodnoty pri referenčnej teplote 20 °C a zo známeho teplotného súčiniteľa odporu zliatiny).

Pri známych vstupných parametroch je výpočet rozmerov článkov jednoduchý a pozostáva z dvoch krokov:

1. Z výpočtu buď priemeru odporového drôtu  $d$ , resp. šírky  $b$  a hrúbky  $a$  odporového pásu a v oboch prípadoch ich dĺžky  $l$ .
2. Z výpočtu rozmerov špirály, resp. meandra.

V prvom kroku sa vychádza z dvoch jednoduchých vzťahov medzi vstupnými parametrami, menovite z rovnice zohľadňujúcej podmienky výmeny tepla na povrchu článku, t.j. zo vzťahu

$$P_{\xi} = q_d \cdot A_{\xi} = q_{\xi,s} \cdot O_{\xi} \cdot l \quad (4.58)$$

kde  $q_d = q_{\xi,s}$  je dovolená skutočná hodnota MPZ a  $O_{\xi}$  je obvod článku, a z Jouleovho zákona v tvare

$$P_{\xi} = R_{\xi} \cdot I^2 = \frac{U^2}{R_{\xi}} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{S_{\xi}}{l} \cdot U^2 \quad (4.59)$$

v ktorom  $\rho$  je rezistivita materiálu článku pri pracovnej teplote a  $S_{\xi}$  je prierez článku. Ak z oboch rovníc vyjadríme neznámu dĺžku článku a získané rovnice porovnáme, dostaneme dôležitú súvislosť medzi geometrickými a elektrickými parametrami článku. Je to vzťah

$$S_{\xi} \cdot O_{\xi} = \frac{\rho \cdot P_{\xi}^2}{q_d \cdot U^2} \quad [\text{m}^3] \quad (4.60)$$

ktorý má všeobecnú platnosť pre ľubovoľný tvar obvodu a prierez článku.

- Ak má predmetná odporová zliatina **kruhový prierez** s priemerom  $d$  (drôt, prút, ...), teda je  $S_{\xi} = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$  a  $O_{\xi} = \pi \cdot d$ , bude neznámy priemer

$$d = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \rho \cdot P_{\xi}^2}{\pi^2 \cdot q_d \cdot U^2}} \quad [\text{m}] \quad (4.61)$$

a zodpovedajúca dĺžka

$$l = \frac{P_{\xi}}{\pi \cdot d \cdot q_d} = \sqrt[3]{\frac{P_{\xi} \cdot U^2}{4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot q_d^2}} \quad [\text{m}] \quad (4.62)$$

- Ak má odporová zliatina **obdĺžnikový prierez** (pás, doska, ...) o šírke  $b$  a hrúbke  $a$ , so štíhlostným pomerom  $m = \frac{b}{a}$ , teda je  $S_{\xi} = b \cdot a = m \cdot a^2$ ;  $O_{\xi} = 2 \cdot (b + a) = 2 \cdot a \cdot (m + 1)$ ; t.j.  $S_{\xi} \cdot O_{\xi} = a^3 \cdot 2 \cdot m \cdot (m + 1)$ , bude neznáma hrúbka pásu

$$a = \sqrt[3]{\frac{\rho \cdot P_{\xi}^2}{2 \cdot m \cdot (m + 1) \cdot q_d \cdot U^2}} \quad [\text{m}] \quad (4.63)$$

a šírka pásu

$$b = m \cdot a \quad [\text{m}] \quad (4.64)$$

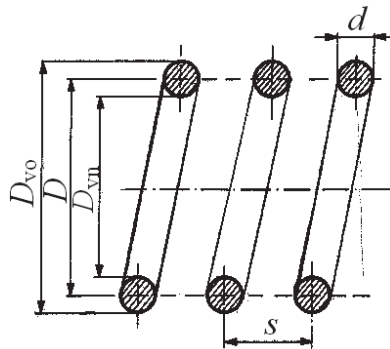
Napokon dĺžka pásu bude

$$l = \frac{P_{\xi}}{a \cdot 2 \cdot m \cdot (m + 1) \cdot q_d} = \sqrt[3]{\frac{m \cdot P_{\xi} \cdot U^2}{4 \cdot (m + 1)^2 \cdot \rho \cdot q_d^2}} \quad [\text{m}] \quad (4.65)$$

Rovnice potvrdzujú dôležitú súvislosť medzi rozmermi drôtu, resp. pásu a napätím. So znižovaním napätia na článku rastie jeho aktívny prierez a znižuje sa jeho dĺžka. Preto je výhodnejšie článok prevádzkovať pri nižšom napätí, lebo so zväčšovaním prierezu stúpa jeho životnosť a so znižovaním dĺžky drôtu, či pásu sa zároveň znižuje dĺžka budúcej špirály alebo meandra, čo zjednodušuje inštaláciu článkov na obmedzenú plochu stien komory pece.

Vypočítaný priemer drôtu, resp. priečne rozmery pásu nemusia vždy súhlasiť s normalizovanými podľa katalógov výrobcov. Potom sa zvolia najbližšie, z vyššie uvedeného dôvodu spravidla vyššie hodnoty a pre tieto sa vypočítajú nové, korigované dĺžky drôtu, resp. pásu.

Po stanovení priečných rozmerov a dĺžok drôtu, resp. pásu, druhý krok výpočtov rozmerov konečného tvaru špirály a meandra je viac-menej rutinnou záležitosťou. Ak sa navrhujú štandardné tvary, pri výpočte sa využívajú výrobcami odporúčané tvarové koeficienty.

1. *Tvarovanie špirály z drôtu* (obr. 4.22)

Obr. 4.22 Základné rozmery štandardnej špirály z drôtu

Tvarové koeficienty špirály sú:

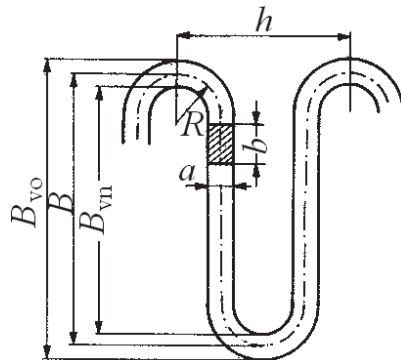
- koeficient stúpania špirály, t.j. podiel stúpania špirály  $s$  a priemeru drôtu  $d$

$$s_1 = \frac{s}{d} \quad [1] \quad (4.66)$$

- koeficient krútenia (točenia) špirály, čo je podiel stredného priemeru špirály  $D$  a priemeru drôtu  $d$

$$r_1 = \frac{D}{d} \quad [1] \quad (4.67)$$

Z týchto sa určujú všetky ostatné rozmery a tvarové parametre špirály. Sú uvedené v tab. 4.2.

2. *Tvarovanie meandra z pásu* (obr. 4.23)

Obr. 4.23 Základné rozmery štandardného meandra z pásu

Tvarové koeficienty meandra sú:

- koeficient ohýbania (zakrivenia) meandra, je podiel polomeru ohybu meandra  $R$  a hrúbky pásu  $a$

$$k_1 = \frac{R}{a} \quad [1] \quad (4.68)$$

- koeficient zvlňenia meandra, ako podiel strednej výšky meandra  $B$  a šírky pásu  $b$

$$k_2 = \frac{B}{b} \quad [1] \quad (4.69)$$

Podobne z týchto sa určujú ostatné rozmery a tvarové parametre meandra z pásu (tab. 4.2).

Tab. 4.2 Vzťahy pre výpočet rozmerov špirály a meandra

Špirála		Meander	
Parameter špirály	Vzťah pre výpočet	Parameter meandra	Vzťah pre výpočet
Stúpanie	$s = s_1 \cdot d$	Polomer ohýbania	$R = k_1 \cdot a$
Stredný priemer	$D = r_1 \cdot d$	Stredná výška	$B = k_2 \cdot b$
Vonkajší priemer	$D_{vo} = D + d$	Vonkajšia výška	$B_{vo} = B + a$
Vnútorý priemer	$D_{vn} = D - d$	Vnútorá výška	$B_{vn} = B - a$
Dĺžka jedného závitov	$l_z = \pi \cdot D$	Dĺžka jednej vlny	$l_v = 2 \cdot (B - 2 \cdot R) + 2 \cdot \pi \cdot R$
Celkový počet závitov	$n_z = \frac{l}{l_z}$	Celkový počet vln	$n_v = \frac{l}{l_v}$
Celková dĺžka	$L_s = n_z \cdot s$	Krok meandra	$h = 4 \cdot R$
		Celková dĺžka	$L_m = n_v \cdot h$

Vymenované tvarové koeficienty sa nedajú voliť ľubovoľne, nemajú byť ani príliš veľké, ani príliš malé. Ak je napr.  $s_1$ , resp.  $k_1$  veľké, stúpanie špirály, resp. polomer ohýbania meandra sú veľké, čo znamená, že sú dlhé (problém umiestnenia na steny). Zároveň, aj keď povrch článkov sa dobre ochladzuje, majú zníženú mechanickú pevnosť a pri pracovnej teplote sa intenzívnejšie deformujú. Pri malom  $s_1$ , resp.  $k_1$  výsledný efekt je opačný, zvyšuje sa vzájomné osáľavanie závitov špirály a vln meandra, životnosť článkov klesá. Podobné tvrdenia, s výsledkom najmä na mechanickú pevnosť, platia aj pre koeficienty  $r_1$ , resp.  $k_2$ . Aj tu preto platí zásada dodržiavať odporúčania výrobcov odporových zliatin. Napr. známa firma KANTHAL pre svoje produkty všeobecne odporúča:

- pre špirálu:  $(s_1)_{opt} = 2 \div 3$        $(r_1)_{opt} = 4 \div 5$
- pre meander:  $(k_1)_{opt} = 4 \div 5$        $(k_2)_{opt} = 2 \div 3$

Tieto sa upresňujú podľa výšky pracovnej teploty, typu zliatiny, druhu odporového zariadenia (pec alebo ohrievač) a pod.

Rozmerovo vypočítané výhrevné články, špirály alebo meandre, treba napokon vhodne rozmiestniť a elektricky pripojiť na napájaciu sieť. Spôsob rozmiestnenia závisí od toho, či pec pracuje v režime so stabilnou alebo pohyblivou vsádzkou, vždy však s rešpektovaním požiadavky na rovnomerné rozloženie teploty. Pripojenie výhrevných článkov na napájaciu sieť spravidla nie je problematické, jednoduchšie na jednofázových peciach. Navrhnutú špirálu alebo meander, pre celkový príkon pece a zvolené pracovné napätie, sa dá pritom z priestorových dôvodov rozdeliť na úseky a tieto pospájať tak, aby výkon a napätie sa zachovali, alebo častejšie tak, aby výkon článkov bol regulovateľný. To isté v zásade platí aj pre trojfázové pece, v ktorých príkon pece a počet článkov, resp. ich skupín musí byť deliteľný tromi. Články, resp. ich skupiny sa spájajú do hviezdy alebo trojuholníka a na sieť



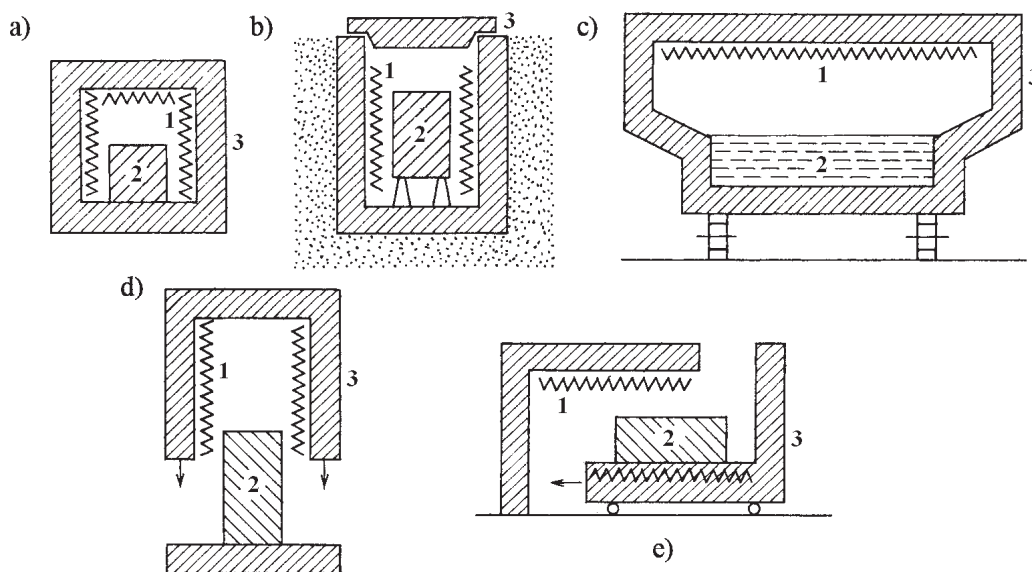
pripoja paralelne, často s možnosťou prepínania prostredníctvom stýkačov (jednoduchá nespojitá regulácia). Zmenou príkonu ( $P_Y = \frac{1}{3} \cdot P_\Delta$ ), docielime potrebnú reguláciu teploty.

#### 4.3.4 Prehľad konštrukcií odporových pecí a ohrievačov

Prostredníctvom názorných schém uvedieme niekoľko príkladov odporových pecí a ohrievačov pre nepriamy aj priamy spôsob ohrevu.

##### 4.3.4.1 Odporové pece so stabilnou vsádzkou (periodické pece)

Vo všetkých uvedených typoch pecí so stabilnou vsádzkou na obr. 4.24 výmurovka komory je buď jedno-, dvoj- alebo viacvrstvomá, čo závisí od výšky pracovnej teploty. Je vždy z tepelnoizolačných materiálov, v stredne a vysokoteplotných peciach aj so žiaruvzdornou vrstvou z vnútornej strany komory. Pri výbere materiálov výmurovky sú rozhodujúce požiadavky na minimálne tepelné straty akumuláciou tepla. Podľa výšky pracovnej teploty sa vyberajú aj vhodné druhy výhrevných článkov. Pokiaľ nie sú zadané špeciálne požiadavky, nízko a stredneteplotné pece sa bežne osadzujú otvorenými článkami z odporových zliatin, vysokoteplotné nekovovými článkami, najmä silitovými tyčami.



Obr. 4.24 Schémy základných typov odporových pecí so stabilnou vsádzkou [21];  
(1 – výhrevný článok; 2 – vsádzka; 3 – výmurovka)

**Komorové pece** (obr. 4.24a) patria medzi najstaršie a najuniverzálnejšie odporové zariadenia. Konštruujú sa v rôznych objemových a výkonových veľkostiach, od malých laboratórnych pre malé dielenské prevádzky, až po veľké v strojárskych, hutníckych a iných závodoch. Otváranie dverí pece sa vykonáva buď ručne (v malých), alebo mechanicky (vo veľkých peciach). Tepelná účinnosť komorových pecí sa pohybuje v medziach 60 až 70 %, závisí od kvality materiálov výmurovky, jej konštrukcie a opotrebovania. Stavajú sa buď jednokomorové alebo viackomorové. Komory sú pripojené na napájaciu sieť nezávisle, môžu teda pracovať samostatne, s rôznymi výkonmi a teplotami. Do veľkej skupiny

komorových a nízkoteplotných pecí sa dajú zaradiť aj jednoduché sušiacie pece. Výmena tepla pri teplotách do 300 °C sa uskutočňuje prevažne konvekciou.

**Šachtové pece** (obr. 4.24b) majú prevládajúci zvislý rozmer a kruhový, resp. štvorcový prierez. Ak je zvislý rozmer väčší ako 10 m, pec sa nazýva hlbinná (až do 20 m). Oba typy sú zapustené do podlahy a slúžia na tepelné spracovanie dlhých a ťažkých vsádzok, ktoré by sa vo vodorovnej polohe deformovali. Vsádzka je v peci zavesená. Výchrevné články osadené na vnútornom obvode výmurovky sú chránené žiaruvzdornými vodidlami pred mechanickým poškodením od vsádzky, zakladanej do pece žeriavom. Šachtové pece majú vyššiu tepelnú účinnosť ako komorové, pracovné teploty dosahujú až 1600 °C, preto sa osadzujú silitovými tyčami.

**Vaňové pece** (obr. 4.24c). Aj vaňových pecí je niekoľko typov, odlišných tvarom vane a najmä umiestnením výchrevných článkov. Jednu skupinu tvoria pece s výchrevnými článkami uloženými v drážkach stropu alebo články sú zavesené tesne pod stropom. V prvom prípade články sú kovové, v druhom grafitové alebo silitové tyče. Prikladom z tejto skupiny vaňových pecí je pracovná (technologická) vaňa celoelektrických sklárskych taviacich pecí alebo plynových pecí s elektrickým príhrevom.

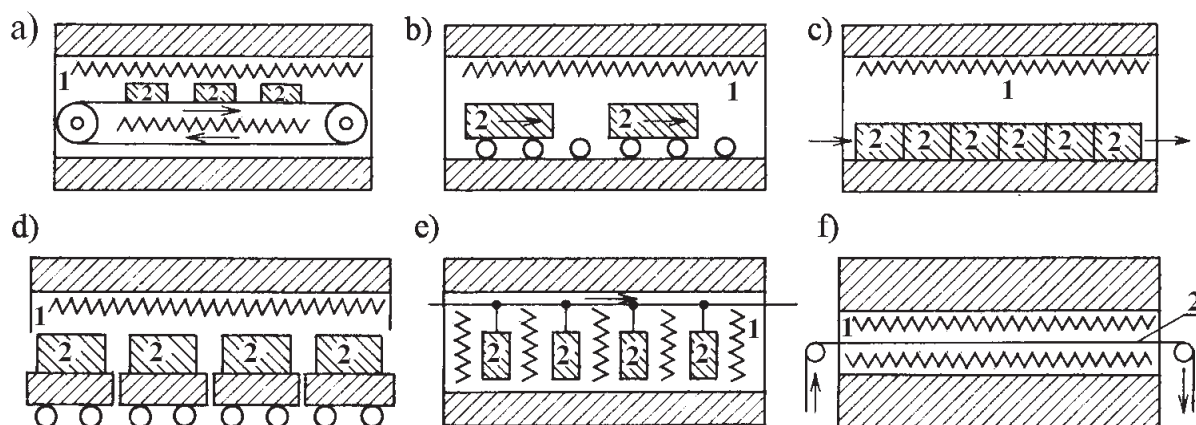
**Poklopové, resp. zvonové pece** (obr. 4.24d). Konštrukčne sú charakteristické odnímateľným poklopom (zvonom), ktorý sa žeriavom osadzuje na pracovnú plošinu pece s ohrievanou vsádzkou. Pracovná plošina sa nepohybuje, je súčasťou žiaruvzdorného základu pece. Tieto pece sa spravidla konštruujú s muffľou, ktorá má dvojakú funkciu. Chráni vsádzku pred priamym ožarovaním od výchrevných článkov, čím zabraňuje jej lokálnemu prehrievaniu a zároveň umožňuje realizovať procesy tepelného spracovania v riadenej atmosfére, prípadne vo vákuu. Ventilátor umiestnený pod pracovnou plošinou zlepšuje rovnomernosť ohrevu. Poklopové pece sa konštruujú pre výkony až stovky kW, používajú sa napr. pre nitridovanie, lesklé žihanie a pod.

**Vozíkové, resp. výsuvné pece** (obr. 4.24e), spracované vsádzky dosahujú desiatky ton. Tvarovo sa podobajú na veľké komorové pece. Pevnú časť tvoria strop, bočné steny a zadná stena. Predná stena je pevne spojená s pohyblivou podlahou, spolu tvoria vozík, ktorým sa vsádzka zasúva a vysúva z pece. Výchrevné články sa inštalujú spravidla na stenách nepohyblivej časti pece. Maximálne výkony vozíkových pecí dosahujú až 5 MW.

#### 4.3.4.2 Odporové pece s pohyblivou vsádzkou (priebežné pece)

Priebežné pece sú všeobecne konštrukčne náročnejšie ako pece so stabilnou vsádzkou, sú však prevádzkovo racionálnejšie. Dosahuje sa v nich vyššia výrobnosť a vykazujú nižšiu mernú spotrebu elektrickej energie. S ohľadom na tieto výhody uplatňujú sa najmä pri sériovej výrobe, predovšetkým v technológiách tepelného spracovania, ktoré vyžadujú aj pomalé ochladzovanie vsádzky v pecnej atmosfére.

Priebežné pece majú spravidla viac teplotných zón so samostatnou reguláciou výkonu (teploty). Navzájom sa líšia systémom zavážania a prepravy vsádzky pozdĺž osi celej pracovnej komory. Pri výbere výchrevných článkov a spôsobe ich osadzovania a umiestňovania v jednotlivých zónach platia rovnaké zásady ako v peciach so stabilnou vsádzkou. To isté sa dá konštatovať pre výber materiálov výmurovky a jej dimenzovanie s poznámkou, že tepelná účinnosť priebežných pecí je ovplyvňovaná najmä veľkosťou tepelných strát prestupom tepla do okolia. S ohľadom na charakter prevádzky, tepelné straty akumuláciou tepla vo výmurovke sú menej podstatné. Vybrané typy priebežných pecí, odlišné prepravou vsádzky v pracovnom priestore sú naznačené na obr. 4.25.



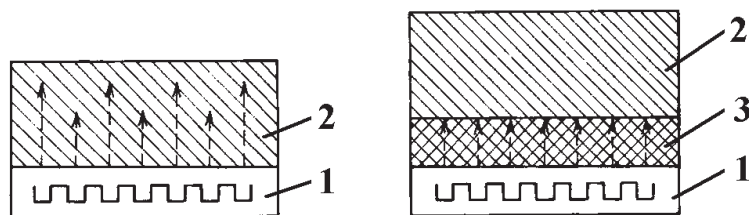
Obr. 4.25 Schémy vybraných typov priebežných pecí [21] – pásová pec (a); valčeková (b); narážacia (c); tunelová pec vozíková (d) alebo závesná (e); preťahovacia (f) (1 – výhrevný článok, 2 – vsádzka)

#### 4.3.4.3 Odporové ohrievače s nepriamym ohrevom

Sú to odporové zariadenia bez pracovnej komory, teda bez geometricky presne definovaného priestoru, v ktorom sa uskutočňuje technologický proces. Generované teplo vo výhrevných článkoch sa termokineticky prenáša do ohrievaného prostredia (všeobecne vsádzky), podľa rovnakých fyzikálnych princípov ako v odporových peciach. Preto aj výhrevné články pre odporové ohrievače sú principiálne rovnaké ako v odporových peciach, vyrábajú sa z rovnakých materiálov (odporové zliatiny, nekovové materiály, prípadne čisté kovy) a majú podobnú konštrukciu (špirály, meandre, tyče, pásy, ...), prispôbenú účelu použitia, resp. charakteru ohrievaného prostredia.

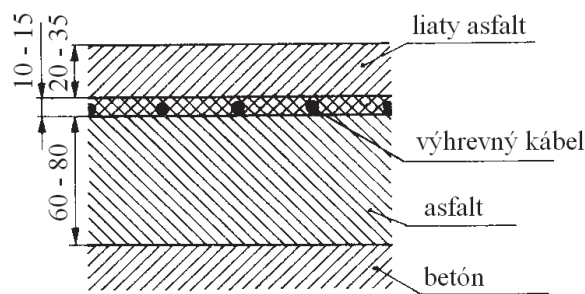
Spôsob prenosu tepla vymedzuje tieto základné kategórie odporových ohrievačov:

1. **Kondukčné ohrievače.** Sú to zariadenia, v ktorých vsádzka sa ohrieva kondukčným teplom (prenosom tepla vedením na charakteristickom rozmere) buď priamo alebo sprostredkované cez teplonosné prostredie, vygenerovaním vo výhrevnom článku (obr. 4.26). Výhrevný článok, sprostredkujúce prostredie a napokon aj vsádzka, z dôvodu zníženia strát, môžu byť tepelne izolované.



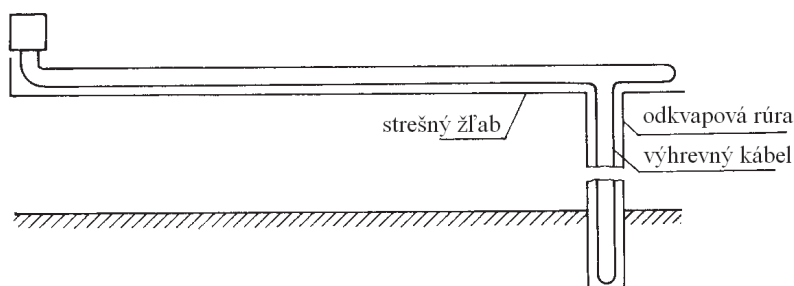
Obr. 4.26 Schéma priameho a sprostredkovaného kondukčného ohrevu [21]  
(1 – výhrevný článok; 2 – vsádzka; 3 – teplonosné prostredie)

Kondukčné ohrievače sú najrozšírenejšie, majú široké uplatnenie v rôznych oblastiach všeobecného úžitku. Využívajú sa napr. pri temperovaní vozoviek, vjazdov do tunelov, mostov, dôležitých križovatiek, pod ktoré sa ukladajú odporové káble s celkovým výkonom až do 2 MW, merným výkonom vyhrievanej plochy okolo  $250 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , podľa klimatických podmienok. Vyhrievaná cestná komunikácia je v reze naznačená na obr. 4.27. Charakter kondukčného ohrievača má aj elektrické podlahové vykurovanie vnútorných priestorov budov.

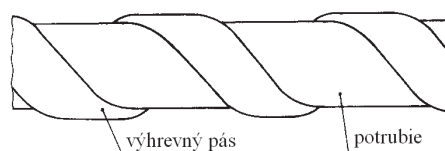


Obr. 4.27 Rez vyhrievanou vozovkou [21]

Najnovšie sa kondukčnými ohrievačmi temperujú otvorené športové plochy (trávnaté futbalové ihriská a pod.). V náročnejších klimatických podmienkach sa temperujú tiež strechy budov a strešné odkvapy (obr. 4.28) vhodne upravenými odporovými káblami, alebo otvorené, či podzemné potrubia (obr. 4.29).



Obr. 4.28 Temperovanie strešného odkvapu



Obr. 4.29 Temperovanie potrubia

2. **Konvekčné ohrievače.** V týchto sa ohrieva vsádzka konvekčným teplom, sprostredkovaným buď prirodzenou alebo vynútenou konvekciou teplotnej tekutiny.

Odvod tepla z povrchu výchrevných článkov (najčastejšie v tvare rúrok alebo špirál) na vsádzku sa uskutočňuje vzduchom alebo vodou. Používajú sa ako ohrievače ovzdušia malých uzavretých priestorov (rôzne typy konvektorov a olejových radiátorov malých výkonov), ale tiež ako sušiacie ohrievače s nútenou cirkuláciou a veľkých výkonov (rádovo MW).

3. **Sálavo-konvekčné ohrievače.** Sú to zariadenia v podstate ako predchádzajúce konvekčné, ktoré majú aj sálavú zložku tepla, teda výchrevnými článkami generované teplo do vsádzky sa prenáša prúdením a sálaním, opäť buď priamo alebo sprostredkované, napr. vzduchom. Konvekcia tepla je len prirodzená. Pre lokálne vykurovanie a temperovanie uzavretých priestorov (bytov, výrobných hál, ...) sa v súčasnosti preferujú sálavé panely (infračervené). Panel pozostáva z materiálu s vysokou akumulátnou schopnosťou (pamäťové jadro), v ktorom je osadený výchrevný článok. Z povrchu panelu sa odovzdáva energia do okolia

infračerveným žiarením, ktorá pri dopade na nepriepustné prostredie sa premieňa na tepelnú formu. Energetická efektívnosť sálavých panelov závisí najmä od akumuláčnej schopnosti jadier.

4. **Akumulačné ohrievače.** Používajú sa najmä pri vykurovaní, poznáme ich pod názvom elektrické akumuláčnej kachle (nesprávne pece). Podstatnou časťou kachlí je akumuláčnej jadro, do ktorého sa akumuluje teplo z výhrevných článkov v dobe „nabíjania“ zariadenia. Akumulačná schopnosť jadra má byť veľká, preto pre jeho konštrukciu sa vyberajú hutné materiály s vysokou hmotnostnou tepelnou kapacitou. V dobe „vybíjania“ sa naakumulované teplo z jadra uvoľňuje a cez vrstvu tepelnoizolačnej plášte odovzdáva do ohrievaného priestoru. Výhodou akumuláčnej kachlí je to, že nabíjanie sa dá časovo orientovať do doby minimálnej záťaže elektrizačnej sústavy, vybíjanie do doby potrebnej k vykurovaniu priestoru. Uvoľňovanie tepla z jadra môže byť buď prirodzené (samovoľné) alebo riadené (regulované), čomu zodpovedajú dva typy akumuláčnej kachlí.
  - **kachle so statickým vybíjaním** – teplo sa uvoľňuje a teda do priestoru odovzdáva samovoľne, bez možnosti regulácie. Intenzita uvoľňovania tepla závisí od tepelných vlastností jadra.
  - **kachle s dynamickým vybíjaním**, v ktorých sa intenzita odvodu tepla z jadra dá regulovať prostredníctvom umelej konvekcie vzduchu v kanáloch jadra. Vynútená konvekcia sa zabezpečuje jednoduchým ventilátorom, situovaným na vstupe studeného vzduchu do kanálov.

Dobu nabíjania oboch typov kachlí určuje dodávateľ elektrickej energie a je orientovaná do nočných hodín (spravidla od 22. hod večer do 6. hod ráno), prípadne sa predlžuje o 2 hod. v popoludňajšom čase.

Statické kachle sú vhodné najmä na vykurovanie priestorov s dopoludňajšou prevádzkou (školy, haly, dielne len s dopoludňajšou smenou a pod.), dynamické viac pre byty, úrady a dvojzmenné prevádzky. Charakterom odovzdávania tepla z povrchu akumuláčnej kachle sú sálavo-konvekčné ohrievače.

#### 4.3.4.4 Odporové pece s priamym ohrevom

Pece s priamym spôsobom ohrevu vsádzky sú v podstate jednoúčelové zariadenia, sú prevádzkovateľné len s elektricky vodivou vsádzkou. V porovnaní s pecami pre nepriamy spôsob ohrevu majú však vyššiu energetickú účinnosť (odpadá vonkajšia výmena tepla na vsádzku), ohrievaná vsádzka má najvyššiu teplotu v tepelnom obvode pece. Komora pecí s priamym ohrevom má rovnakú funkciu ako v peciach s nepriamym ohrevom. Naopak, medzi pecami oboch spôsobov ohrevu je jeden podstatný rozdiel. Pece (aj ohrievače) s priamym ohrevom sa prevádzkujú pri nízkych napájacích napätíach ( $10^1$  až  $10^2$  V) ale vysokých intenzitách prevádzkových prúdov ( $10^3$  až  $10^5$  A). Preto patria do skupiny tzv. **nízkoimpedančných zariadení.**

#### 4.3.4.5 Odporové ohrievače s priamym ohrevom

Princípom generovania tepla sú tieto zariadenia rovnaké ako pece s priamym ohrevom. Ohrievače prirodzene nemajú pracovnú komoru vymedzenú výmurovkou a na rozdiel od

pecí, ktoré sa konštruujú ako zariadenia so stabilnou vsádzkou, v odporových ohrievačoch sa môže tepelne spracovávať stabilná aj pohyblivá vsádzka. V prvom prípade prívod jednosmerného alebo striedavého prúdu do vsádzky sa rieši systémom pevných kontaktov (elektród), v druhom, systémom pohyblivých kontaktov.

Najširšie uplatnenie odporových ohrievačov s priamym ohrevom je v oblasti tepelného spracovania ocele a farebných kovov. Zariadenia pre tento účel sa nazývajú **elektrokontaktne ohrievače** a spôsob ohrevu je elektrokontaktný ohrev.

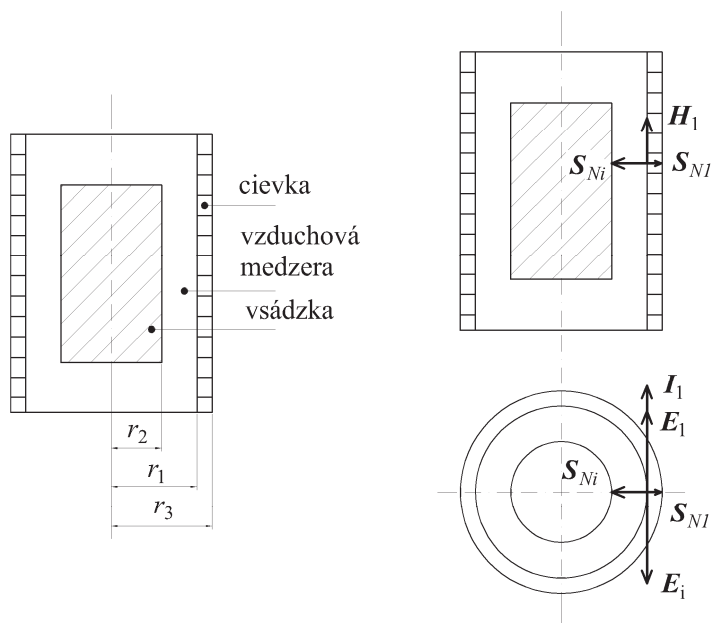
V ostatnom čase metóda priameho ohrevu sa využíva tiež v stavebníctve, konkrétne pre **vytvrdzovanie betónov**. Aplikuje sa pri teplotách ovzdušia nižších ako  $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Má ekonomický prínos, pretože umožňuje rozšíriť betonárske práce do zimných mesiacov aj v ťažších klimatických podmienkach. Ohrievací prúd do betónovej vrstvy (vsádzky) sa zavádza prostredníctvom plochých alebo ihlicových elektród, osadených na jej protiľahlých stranách. Aby sa vylúčili elektrolytické procesy v surovom betóne, systém elektród sa vždy napája striedavým prúdom z jedno- alebo trojfázového zdroja. Podľa druhu použitého cementu betóny sa ohrievajú do teplôt  $45$  až  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Doba vytvrdzovania porovnateľných objemov sa podstatne skracuje.

#### 4.4 Indukčný ohrev a indukčné elektrotepelne zariadenia

Indukčný ohrev patrí v elektrotepelných technológiách medzi najfrekvencovanejšie. Aj keď teplo, potrebné k ohrevu vodivej vsádzky, sa generuje rovnako ako pri priamom odporovom ohreve (Jouleov zákon), ohrev sa nazýva indukčný preto, že je založený na indukčnom prenose energie. Tento sme definovali ako prenos (pozri čl. 2.2.3, obr. 2.17), ktorý sa uskutočňuje prostredníctvom elektromagnetickej väzby medzi zdrojom energie a konverzným prvkom, teda vodivou vsádzkou. Preto nutnou podmienkou indukčného prenosu energie a indukčného ohrevu je striedavý zdroj, generujúci harmonické elektromagnetické vlnenie, podľa potreby v širokom frekvenčnom pásme. Indukčný prenos energie a indukčný ohrev sú teda založené na známom princípe elektromagnetickej indukcie, formulovanom 2. Maxwellovou rovnicou (2.97).

Aby sa elektromagnetickým vlnením energia zdroja efektívne prenášala a v konverznom prvku absorbovala, celá sústava na obr. 2.17 musí byť priestorovo vhodne usporiadaná. V obvode zdroja sa to rieši prostredníctvom rôzne tvarovanej cievky – **induktora**, ktorý sústredene vyžaruje elektromagnetické vlnenie do požadovaného miesta. Prostredníctvom poľa sa energia prenáša na povrch konverzného prvku, pohlcuje sa v ňom a v súlade s indukčným zákonom sa generuje indukované napätie. Toto vo vodivej vsádzke vytvára indukované vírivé prúdy, ktoré sú príčinou generovania Jouleovho tepla. Množstvo Jouleovho tepla zodpovedá činnej zložke Poyntingovho vektora z rovnice (2.114). Technické riešenie elektromagnetickej väzby medzi zdrojom energie a konkrétnou vodivou vsádzkou môže byť dvojaké, čo sa reflektuje aj v dvoch odlišných metódach indukčného ohrevu.

Konštrukčne jednoduchšie riešenie je bez uzavretého magnetického obvodu, principiálne naznačené na obr. 4.30. Sústavu tvorí napr. valcová cievka a v jej dutine uložená vodivá vsádzka. Prenos energie z cievky na vsádzku sa uskutočňuje prostredníctvom elektromagnetického vlnenia vyžarovaného do jej dutiny.



Obr. 4.30 Prenos energie poľa v súosovom systéme valcovej cievky a vsádzky

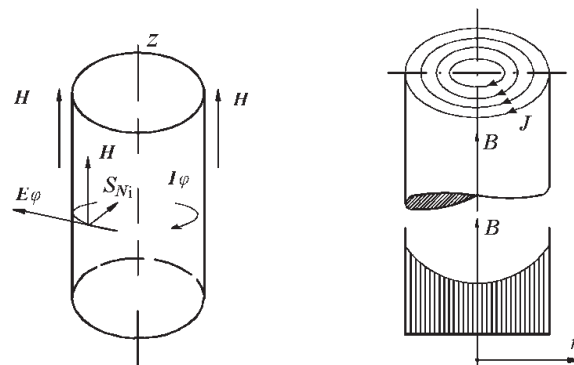
Ak predmetný systém pripojíme na striedavý zdroj, závitmi induktora potečie prúd  $\underline{I}_1$ , vyvolaný elektrickou zložkou intenzity poľa  $\underline{E}_1$ . Tento následne indukuje v dutine induktora magnetickú zložku intenzity poľa  $\underline{H}_1$  a jej zodpovedajúci magnetický tok spätne generuje v závitoch indukované napätie (na jednotku výšky induktora)  $\underline{E}_i$  (s opačnou orientáciou k  $\underline{E}_1$ ). V súlade s definíciou Poyntingovho vektora, predmetné fázy určujú dva rozdielne toky energie elektromagnetického poľa. Tok energie s hustotou

$$\underline{S}_{N1} = \underline{E}_1 \times \underline{H}_1 \quad (4.70)$$

ktorý vstupuje do závitov induktora a má fyzikálny význam elektrických strát. Druhý tok s hustotou,

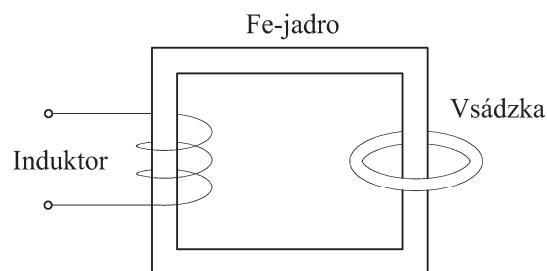
$$\underline{S}_{Ni} = \underline{E}_i \times \underline{H}_1 \quad (4.71)$$

smeruje k osi induktora a reprezentuje teda hustotu toku energie, vyžiarenej do jeho dutiny. Ak v dutine induktora sa nachádza vodivá vsádzka, tok energie s rovnakou hustotou ako (4.71) dopadá na jej povrch, nakoľko nevodivé prostredie vlnenie neutlmuje, teda ani nepohlcuje. Povrchom prijatá energia sa vo vodivej vsádzke však pohlcuje (vlnenie sa utlmuje), prostredníctvom indukovaného napätia sa spotrebuje na generovanie indukovaných vírivých prúdov v objeme vsádzky, čo napokon pri jej reálnej konduktivitě znovu znamená generovanie tepla podľa Jouleovho zákona. Indukované vírivé prúdy majú prirodzene opačný smer ako indukujúci prúd cievky, teda uzatvárajú sa po obvode vsádzky v rovinách kolmých na spoločnú os cievky a vsádzky a so znižujúcou sa hustotou prúdu k tejto osi (v osi je  $\underline{J}_0 = 0$ ). Z toho istého dôvodu utlmovania vlnenia vo vodivej vsádzke (smerom k osi), znižuje sa aj magnetická zložka intenzity poľa  $\underline{H}$ , z povrchovej maximálnej hodnoty  $\underline{H}_2 = \underline{H}_1$  na hodnotu  $\underline{H}_0$  v osi vsádzky. Tomuto nerovnomernému rozloženiu intenzity  $\underline{H}$  na polomere vsádzky hovoríme **magnetický skinefekt**. Je to povrchový jav uplatňujúci sa v axiálnom magnetickom poli, pri radiálnom elektrickom poli. Magnetický skinefekt a smer určujúcich fázorov vo vodivej vsádzke sú naznačené na obr. 4.31.



Obr. 4.31 Magnetický skin efekt a Poyntingov vektor v axiálnom magnetickom poli vsádzky

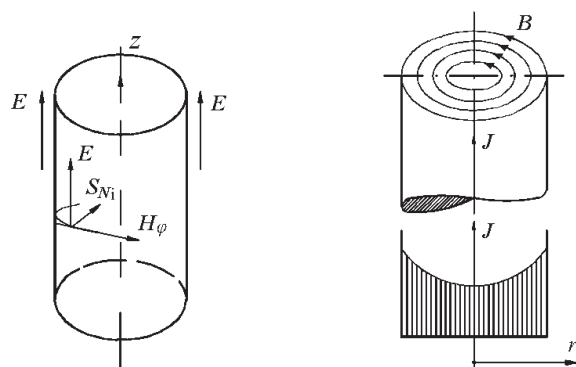
Predmetný indukčný prenos energie sa uskutočňuje tak, ako v jednoduchom transformátore bez magnetického jadra. Druhý spôsob prenosu je analogický princípu činnosti transformátora s Fe-jadrom, ktoré má funkciu elektromagnetickej väzby medzi induktorom a konverzným prvkom (vodivou vsádzkou). Za týmto účelom sú induktor a vsádzka umiestnené na spoločnom alebo dvoch stĺpoch jadra. Aby indukované Jouleovo teplo vo vsádzke bolo čo najväčšie, upravuje sa do vhodného tvaru závitú nakrátko (umiestnená v nevodivom žľabe, resp. kanáli). Tento spôsob indukčného prenosu je principiálne naznačený na obr. 4.32.



Obr. 4.32 Prenos energie poľa elektromagnetickej väzby s Fe-jadrom

Prenos energie sa uskutočňuje na rovnakom fyzikálnom princípe ako predošle, induktor pripojený na striedavý zdroj znova generuje elektromagnetické vlnenie, ktorého tok energie sa dá vyjadriť Poyntingovým vektorom. Prostredníctvom magnetického toku v Fe-jadre, vo vodivej vsádzke sa indukuje prúd s vysokou hustotou, má smer osi vsádzky. Indukovaný prúd generuje vo vsádzke teplo, vsádzka sa teda ohrieva ako bežný vodič. Pretože fázor hustoty indukovaného prúdu  $\underline{J}$  má smer osi vsádzky, fázor magnetickej zložky intenzity poľa  $\underline{H}$  bude ležať v rovinách kolmých na predmetnú os. Prúd vo vsádzke zároveň indukuje v nej napätie, preto je vytláčaný do jej povrchových vrstiev. Tento povrchový jav sa nazýva **elektrický skin efekt**. Je to povrchový jav, ktorý vzniká v axiálnom elektrickom poli pri radiálnom magnetickom poli. Elektrický skin efekt je teda duálny jav k magnetickému skin efektu. Elektrický skin efekt a smer určujúcich fázorov vo vodivej vsádzke pri indukčnom prenose energie prostredníctvom Fe-jadra sú naznačené na obr. 4.33.





Obr. 4.33 Elektrický skin efekt a Poyntingov vektor v axiálnom elektrickom poli vsádzky

Povrchové javy sú teda výsledkom pôsobenia striedavého zdroja energie. Vyvolávajú nerovnomerné rozloženie absorbovanej energie vlnenia vo vodivom prostredí, pri ohreve vsádzky rovnako nerovnomerné distribuovanie tepla na jej priereze. Stupeň nerovnomernosti závisí od elektrických vlastností prostredia ( $\gamma$  a  $\mu$  vsádzky), a od frekvencie zdroja energie. Vyjadrujú sa už definovanou ekvivalentnou hĺbkou vniku elektromagnetickej vlny podľa vzťahu (2.134), ktorému je rovnocenný praktický vzťah

$$a = 503,3 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f \cdot \mu_r}} \quad [\text{m}; \Omega \cdot \text{m}, \text{Hz}] \quad (4.72)$$

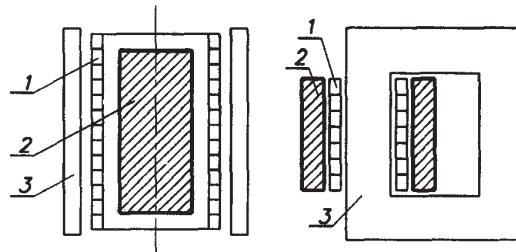
v ktorom  $\rho = \frac{1}{\gamma}$  a  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r$ .

Z technologického hľadiska sa indukčný ohrev používa v dvoch oblastiach:

- **v technológiách tepelného spracovania kovov** (napr. tvárnenie, kalenie, zváranie, ...) technickými prostriedkami, ktoré označujeme spoločným názvom **indukčné ohrievacie zariadenia** (indukčné ohrievačky). Sú to zariadenia, v ktorých prenos energie EMP, napr. z plochého alebo valcového induktora do vsádzky, sa uskutočňuje bez magnetického obvodu (princíp vzduchového transformátora). Vo vsádzke je **pozdlžne pole**, t.j. orientácia vektora jeho magnetickej zložky  $\mathbf{H}$  je súhlasná s osou vsádzky a induktora. Rozloženie tohto vektora na priereze vsádzky zodpovedá magnetickému skin efektu, naznačenému na obr. 4.30 a obr. 4.31.
- **v taviacich technológiach** zariadeniami, ktoré nazývame **indukčné pece**. Oproti indukčným ohrievačkam, v indukčných peciach prenos energie EMP z induktora do tavenej vsádzky sa uskutočňuje dvojakým spôsobom. Prvý, rovnako ako v predchádzajúcich ohrievačkách, t.j. bez magnetického obvodu, teda s pozdlžnou orientáciou poľa vo vsádzke a rozložením magnetickej zložky intenzity poľa  $\mathbf{H}$  ako pri magnetickom skin efekte. Tento typ pecí nazývame **indukčné tégľové pece** (ITP). V tégli umiestnená vsádzka tvorí s induktorom sústavu súosových valcov. Niektoré typy tégľových pecí majú síce magnetický obvod, ale ten je situovaný okolo vonkajšieho obvodu induktora a slúži na odtienenie poľa vzhľadom na blízke konštrukcie a zariadenia (usmerňuje rozptylový magnetický tok). Principiálna schéma ITP je na obr. 4.34 vľavo.

Druhý spôsob prenosu energie sa uskutočňuje prostredníctvom magnetického obvodu (princíp transformátora s Fe-jadrom). Magnetický obvod spôsobuje zmenu konfigurácie poľa vo vsádzke. Vektor jeho magnetickej zložky  $\mathbf{H}$  leží v rovinách kolmých na os vsádzky, vo vsádzke je priečne pole. Rozloženie vektora elektrickej

zložky poľa  $E$  zodpovedá elektrickému skinefektu, ako vo vodiči pretekanom striedavým prúdom (obr. 4.32 a obr. 4.33). Taviace zariadenia, v ktorých sa využíva tento spôsob prenosu energie sa nazývajú *indukčné kanálové pece* (IKP, tiež žľabové). Prierez kanálu je obvykle kruhový, pole v kanáli valcové. Princiipiálna schéma jedného typu IKP je tiež na obr. 4.34 vpravo.



Obr. 4.34 Princiipiálne schémy indukčných taviacich pecí. 1 – induktor; 2 – vsádzka; 3 – magnetický obvod

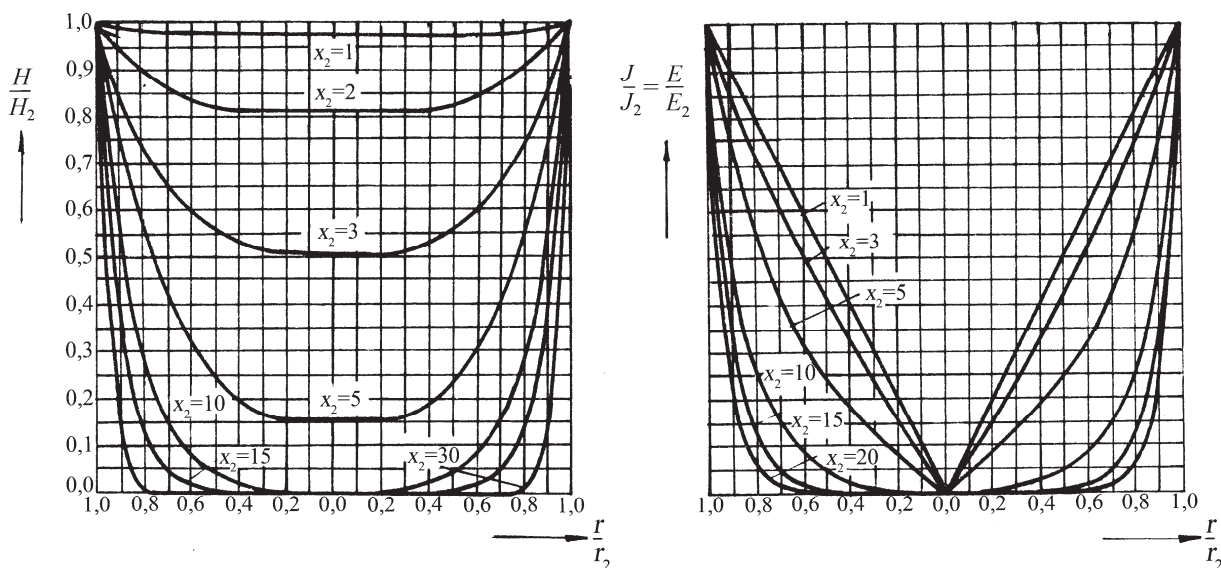
#### 4.4.1 Generovanie tepla v indukčných zariadeniach

Riešiť prenos energie EMP z induktora do vodivej vsádzky a jej premenu na Jouleovo teplo, v princípe znamená urobiť energetickú bilanciu týchto procesov s využitím Poyntingovho vektora. Pretože tento určujú obe zložky intenzity poľa  $E$  a  $H$ , podstatný je ich výpočet. Vhodným prostriedkom výpočtu sú vlnové rovnice šírenia EMP, s ktorými sme sa oboznámili už v čl. 2.2.2. Ich konkrétne riešenie prirodzene predpokladá známe podmienky jednoznačnosti, vrátane tvaru vlny, konfigurácie poľa a charakteru prostredia. To však nespadá do obsahu tejto príručky, preto sa obmedzíme len na niekoľko záverov, súvisiacich s množstvom indukovaného tepla vo vodivej vsádzke v tvare valca. Je to bežný tvar vsádzky v technológiách tepelného spracovania aj taviacich procesoch v tégľových peciach (v oboch prípadoch je pozdĺžne magnetické pole, t. j. zložka intenzity  $H$  má smer osi valcovej vsádzky) Tvar budiacej cievky – induktora je rovnako valcový (obr. 4.30).

Riešením vlnových rovníc pre vodivé prostredie (2.133) v cylindrickej sústave súradníc, s uvažovaním podmienok jednoznačnosti úlohy, dostaneme výsledok, ktorý v grafickej podobe je znázornený na obr. 4.35 [3]. Sú v ňom vyjadrené závislosti pomerných amplitúd fázorov zložiek intenzity poľa ( $H$  a  $E$ ) na pomernom polomere vsádzky (index „2“ pri jednotlivých premenných sa vzťahuje na povrch valcovej vsádzky, t. j. pre  $r = r_2$ ). Argumentom oboch funkcií je parameter  $x$  ( $x_2$ ), ktorý súvisí s hĺbkou vniku elektromagnetickej vlny do vsádzky a je definovaný vzťahom

$$x = \frac{\sqrt{2}}{a} \cdot r \quad [1] \quad \text{rovnako} \quad x_2 = \frac{\sqrt{2}}{a} \cdot r_2 \quad (4.73)$$

kde  $r$  je polomer zvoleného bodu a  $r_2$  je polomer konkrétnej vsádzky.



Obr. 4.35 Priebek pomernej amplitúdy fázorov vlnenia vo valcovej vsádzke pri rôznom argumente  $x_2$

Z priebehov funkcií vyplýva:

1. Magnetická zložka intenzity poľa  $\mathbf{H}$  je na priereze vsádzky nerovnomerne rozložená (magnetický skin efekt) a silne závisí od argumentu  $x_2$ . Čím je tento väčší (hĺbka vniku menšia), nerovnomernosť rozloženia stúpa. Pri argumentoch  $x_2 \geq 7$  je tak veľká, že zložka  $\mathbf{H}$  je v osi vsádzky zanedbateľná, približne sa rovná nule (magnetické vlny z protiahlých bodov sa anulujú). Z hľadiska pohlcovania vlny je to výhodné, vsádzka nie je priesačnou voči vlneniu, intenzívne sa ohrieva. Preto indukčné tégľové pece a niektoré indukčné ohrievače, t.j. indukčné zariadenia s pozdĺžnym magnetickým poľom pracujú s argumentom  $x_{2,\min} > 7$  (10 a viac).
2. Elektrická zložka intenzity poľa  $\mathbf{E}$ , resp. hustota indukovaného prúdu vo vsádzke  $\mathbf{J}$  v osi vsádzky sa vždy rovná nule. Vyplýva zo skutočnosti, že indukované prúdy sa uzatvárajú (ležia) v rovinách, kolmých na os vsádzky. Čím je argument  $x_2$  väčší, hustota prúdu smerom k povrchu vsádzky rastie.

Obe zložky intenzity elektromagnetického poľa (vlnenia) umožňujú vypočítať Poyntingov vektor, ktorého reálna zložka fyzikálne reprezentuje činnú zložku energie, vstupujúcu do vsádzky plochou povrchu  $1 \text{ m}^2$  za jednotku času. Tejto zodpovedá množstvo indukovaného tepla vo vsádzke dĺžky  $l = 1 \text{ m}$  za jednu sekundu, t.j. tepelný výkon na jednotkovej dĺžke vsádzky [3]

$$P_{21} = \pi \cdot \rho \cdot x_2 \cdot P(x_2) \cdot H_2^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (4.74)$$

alebo celkový tepelný výkon (na celej dĺžke vsádzky  $l$ )

$$P_2 = P_{21} \cdot l = \pi \cdot \rho \cdot x_2 \cdot P(x_2) \cdot H_2^2 \cdot l \quad [\text{W}] \quad (4.75)$$

v ktorých  $\rho$  je rezistivita vsádzky [ $\Omega \cdot \text{m}$ ],  $P(x_2)$  je určitá funkcia argumentu  $x_2$  [1],  $H_2$  je max. hodnota amplitúdy intenzity magnetického poľa na povrchu vsádzky [ $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ ], pričom

$$H_2 = N_{11} \cdot I_1 = N_{11} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{1\text{ef}} \quad [\text{W}] \quad (4.76)$$

kde  $N_{11}$  je počet závitov induktora jednotkovej dĺžky a  $I_{1\text{ef}}$  je efektívna hodnota prúdu v induktore.

Vlastnosťou funkcie  $P(x_2)$  je, že pre argument  $x_2 \geq 7$  konverguje ku konštantnej hodnote  $P(x_2)_{x_2 > 7} = 1/\sqrt{2}$ . S využitím tejto vlastnosti, ako aj vzťahov (4.73) a (4.76), bude tepelný výkon na jednotkovej dĺžke vsádzky

$$(P_{21})_{x_2 > 7} = \rho \cdot \frac{2\pi \cdot r_2}{a} (N_{11} \cdot I_{1ef})^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (4.77)$$

a celkový tepelný výkon

$$(P_2)_{x_2 > 7} = \rho \cdot \frac{2\pi \cdot r_2}{a} \cdot (N_{11} \cdot I_{1ef})^2 \cdot l = \rho \cdot \frac{2\pi \cdot r_2}{a \cdot l} \cdot (N_{11} \cdot I_{1ef})^2 \quad [\text{W}] \quad (4.78)$$

kde  $N_1$  je celkový počet závitov induktora.

Podľa Jouleovho zákona sa dá z ostatného vzťahu (4.78) jednoducho vypočítať ekvivalentnú rezistanciu vsádzky

$$R_2 = R_{VS} = \frac{(P_2)_{x_2 > 7}}{I_{1ef}^2} = \rho \cdot \frac{2\pi \cdot r_2}{a \cdot l} \cdot N_1^2 = \rho \cdot \frac{2\pi \cdot r_2}{a} \cdot N_{11}^2 \cdot l \quad [\Omega] \quad (4.79)$$

nakoľko  $N_1 = N_{11} \cdot l$

Je to rezistencia vsádzky prepočítaná na stranu obvodu induktora (ako primárneho obvodu). Prirodzená či vlastná rezistencia vsádzky bude

$$R_{2,V} = R_{VS,V} = \rho \cdot \frac{l}{s} = \rho \cdot \frac{2\pi \cdot r_2}{a \cdot l} \quad [\Omega] \quad (4.80)$$

čo je v súlade s bežným vzťahom pre výpočet odporu, ak si uvedomíme smer indukovaného prúdu vo vsádzke. Prúd tečie po obvode  $2\pi r_2$  v rovinách kolmých na os vsádzky cez prierez  $a \cdot l$ . Z porovnania vzťahov (4.79) a (4.80) vyplýva, že vlastná rezistencia s dĺžkou vsádzky klesá (zväčšuje sa prierez  $a \cdot l$ ), naopak ekvivalentná rezistencia s dĺžkou vsádzky stúpa (prejavuje sa vplyv závitov  $N_1 = N_{11} \cdot l$ ). V odvodených vzťahoch pre rezistanciu vsádzky a indukované tepelné výkony sa predpokladá približná rovnosť dĺžok vsádzky a induktora.

Pre indukčné kanálové pece prirodzene odvodené vzťahy neplatia. Vo vodivej vsádzke, umiestnenej v kanáli pece je elektrické pole pozdĺžne, magnetické je priečne. Preto riešením vlnových rovníc v cylindrických súradniciach (pre valcový prierez kanála s polomerom  $r_2$ ) dostaneme inverzné výsledky ako na obr. 4.35. Priebehy  $H/H_2$  (obr. vľavo) v kanáli pece zodpovedajú rozloženiu  $E/E_2$ , resp.  $J/J_2$  a priebehy na obrázku vpravo zase rozloženiu  $H/H_2$ . Preto aj generovaný tepelný výkon pripadajúci na jednotkovú dĺžku kanála ( $l = 1 \text{ m}$ ) je iný a definovaný vzťahom [3]

$$P_{21} = \rho \cdot \frac{1}{2\pi r_2 \cdot a} \cdot Q(x_2) \cdot \sqrt{2} \cdot I_{2ef}^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (4.81)$$

resp. celkový tepelný výkon (pre celú dĺžku kanála  $l$ )

$$P_2 = P_{21} \cdot l = \rho \cdot \frac{l}{2\pi r_2 \cdot a} \cdot Q(x_2) \cdot \sqrt{2} \cdot I_{2ef}^2 \quad [\text{W}] \quad (4.82)$$

kde  $I_{2ef}$  je efektívna hodnota prúdu v kanáli pece. Výkony  $P_{21}$ , resp.  $P_2$  vyjadrujú Jouleovo teplo, vyprodukované vo vsádzke za jednotku času na jednotkovej dĺžke, resp. celej dĺžke kanála.

O množstve vyprodukovaného tepla rozhoduje funkcia  $Q(x_2)$ . Aby bolo dostatočne veľké, kanálové pece sa konštruujú tak, aby argument tejto funkcie bol čo najmenší ( $x_2 \in \langle 0; 1 \rangle$ ). Vtedy je hĺbka vniku  $a$  veľká, vplyv elektrického skinefektu zanedbateľný, vo

vsádzke je približne rovnomerné rozloženie hustoty prúdu, preto tepelný výkon je veľký. Pre uvedený argument  $x_2 \leq 1$  funkcia  $Q(x_2)$  má približne veľkosť (pozri (4.73)).

$$Q(x_2) = \frac{2}{x_2} = \sqrt{2} \cdot \frac{a}{r_2} \quad (4.83)$$

Tomu zodpovedajú zjednodušené vzťahy pre výpočet tepelných výkonov:

- na jednotkovej dĺžke kanála (vsádzky)  $l = 1$  m

$$(P_{21})_{x_2 \leq 1} = \rho \cdot \frac{1}{\pi \cdot r_2^2} \cdot I_{2ef}^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (4.84)$$

- na celej dĺžke kanála (vsádzky)  $l$

$$(P_2)_{x_2 \leq 1} = \rho \cdot \frac{l}{\pi \cdot r_2^2} \cdot I_{2ef}^2 \quad [\text{W}] \quad (4.85)$$

Rovnako aj tieto výkony predstavujú Jouleovo teplo vyprodukované vo vsádzke (v kanáli) pretekajúcim prúdom  $I_{2ef}$  a vyjadrujú teda Jouleov zákon v kanáli pece. Z oboch vzťahov vyplýva, že pri malom argumente  $x_2$  sa vplyv elektrického skinefektu eliminuje natoľko, že vsádzka pretekaná striedavým prúdom sa chová tak, ako bežný vodič pretekaný jednosmerným prúdom. Rezistencia vsádzky sa redukuje na odpor vsádzky.

#### 4.4.2 Elektrický obvod a náhradné elektrické schémy indukčných zariadení

Aj keď indukčné ohrievače, indukčné tégľové aj kanálové pece sú použitím, prevádzkou a konštrukciou rozdielne, rovnaký princíp prenosu energie do vsádzky a generovanie tepla v nej sa prejavuje niektorými spoločnými znakmi. Jedným z nich je v podstate rovnaký elektrický obvod a v ňom spravidla viaczávitová cievka – induktor, ako zdroj potrebného elektromagnetického vlnenia. Cievka je z Cu-materiálu a vhodne tvarovaná tak, aby prenos energie vlnenia do ohrievanej vsádzky bol racionálny. Tvar induktora sa teda prispôbuje tvaru vsádzky.

Induktor v elektrickom obvode indukčného zariadenia sa voči zdroju striedavého napätia vždy správa ako induktívna záťaž s impedanciou  $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$ , t. j. má rezistanciu  $R_1$  a vlastnú indukčnosť  $L_1$ .

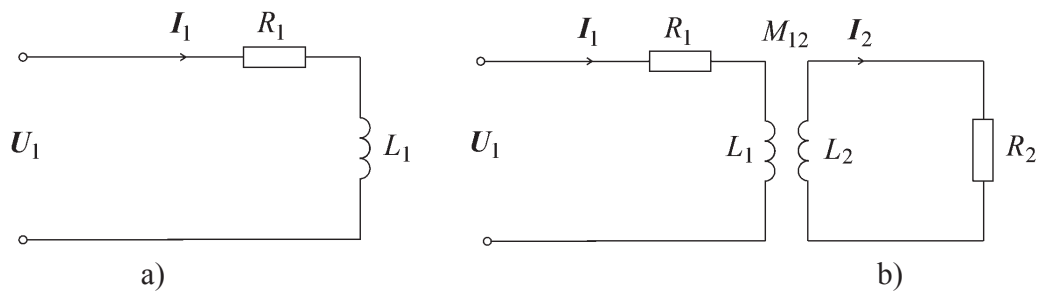
Ak si odmyslíme ďalšie prvky v elektrickom obvode zariadenia, napr. pre vykompenzovanie účinníka potrebný kondenzátor a pod., správanie sa elektrického obvodu bude závisieť len od prevádzkových stavov, ktoré sú dvojaké:

- **zariadenie je bez ohrievanej vsádzky**, t.j. elektrický obvod bez záťaže, v stave naprázdno. V tomto prípade celková impedancia zariadenia je totožná s impedanciou induktora ( $Z_I \equiv Z_1$ ) a náhradná schéma obvodu v tomto stave je jednoduchá (obr. 4.36a) Pri napätí zdroja  $U_1$ , schéme vyhovuje rovnica

$$Z_1 \cdot I_1 = (R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1) \cdot I_1 = U_1 \quad (4.86)$$

z ktorej sa dá vypočítať odoberaný prúd induktorom  $I_1$  (efektívna hodnota), ak poznáme zložky impedancie.

- **zariadenie je naplnené vsádzkou**, elektrický obvod je v zaťaženom stave. Vsádzka tvorí sekundárny obvod so zodpovedajúcou rezistanciou  $R_2$ , indukčnosťou  $L_2$  a impedanciou  $Z_2 = R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2$ . Elektrický obvod tvorí sústava induktor – vsádzka, t.j. dva elektromagnetické spriahnuté obvody so vzájomnou indukčnosťou medzi nimi  $M_{1,2}$ . Náhradná schéma obvodu zaťaženého vsádzkou je na obr. 4.36b.



Obr. 4.36 Náhradná schéma elektrického obvodu indukčného zariadenia bez vsádzky (a) a so vsádzkou (b)

Pri tom istom napätí zdroja náhradnú schému modelujú rovnice

$$(R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1) \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot M_{12} \cdot I_2 = U_1 \quad (4.87)$$

$$(R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2) \cdot I_2 + j \cdot \omega \cdot M_{21} \cdot I_1 = 0 \quad (4.88)$$

v ktorých

$$M_{12} = M_{21} = M = \kappa \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (4.89)$$

pri faktore väzby spriahnutých obvodov  $\kappa$ . Tento závisí od typu pecí, resp. ohrievačov.

Vyjadrením fázora sekundárneho prúdu  $I_2$  z rovnice (4.88) a dosadením do (4.87), po jej úprave získame vzťah pre impedanciu zariadenia na svorkách zdroja

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = (R_1 + p^2 \cdot R_2) + j \cdot \omega \cdot (L_1 - p^2 \cdot L_2) \quad (4.90)$$

v ktorom parametrom  $p$  sme vyjadrili pomer

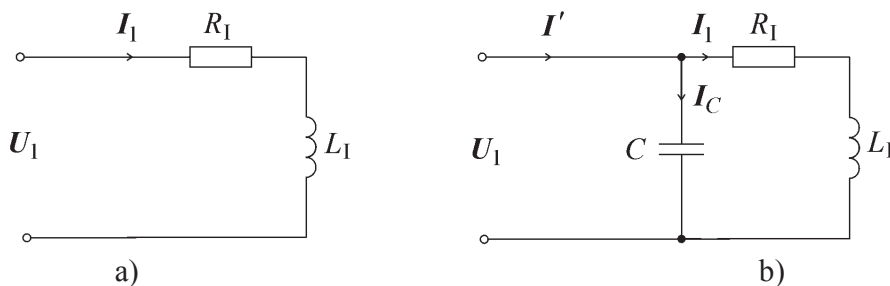
$$p = \sqrt{\frac{\omega^2 \cdot M^2}{R_2^2 + \omega^2 \cdot L_2^2}} = \left| \frac{I_2}{I_1} \right| \quad \text{resp.} \quad p^2 = \frac{\omega^2 \cdot M^2}{R_2^2 + \omega^2 \cdot L_2^2} \quad (4.91)$$

Je to transformačný prevod medzi indukčne spriahnutými obvodmi, definovaný podobne ako prevod transformátorov.

Z rovnice (4.90) vyplýva, že indukčné zariadenie naplnené vsádzkou má celkovú rezistanciu zvýšenú o rezistanciu vsádzky prepočítanú na stranu induktora, indukčnosť zase zníženú o prepočítanú hodnotu vsádzky. Ak to vyjadríme formálnym zápisom

$$Z_1 = (R_1 + p^2 \cdot R_2) + j \cdot \omega \cdot (L_1 - p^2 \cdot L_2) = R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1 \quad (4.92)$$

tomu zodpovedá ekvivalentná náhradná schéma obvodu podľa obr. 4.37a



Obr. 4.37 Ekvivalentná náhradná schéma elektrického obvodu indukčného zariadenia so vsádzkou: a) bez kompenzácie účinníka; b) s kompenzáciou kondenzátormi

V prevádzkovom stave so vsádzkou, induktorom tečie prúd o veľkosti (efektívna hodnota)

$$I_1 = \frac{|U_1|}{|Z_1|} = \frac{U_1}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2}} \quad [\text{A}] \quad (4.93)$$

pomocou ktorého sa dajú postupne vypočítať základné parametre zariadenia, menovite:

- činný výkon

$$P_{1,W} = R_1 \cdot I_1^2 = (R_1 + p^2 \cdot R_2) \cdot I_1^2 \quad [\text{W}] \quad (4.94)$$

- elektrické straty v induktore

$$P_{1,in} = R_1 \cdot I_1^2 = R_1 \cdot \frac{U_1^2}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \quad [\text{W}] \quad (4.95)$$

- užitočný elektrický výkon, t.j. výkon absorbovaný vsádzkou (tiež tepelný výkon)

$$P_2 = p^2 \cdot R_2 \cdot I_1^2 = p^2 \cdot R_2 \cdot \frac{U_1^2}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \quad [\text{W}] \quad (4.96)$$

- jalový výkon zariadenia

$$P_Q = \omega \cdot L_1 \cdot I_1^2 = \omega \cdot L_1 \cdot \frac{U_1^2}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \quad [\text{VAr}] \quad (4.97)$$

- elektrickú účinnosť sústavy induktor – vsádzka

$$\eta_{el} = \frac{P_2}{P_{1,W}} = \frac{P_2}{P_{1,in} + P_2} = \frac{p^2 \cdot R_2}{R_1 + p^2 \cdot R_2} \quad [1] \quad (4.98)$$

- napokon účinník zariadenia

$$\cos \varphi = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2}} \quad [1] \quad (4.99)$$

Odvođené vzťahy sú všeobecne platné, ale nie konečné, pretože impedancia obvodu, od ktorej predmetné parametre sú závislé, je rôzna v jednotlivých typoch pecí a ohrievačov.

Za spoločnú vlastnosť všetkých indukčných zariadení dá sa však považovať nízky účinník. Spôsobuje ho výrazný nepomer medzi celkovou rezistanciou a reaktanciou obvodu, t.j. nerovnosť  $R_1 \ll \omega \cdot L_1$ . Preto faktor kvality obvodu je relatívne vysoký a býva

$$Q_1 = \frac{\omega \cdot L_1}{R_1} \gg 1 \quad [1] \quad (4.100)$$

Ak uplatníme vzťah (4.100) vo vzťahu (4.99) dostaneme pre účinník výraz

$$\cos \varphi = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_1^2}} \cong \frac{1}{Q_1} \ll 1 \quad (4.101)$$

potvrdzujúci jeho nízku hodnotu a teda, s ohľadom na požiadavku dodávateľa elektrickej energie, nutnosť kompenzácie jalového výkonu zariadenia.

Na indukčných elektrotepelných zariadeniach kompenzácia sa robí statickým spôsobom, kondenzátorovou batériou pripojenou k impedancii obvodu  $Z_1$ . Pripája sa k nej do série alebo paralelne, častejší je druhý spôsob (obr. 4.37b). Veľkosť kapacity kondenzátorov

sa vypočíta jednoducho z rovnosti jalových výkonov na batérii a induktore, spravidla pre podmienku  $\cos \varphi = 1$ , teda s využitím vzťahu (4.93) platí

$$\omega \cdot C \cdot U_1^2 \equiv \omega \cdot L_1 \cdot I_1^2 = \omega \cdot L_1 \cdot \frac{U_1^2}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \quad (4.102)$$

odkiaľ potrebná kapacita je (presne alebo približne s ohľadom na  $R_1 \ll \omega \cdot L_1$ )

$$C = \frac{L_1}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \cong \frac{1}{\omega^2 \cdot L_1} \quad [\text{F}] \quad (4.103)$$

Pri tejto kapacite paralelný obvod zariadenia pracuje vo vyladenom stave, čo znamená, že jalová zložka admitancie obvodu sa rovná nule

$$Y = \frac{1}{R_1 + j \cdot \omega \cdot L_1} + j \cdot \omega \cdot C = \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} - j \cdot \left( \frac{\omega \cdot L_1}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} - \omega \cdot C \right) = \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \quad (4.104)$$

a zariadenie voči zdroju sa správa ako činná záťaž s tzv. **zaťažovacím odporom**

$$R_z = \frac{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2}{R_1} \cdot \left( \frac{L_1}{L_1} \right) = \frac{L_1}{R_1 \cdot C} \quad [\Omega] \quad (4.105)$$

Zodpovedajúca rezonančná frekvencia obvodu vyplýva zo vzťahov (4.102), resp. (4.103). Pri podmienke  $R_1 \ll \omega \cdot L_1$  je

$$\omega_r = 2 \cdot \pi \cdot f_r \cong \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C}} \quad \text{resp.} \quad f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C}} \quad [\text{Hz}] \quad (4.106)$$

Napokon, v rezonančnom stave obvodu zaťažovací odpor odoberá z rovnakého zdroja napätia prúd o veľkosti

$$I' = \frac{U_1}{R_z} = U_1 \cdot \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 \cdot L_1^2} \cong U_1 \cdot \frac{R_1 \cdot C}{L_1} \quad [\text{A}] \quad (4.107)$$

ktorý je podstatne menší ako pôvodný  $I_1$  pred kompenzáciou (4.93). Paralelnou kompenzáciou sa teda zároveň znižuje veľkosť prúdu v spojovacom vedení k indukčnému zariadeniu, čím sa znižujú nároky na prierezy vodičov.

**Poznámka:** Odvođené vzťahy platia rovnako aj pre elektrický obvod v stave naprázdno (prázdny induktor). Pri jednotlivých premenných treba prirodzene nahradiť index „ $I$ “ indexom „ $I'$ “.

Indukčné pece a ohrievače majú charakteristickú vlastnosť v tom, že sú schopné prevádzky len so striedavým zdrojom, ako nutnou podmienkou prenosu energie elektromagnetického vlnenia z induktora do vsádzky. Ten sa uskutočňuje pri rôznych pracovných frekvenciách, ktoré sa odvodzujú od technologického procesu, veľkosti (charakteristického rozmeru) a elektrických vlastností spracovávanej vsádzky. Ich súvislosť s frekvenciou zdroja sa vyjadruje známou hĺbkou vniku elektromagnetickej vlny do vodivej vsádzky, ktorá je mierou pohlcovania energie vlnenia a jej konverzie na Jouleovo teplo v objeme vsádzky. Frekvencia napájacieho zdroja všetkých indukčných pecí a ohrievačov preto zásadne vplýva na ich elektrickú účinnosť a pohybuje sa vo veľmi širokom spektre, od 16,66 Hz až do 27,12 MHz [17]. Z tohto dôvodu aj napájacie zdroje indukčných zariadení sú



veľmi rozmanité a podľa frekvenčného kritéria (rovnako pre pece a ohrievače) sa rozdeľujú do troch základných skupín:

- zdroje pre zariadenia sieťovej a nízkej frekvencie (50, resp. 60 Hz a menej). Uplatňujú sa najmä pre kanálové pece, pre veľké tégľové pece (50 Hz) a tiež indukčné ohrievače pre niektoré procesy tepelného spracovania objemných vsádzok (napr. pre tvárnenie),
- zdroje pre zariadenia strednej frekvencie s rozsahom  $f \in \langle 150; 10000 \rangle$  Hz. Do kategórie stredofrekvenčných zariadení patrí prevažná väčšina tégľových pecí ako aj indukčné ohrievače pre bežné procesy tepelného spracovania,
- zdroje pre vysokofrekvenčné zariadenia v rozsahu od 10 kHz až do 27,12 MHz. Slúžia pre napájanie kaliacich ohrievačov, ohrievačov pre iné povrchové úpravy kovov, tiež pre malé laboratórne tégľové pece.

Jednotlivé kategórie zdrojov pre indukčné zariadenia nebudeme popisovať. Prehľadne sú uvedené napr. v lit. [3], [17], [23].

Indukčné pece a ohrievače uvedených kategórií sú prevažne jednofázové zariadenia. Preto, najmä výkonovo väčšie jednotky, nesymetricky zaťažujú napájaciu sieť a treba ich symetrizovať. Symetrizačné prvky spolu s napájacím zdrojom, meracími, regulačnými prvkami a kondenzátorovou batériou tvoria silové obvody indukčných zariadení.

#### 4.4.3 Prehľad a použitie indukčných elektrotepelných zariadení

Sú to zariadenia, komorové aj bezkomorové, v ktorých vsádzka sa ohrieva indukčnou metódou. Indukčné pece (komorové zariadenia) a indukčné ohrievače (bezkomorové zariadenia) sa tradične uplatňujú v hutníckom a strojárskom priemysle i v iných odvetviach pre tavenie a tepelné spracovanie kovov. V ostatnom čase indukčný ohrev preniká aj do komunálnej sféry a domácnosti (napr. indukčné sporáky). Priemyselné indukčné zariadenia podľa technologického kritéria sa rozdeľujú do dvoch skupín:

- **indukčné zariadenia pre tavenie kovov.** Sú to komorové zariadenia, **indukčné pece**, ktoré podľa konštrukcie elektromagnetického obvodu sú dvojaké
  - indukčné tégľové pece (ITP), pracujúce na princípe jednoduchého transformátora (bez magnetického jadra)
  - indukčné kanálové pece (IKP), s princípom práce transformátora s magnetickým jadrom (Fe-plechmi).

Indukčné pece sa tiež používajú vo funkcii mixérov, dávkovačov alebo ako teplodržiavacie zariadenia tekutých kovov.

- **indukčné zariadenia pre tepelné spracovanie kovov.** Sú to bezkomorové zariadenia, **indukčné ohrievače**, viac-menej jednoúčelové, napr. pre kovanie, kalenie, zváranie a pod. Princípom prenosu energie elektromagnetického vlnenia sú zhodné s tégľovými pecami.

Preferovanie indukčného ohrevu pre tavenie kovov alebo ich tepelné spracovanie, aj v rámci ostatných metód elektrických ohrevov, má svoje opodstatnenie. Spočíva v niekoľkých výhodách:

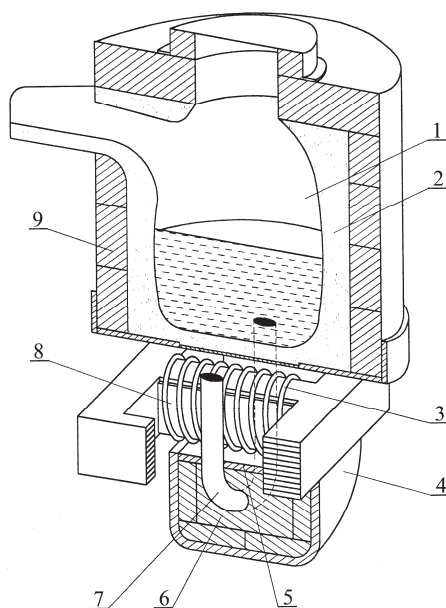
- technologické teplo sa generuje priamo vo vsádzke, preto vsádzka má najvyššiu teplotu v celom systéme zariadenia,

- tým, že teplo vzniká priamo vo vsádzke, indukčný ohrev patrí medzi najrýchlejšie (rýchlosť prenosu energie elektromagnetického vlnenia do vsádzky je podstatne vyššia ako rýchlosť termokinetického prenosu pri nepriamych ohrevoch),
- prostredníctvom frekvencie vlnenia (hlĺbky vniku vlny) pri indukčnom ohreve sa dá presne vymedziť miesto generovania tepla vo vsádzke,
- prostredníctvom sprievodných elektrodynamických síl sa dá dosiahnuť v roztavenej vsádzke vysoká teplotná a materiálová homogenita (premiešavanie tekutého kovu),
- napokon rozvoj metód indukčného ohrevu, resp. indukčných zariadení, dosiahol dnes takú úroveň, že sa dajú aplikovať aj pre ohrev nekovových materiálov a s rôznou konduktivitou.

#### 4.4.3.1 Indukčné kanálové pece

Indukčné kanálové pece (ďalej IKP) sú taviace agregáty pracujúce na princípe transformátora s uzavretým magnetickým obvodom. Tento je z transformátorových (Fe) plechov a slúži na prenos energie elektromagnetického vlnenia, vyžiarenej z primárneho elektrického obvodu do sekundárneho – tavenej vsádzky. Primárny obvod je vytvorený vhodnou, niekoľko závitovou cievkou – induktorom, sekundárny obvod tvorí tavená vodivá vsádzka, umiestnená v žiaruvzdornom kanáli (žľabe). Vsádzka pôsobí ako závit nakrátko, v ktorom sa generujú indukované prúdy, ktorými sa ohrieva podľa Jouleovho zákona. IKP spravidla majú jeden kanál (jeden induktor), ale existujú konštrukcie aj s viacerými kanálmi, napr. trojkanálové, čo je výhodné z pohľadu symetrickej záťaže trojfázovej napájacej siete (pec má tri rovnaké induktory). Bez rozdielu na počet kanálov, IKP sú prevažne zariadenia sieťovej frekvencie, len ojedinele nízkej, napr.  $\frac{50}{3}$  Hz.

Principiálna schéma jednej z možných konštrukcií IKP je na obr.4.38. Je to jednokanálová pec s valcovým tvarom vane (nádrže) 1, ktorá je vymurovaná žiaruvzdorným materiálom 2 na tepelne-izolačnej vrstve 9. Vaňa je opatrená bočným odlievacím žľabom a horným vsádzacím otvorom s odnímateľným príklopom. Elektromagnetický obvod pece tvorí induktor 3, je uložený na strednom stĺpe magnetického jadra 8, ktorý obopína tiež vertikálne orientovaný kanál pece 7. Tento vyúsťuje do nádrže s kovom a je rovnako obmurovaný žiaruvzdornou hmotou 6. Priestor medzi induktorom a kanálom je oddelený ochranným krytom 5, ktorý je súčasťou obvodového plášťa 4. Elektromagnetický obvod, t.j. sústava induktor 3 – stĺpec jadra 8 – kanál 7 tvorí kompaktný celok a nazýva sa **indukčná jednotka pece**.



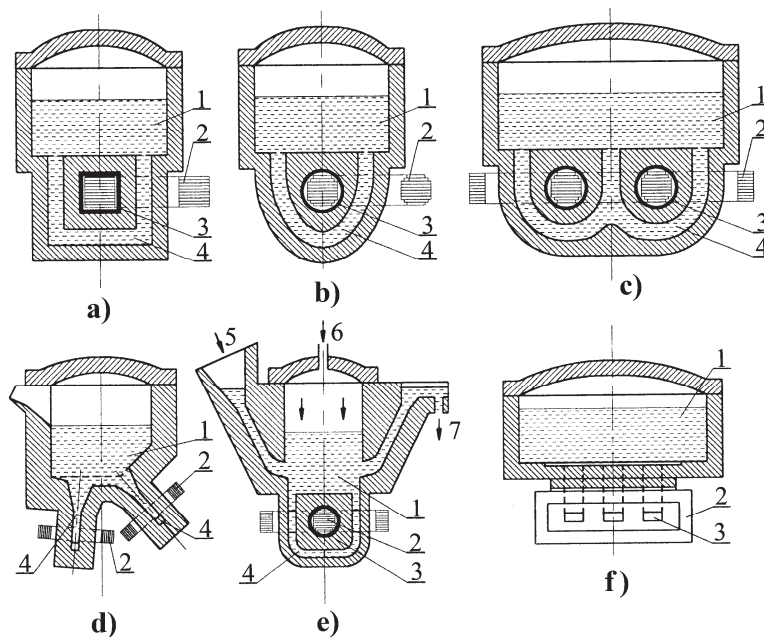
Obr. 4.38 Názorná schéma IKP [17]

Moderné IKP sa konštruujú s vymeniteľnými indukčnými jednotkami aj v priebehu prevádzky (jednotky sú unifikované). Tieto sa vyrábajú ako jednoduché, t.j. s jedným induktorom a jedným kanálom (výkony 250 až 500 kW), ako zdvojené s dvojicou induktorov a kanálov (výkony až 1 MW), napokon s trojicou, pre najväčšie výkony taviacich pecí. Výkony indukčných jednotiek sa odvodzujú od spracovaného kovu a použitia pece (tavenie, premiešavanie, dohrievanie, ...).

**Induktory** indukčných jednotiek sa vyrábajú z plného valcového alebo dutého profilovaného Cu-vodiča (najčastejšie obdĺžnikového prierezu). Pre plný vodič, chladený vzduchom, je dovolená hustota prúdu  $J_{\max} = 4 \text{ A}\cdot\text{mm}^{-2}$ , duté sa chladia vodou a dovolená hustota je  $J_{\max} = 20 \text{ A}\cdot\text{mm}^{-2}$ . Závity induktorov sú izolované sklovláknitou páskou a lakom. Počet závitov induktora závisí od magnetickej indukcie v jadre a jeho prierezu.

Indukčnú jednotku IKP uzatvára **plášť**. Z dôvodu obmedzenia indukovaných prúdov mimo jednotku vyrába sa z elektricky izolovaných segmentov, ktoré sú mechanicky spojené s celým plášťom pece. Plášť indukčnej jednotky je prostredníctvom chladiacich kanálov chladený vodou.

Podľa jednotlivých konštrukčných častí indukčných jednotiek a celých pecí, ich počtu, tvaru, vzájomnej konfigurácie a pod., existuje niekoľko typov IKP, ktoré sa klasifikujú podľa rôznych kritérií. Okrem účelu použitia (napr. pre tavenie, miešanie, dávkovanie, ...) je to tiež podľa počtu a tvaru vaní, podľa ich naklápania, podľa tvaru kanála v priečnom a pozdĺžnom smere, podľa počtu indukčných jednotiek, tiež podľa počtu fáz a pod. Niektoré vybrané typy IKP sú znázornené na obr. 4.39.



Obr. 4.39 Schémy niektorých konštrukčných typov IKP [17]

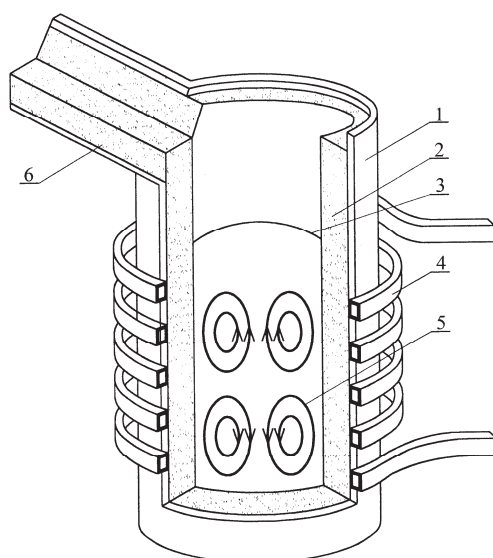
(a) jednokanálová s priamym vertikálnym kanálom (b) jednokanálová s oválnym vertikálnym kanálom (c) so zdvojeným vertikálnym kanálom (d) s dvoma indukčnými jednotkami (e) priebežná s dávkovačom kovu (f) s tromi pravouhlými kanálmi (trojfázová); (1 – vaňa (nádrž) pece; 2 – magnetické jadro; 3 - induktor; 4 – kanál; 5 – vsádzací otvor; 6 – tlak vzduchu; 7 – odlievací otvor)

Okrem vlastného telesa IKP a ďalších mechanických komponentov do jej celku patrí najmä elektrické zariadenie, ktoré tvoria nasledujúce prvky:

- transformátor, resp. autotransformátor (znižovací, regulačný) so širokým rozsahom napätí podľa výkonu indukčných jednotiek,
- kondenzátorová batéria pre kompenzáciu jalového výkonu IKP. Časť batérie je spravidla prepínateľná, čo umožňuje prispôbenie kapacity premenlivej záťaži
- v prípade potreby symetrizačné zariadenie
- meracie a riadiace prvky, umožňujúce regulovanie prevádzky IKP

#### 4.4.3.2 Indukčné tégľové pece

Sú to tiež taviace agregáty, ale v porovnaní s kanálovými sú konštrukčne jednoduchšie a v elektrometalurgii univerzálnejšie. Jednoduchšia konštrukcia tégľových pecí (ďalej ITP) spočíva v tom, že nemajú uzavretý magnetický obvod, teda principiálne sú to vzduchové jednofázové transformátory, v ktorých sekundárnym vinutím je tavený kov, umiestnený spravidla v nevodivom tégli. Induktor a v jeho dutine súosovo umiestnený tégel s kovom majú valcový tvar, tvoria elektromagnetický (indukčný) systém. Energia elektromagnetického vlnenia, vyžiarená z vnútorného povrchu valcového induktora do kovu, prenáša sa nevodivým prostredím, vzduchom a stenou tégľa. Vo vodivom kove sa pohlcuje a prostredníctvom indukovaných prúdov transformuje na Jouleovo teplo. Kov sa ohrieva a postupne tavi. Konfigurácia poľa v systéme induktor-vsádzka je taká, že indukované prúdy sa uzatvárajú v rovinách kolmých na os vsádzky, magnetická zložka intenzity poľa má pozdĺžny smer osi vsádzky a na jej polomere je nerovnomerne rozložená (uplatňuje sa magnetický skin efekt). Zodpovedajúca principiálna schéma ITP je na obr. 4.40



**Obr. 4.40** Názorná schéma systému induktor-vsádzka v ITP a vírenie vsádzky v tégli [17];  
 (1 – tepelnoizolačná vrstva výmurovky tégľa; 2 – žiaruvzdorná vrstva; 3 – meniskus (vzdutie) tekutého kovu; 4 – cievka induktora; 5 – vírenie tekutého kovu; 6 – odlievací žľab tégľa)

Tégľové pece sú univerzálnejšie ako kanálové. V zásade dá sa v nich taviť akýkoľvek kov, magnetický aj nemagnetický, rôzne druhy ocelí a liatina, používajú sa najmä na výrobu vysokokvalitných ocelí. Okrem tavenia slúžia tiež ako udržiavacie pece (udržiajú teplotu tekutého kovu na požadovanej teplote) alebo dohrievacie pece (dohrievanie roztaveného kovu na vyššiu odlievaciu teplotu). Vo všetkých vymenovaných aplikáciách ITP sa využíva elektrodynamický účinok poľa na roztavený kov, ktorý je príčinou jeho vírenia v tégli, čím sa zabezpečuje jeho materiálová a teplotná homogenizácia v celom objeme.

Univerzálnosť ITP vyplýva tiež z toho, že sa dajú konštruovať a prevádzkovať v širokých hraniciach frekvencie napájacích zdrojov.

**Tégľové pece na sieťovú frekvenciu** sa používajú najmä pre metalurgické dohotovenie už tekutého kovu, resp. pre tavenie kovov a ich zliatin, pri ktorých sa chemické zloženie veľmi nemení. Je to pri sériovej výrobe odliatkov, ktorá umožňuje ponechávať značnú časť tekutej vsádzky v tégli. Tavia sa v nich železné kovy (liatina, ocele), farebné (hliník, meď, molybdén) i ľahké kovy (horčík). Všeobecne sa nasadzujú pre taviace procesy s veľkou výrobnosťou.

**Tégľové pece stredofrekvenčné** (150 Hz až 10 kHz) sa používajú pre tavenie rovnakých kovov ako v peciach so sieťovou frekvenciou, konštruujú sa však pre menšie objemy tégľov (s nárastom frekvencie klesá hĺbka vniku) a vyššie merné výkony ( $\text{kW}\cdot\text{t}^{-1}$ ). V týchto peciach sa vylieva celý obsah tégľov, takže pracujú so studenou (tuhou) vsádzkou. To umožňuje meniť spracovávaný kov.

**Tégľové pece vysokofrekvenčné** (nad 10 kHz až MHz) sú určené pre špeciálne a laboratórne účely s veľmi malými objemami tégľov.

Poznamenajme ešte, že aj tégľových pecí je niekoľko typov, ktoré sa kategorizujú podľa rôznych kritérií. Okrem spomínanej frekvencie a účelu použitia je to tiež podľa spôsobu ohrevu (priamy ohrev s nevodivým tégľom alebo nepriamy ohrev s vodivým tégľom), podľa typu tienenia pece (s Fe-plechmi alebo Cu-plášťom), podľa druhu induktora (jedno alebo viacsekciový), podľa pracovnej atmosféry (prirodzená, riadená, technické vákuum) a pod.

Základným prvkom všetkých typov tégľových pecí je **induktor**. Je to viaczávitová, jednovrstvová cievka valcového tvaru, navinutá z dutého, vodou chladeného medeného vodiča. Cievka je súsovo uložená okolo tégľa pece. Prierez Cu-vodiča je najčastejšie obdĺžnikový, ale býva tiež štvorcový, kruhový alebo oválny. Hrúbka steny vodiča pre vyššie frekvencie ( $f \geq 150$  Hz) je rovnaká, pre pece so sieťovou frekvenciou stena vodiča zo strany tégľa sa volí hrubšia. Dimenzovanie hrúbky steny súvisí s hĺbkou vniku vlnenia do vodiča a z podmienky na minimálne elektrické straty v induktore. Pre pece s frekvenciou  $f \geq 150$  Hz sa volí zo vzťahu  $\Delta h = \frac{\pi}{2} \cdot a$ , čo je v hraniciach  $\Delta h \in \langle 1,5; 4 \rangle$  mm, pre pece na sieťovú frekvenciu zo vzťahu  $\Delta h \leq \frac{\pi}{2} \cdot a$ , čomu zodpovedá  $\Delta h \in \langle 10; 15 \rangle$  mm (z dôvodu šetrenia medi).

Dôležitou časťou konštrukcie tégľových pecí je **tienie** rozptylového magnetického toku induktora. Pretože je pomerne veľký, uzatváraním sa v blízkych ocelových konštrukciách by tieto nebezpečne ohrieval. Na jeho eliminovanie a teda aj zníženie prídavných elektrických strát sa používa dvojaký spôsob odtienenia induktorov:

- **tienie pomocou transformátorových plechov**, ktoré je vhodné pre pece s pracovnou frekvenciou do 2000 Hz. Pri vyšších frekvenciách intenzívne rastú straty v železe.
- **tienie pomocou medeného plášťa** sa používa na peciach s pracovnou frekvenciou nad 2000 Hz, nakoľko pri menších, s ohľadom na účinné pohlcovanie vlnenia, hrúbka plášťa vychádza veľká. Je to tenkostenný Cu-valec, spravidla s dvojnásobným priemerom induktora a minimálnou hrúbkou steny  $\Delta h = \frac{\pi}{2} \cdot a$ , kde  $a$  je hĺbka vniku vlnenia do plášťa. Zodpovedá minimálnym elektrickým stratám v medi a zväčšuje sa len v prípade potreby zvýšenia mechanickej pevnosti plášťa.

Bez ohľadu na konštrukciu, tégľové pece môžu sa prevádzkovať v periodickom aj priebežnom režime. V periodickom sa štartujú zo studeného stavu (s kusovým šrotom), v priebežnom s tekutým zvyškom kovu.

Sú vhodné nielen pre tavenie železných kovov, najmä liatiny a rôznych ocelí, rovnako slúžia pre tavenie farebných kovov a ich zliatin, v prípade potreby sú konštruované s vodivým tégľom. Okrem vlastného tavenia používajú sa tiež v technológiách vyžadujúcich prehriatie roztaveného kovu na odlievaciu teplotu (prehrievacie pece) alebo v zlievarňach ako udržiavacie pece (udržiavanie tekutého kovu na konštantnej teplote). V tzv. „duplexných“ procesoch, najmä v spolupráci s oblúkovými pecami, sa uplatňujú pri výrobe kvalitných legovaných ocelí, s využitím cirkulačného efektu v roztavenej vsádzke. Vo všetkých vymenovaných aplikáciách sa uplatňujú mnohé prevádzkové výhody tégľových pecí, okrem cirkulácie kovu predovšetkým tieto:

- bezporuchovosť prevádzky, jej jednoduché zásady, ľahká obsluha,
- vysoká účinnosť tavenia pri celkovo alebo čiastočne vyplnenom tégli,
- vysoká homogénnosť odlievaného kovu,
- vysoká regulovateľnosť teplotných režimov,
- malé zaťaženie životného prostredia, malé straty opalom materiálu, možnosť tavenia v technickom vákuu a pod.

Medzi nové aplikácie indukčného ohrevu v tégľových peciach patrí najmä technológia tavenia skla. S ohľadom na elektrické vlastnosti skla používajú sa pri tom prevažne vodivé

tégle, podobne ako pri tavení ušľachtilých kovov, vyrobené napr. z platiny. Pretože pracovné frekvencie sú pomerne vysoké (250 až 400 kHz), cirkulácia skloviny je obmedzená.

V ostatných desaťročiach pre rôzne laboratórne a špeciálne účely sa vyvinuli taviace technológie v beztégľových peciach. Sú to technológie, pri ktorých tavená vsádzka neprichádza do kontaktu s pevným prostredím, čo zabezpečuje vysokú čistotu tavenia. Beztégľové pece sú v podstate indukčné ohrievače, so špeciálne vytvarovaným induktorom. Jeho úlohou je okrem sprostredkovania prenosu energie do vsádzky vyvolať levitačný efekt, ktorý, podobne ako cirkulácia kovu v tégli, je vybudovaný elektrodynamickými silami poľa (jeho elektrickou a magnetickou zložkou). Ak sily sú vhodne nasmerované, čo sa dosiahne tvarom induktora (napr. kužeľovým), vsádzka sa vznáša v priestore induktora (levituje) a zároveň sa taví. Tvar vsádzky je výsledkom vonkajších síl poľa a povrchového napätia vsádzky.

Roztavený kov sa zároveň rafinuje pôsobením odstredivých síl, vyvolaných jeho vírením (vplyv magnetického poľa). Rafinácia sa uskutočňuje buď v ochrannej atmosfére alebo v technickom vákuu.

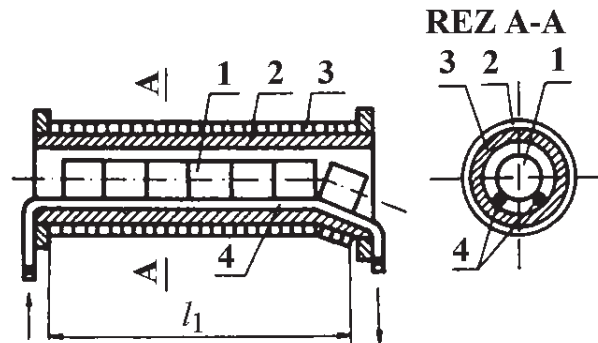
#### 4.4.3.3 Indukčné ohrievacie zariadenia

Sú to zariadenia pre tepelné spracovanie predovšetkým kovových materiálov, magnetických aj nemagnetických, novšie a v menšom rozsahu aj iných komodít (napr. v chemickom priemysle, indukčný ohrev potravín a pod.). Indukčné ohrievače sú v princípe jednoúčelové bezkomorové zariadenia, prenosom energie elektromagnetického poľa, jeho rozložením v ohrievanej vsádzke a generovaním tepla sú podobné tégľovým peciam.

Aj keď sa obmedzíme len na priemyselné technológie tepelného spracovania kovov, rozsah použitia indukčných ohrievačov je značne široký. Podľa požadovaných technológií (konkrétnych požiadaviek na ohrev kovu), v podstate existujú tri typy indukčných ohrievačov:

- **Indukčné ohrievače pre plastické spracovanie kovov.** Sú to ohrievače pre rôzne spôsoby tvárnenia kovov, ako kovanie, valcovanie, ťahanie a pod., pri ktorých sa vyžaduje ohriať podstatnú časť ich objemu na teplotu zodpovedajúcu danému účelu. Vo zvyškovom objeme sa kov dohrieva vedením tepla. Dôležitou požiadavkou pre plastické spracovanie je neprekročiť prípustný teplotný rozdiel na charakteristickom rozmere vsádzky (napr. medzi povrchom a osou valcovej vsádzky). Sú to teda ohrievače pre objemové spracovanie kovov, umožňujúce ich rovnomerné prehriatie v celom objeme.
- **Indukčné ohrievače pre tepelné spracovanie kovov.** Do tejto skupiny patria ohrievače pre také procesy, akými sú rôzne druhy kalenia, popúšťanie za účelom odstránenia vnútorných napätí po kalení, nitridovanie, cementovanie a pod. Sú to procesy za účelom skvalitnenia vlastností kovov, najmä mechanických, akými sú tvrdosť, ťažnosť a pod. Požiadavka na rovnomerné prehriatie celého objemu kovu nie je tak prísna, naopak pri niektorých technológiách sa vyžaduje len povrchový ohrev (napr. povrchové kalenie).
- **Indukčné ohrievače pre zváranie, nitridovanie a iné účely.** Sú to typické jednoúčelové ohrievače, s rôznou pracovnou frekvenciou, s rôznym tvarom induktora a pod.

Príklad priebežného *indukčného ohrievača pre plastické spracovanie* kovov je znázornený na obr. 4.41.



Obr. 4.41 Konštrukčná schéma indukčného ohrievača s priebežným režimom prevádzky [23]

Spracovávaná vsádzka (1) nespojite alebo kontinuálne sa posúva po vodiacich lištách, resp. valčekoch (4), umiestnených v tepelnoizolačnej alebo žiaruvzdornej trubici (2). Na túto je osadený induktor ohrievača (3).

**Induktor ohrievačov** je vytvorený z niekoľkozávitovej cievky a medzizávitovej izolácie. Cievka je z elektrolytickej medi, spravidla z dutého vodiča chladeného vodou, zriedkavo z plného vodiča. Profily vodičov sú rovnaké ako pre indukory tégľových pecí. Z dôvodu dostatočnej mechanickej pevnosti celého induktora, cievka sa sťahuje čelnými lištami, spojenými s pozdĺžnymi hranolmi.

Podobne ako v tégľových peciach, aj indukory ohrievačov sa môžu ohraničiť magnetickým tienением z Fe-plechov. Robí sa to najmä na ohrievačoch s pracovnou frekvenciou 50 Hz, t.j. pre väčšie výkony.

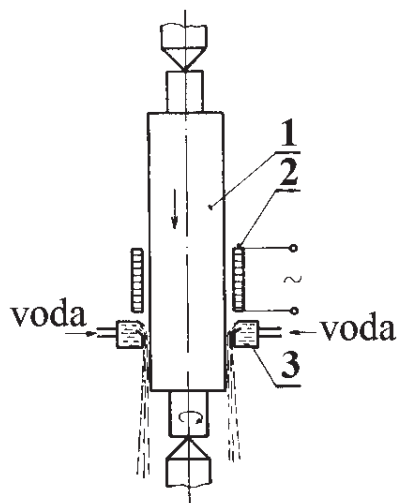
Z používaných metód ohrevu kovov pred kovaním, valcovaním, ťahaním a pod., je indukčný ohrev najvýhodnejší. Vyplýva z vlastnej podstaty ohrevu, že technologické teplo sa generuje priamo v ohrievanom kove, nevstupuje do vnútra cez povrch, ako je tomu pri klasickom palivovom alebo nepriamom odporovom ohreve. Kov sa preto indukčne ohrieva pri zreteľne menších tepelných a materiálových stratách a ohrev trvá podstatne kratší čas.

Inú skupinu indukčných zariadení tvoria **indukčné ohrievače pre kalenie**.

Z metalurgického hľadiska **kalenie** je technológia zložená z dvoch, bezprostredne po sebe nasledujúcich operácií. Ohrevu a prudkého ochladenia, čím sa dosiahne zvýšenie tvrdosti a pevnosti povrchovej vrstvy kaleného materiálu. Takto sa kalia obyčajné uhlíkové ocele, tiež legované ocele, oceľoliatiny aj železo. Indukčné kalenie sa vyznačuje vysokou rýchlosťou ohrevu. Pre obyčajné ocele býva až do  $500 \text{ }^\circ\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$  pri teplotách kalenia od 820 do 1020  $^\circ\text{C}$ . Pre tieto materiály sa odporúča stredná povrchová teplota kalenia okolo 900  $^\circ\text{C}$ .

Princíp priebežného kalenia dlhého valca je znázornený na obr. 4.42. Vo viaczávitovej cievke (2) sa posúva vsádzka (1) upevnená medzi trne pohyblivého mechanizmu, ktoré ju súčasne otáča. Cu-cievka je dutá, chladená vodou, v tesnej blízkosti pod ňou sa umiestňuje sprchovací prstenec (3).

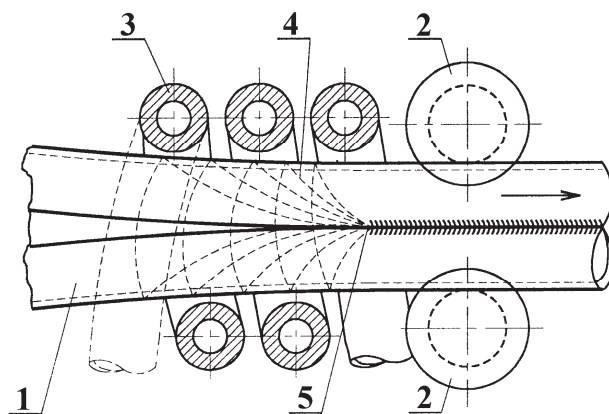




Obr. 4.42 Schéma priebežne pracujúceho kaliaceho ohrievača [23]

Z iných aplikácií využívania indukčného tepla je zaujímavá napr. technológia *pozdĺžneho zvarania rúr* (obr. 4.43).

Zváraná rúra (1) sa priebežne posúva medzi kladkami (2), ktoré ju tlakom formujú do finálnej podoby s úzkou štrbinou. Jedno alebo málozávitový induktor (3) prostredníctvom poľa generuje indukované prúdy (4) s maximálnou prúdovou hustotou v bode spájania štrbiny pod kladkami (5). V tomto bode veľkého prechodového odporu sa rúra dostatočne ohreje (až 1400 °C), materiál zmäkne a tlakom kladiek sa zvarí. Zvar býva pevnejší ako materiál rúry.



Obr. 4.43 Pozdĺžne zváranie rúr indukčným ohrevom [17]

Ohrievače pre pozdĺžne zváranie majú výkony až do 700 kW a pracujú s frekvenciami od 0,1 až do 0,5 MHz.

Príkladom využitia indukčného ohrevu v komunálnej oblasti i domácnostiach sú *indukčné sporáky*. Tvarovo sú podobné sklokeramickým, funkciu odporovej špirály nahrádza plochý induktor, rovnako umiestnený pod sklokeramickou doskou. Induktor pripojený na zdroj napätia s frekvenciou 255 kHz generuje pole, prostredníctvom ktorého vo vhodnej nádobe na sporáku sa indukujú vírivé prúdy a teda generuje Jouleovo teplo. Tým, že do nádoby sa neprenáša teplo, ale energia elektromagnetického vlnenia, indukčný sporák je

prirodzene hospodárnejší, energetická účinnosť je dokonca podstatne vyššia ako vo výkonovo porovnateľných mikrovlnových ohrievačoch (rúrach).

Nevýhodou indukčných sporákov je používanie špeciálnych hrncov. Musia byť vyrobené z feromagnetických materiálov (vysoké  $\mu_r$ , malá hĺbka vniku) a majú mať dostatočne hrubé dno, zabezpečujúce optimálne pohlcovanie energie poľa. Indukčné sporáky sú vybavené prvkami modernej automatickej regulácie, ktoré umožňujú ich racionálnu a bezpečnú prevádzku.

#### 4.5 Dielektrický ohrev a dielektrické elektrotepelné zariadenia

Fyzikálny princíp generovania tepla v dielektrikách je iný ako vo vodivom prostredí. Vo vodivej vsádzke s konduktivitou  $\gamma$ , vznik tepla je vždy viazaný na existenciu vodivostných prúdov, ktoré materiálom pretekajú buď prostredníctvom galvanického spojenia so zdrojom energie (pri odporovom ohreve), alebo prostredníctvom elektromagnetickej väzby (pri indukčnom ohreve). Výsledným efektom vodivostných prúdov v materiáli je teda Jouleovo teplo.

Dielektriká však majú príliš malú konduktivitu k tomu, aby sa v nich efektívne prejavili vodivostné prúdy (majú príliš malý počet voľných nosičov elektrického náboja). Pri generovaní tepla v dielektrikách sa preto uplatňujú najmä viazané nosiče náboja, ktoré v elektromagnetickom poli podliehajú elektrickej polarizácii.

Aj pri rozdielnych mikroskopických dejoch, súvisiacich s generovaním tepla vo vodivom a nevodivom prostredí, z makroskopického pohľadu existuje istá analógia medzi indukčným a dielektrickým ohrevom. Množstvo indukovaného tepla vo vodivom prostredí ovplyvňuje najmä magnetická zložka intenzity striedavého poľa, pre množstvo tepla generované v dielektriku je rozhodujúca elektrická zložka tohto poľa. Pri indukčnom ohreve potrebné pole sa vytvára a tvaruje prostredníctvom induktora, pri dielektrickom ohreve prostredníctvom kondenzátora. Analógia medzi oboma ohrevmi sa napokon prejavuje v ich rovnakej vlastnosti, že teplo sa generuje bezprostredne v ohrievanom materiáli (sú to priame spôsoby ohrevu).

Ak je dielektrikum podrobené pôsobeniu harmonického poľa s dostatočne vysokou frekvenciou, potom výsledným efektom elektrickej polarizácie sú polarizačné dielektrické straty. Prostredníctvom týchto, spolu s vodivostnými stratami, dielektrikum sa ohrieva. Tento princíp generovania tepla sme už vysvetlili v čl. 4.1.2 a pre množstvo tohto tepla odvodili vzťah (4.21).

Podľa predmetného vzťahu, merný tepelný výkon závisí od dvoch okolností:

- od premenných pôsobiaceho elektromagnetického poľa, menovite od elektrickej zložky jeho intenzity  $E$  a od uhlovej rýchlosti poľa  $\omega$ . Teda z pohľadu zdroja od jeho napätia a frekvencie. Napätie na doskách ohrievacieho kondenzátora, s ohľadom na možný prieraz dielektrika, má však obmedzenú veľkosť, preto zvýšenie merného tepelného výkonu v dielektriku je možné len cestou zvýšenia frekvencie zdroja.
- od materiálových vlastností dielektrika, hodnotených súčinom  $\epsilon' \cdot \text{tg } \delta = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r' \cdot \text{tg } \delta$ , t.j. vyjadrovaných tzv. **stratovým číslom dielektrika**  $\epsilon_r' \cdot \text{tg } \delta$ . Zväčšenie tohto súčinu a tým aj tepelného výkonu je problematickejšie. Stratové čísla materiálov, na ktorých sa uplatňuje dielektrický ohrev sú totiž veľmi malé ( $\epsilon_r' \in \langle 2; 7 \rangle$ ,  $\text{tg } \delta \in \langle 0,001; 0,1 \rangle$ ). Teda aj sumárne, jedinou vhodnou premennou,

ktorou sa dá reálne zvyšovať intenzita dielektrického ohrevu, ostáva frekvencia zdroja.

To je určujúci dôvod, prečo dielektrické ohrievače sú vysokofrekvenčné elektrotepelné zariadenia, s pracovnými frekvenciami nad hranicou 1 MHz. Z dôvodu zamedzenia rušenia iných podobných zariadení pracujúcich v pásme rádiatelekomunikačných vln, dielektrické ohrievače sa prevádzkujú na niekoľkých vymedzených frekvenciách s dovolenou toleranciou. Sú to najmä tieto [15]; [17]; [23]:

- $f_1 = 3,390$  MHz, s toleranciou  $\pm 0,3$  %
- $f_2 = 4 \cdot f_1 = 13,560$  MHz, s toleranciou  $\pm 0,05$  %
- $f_3 = 8 \cdot f_1 = 27,120$  MHz, s toleranciou  $\pm 0,6$  %
- $f_4 = 12 \cdot f_1 = 40,860$  MHz, s toleranciou  $\pm 0,05$  %
- $f_5 = 24 \cdot f_1 = 81,360$  MHz, s toleranciou  $\pm 0,1$  %

V tejto súvislosti tiež treba zdôrazniť, že pre tepelné technológie s uplatnením dielektrického ohrevu sú vhodné len také materiály, ktorých stratový činiteľ má hodnotu  $\text{tg } \delta > 0,01$  (tab. 4.4)

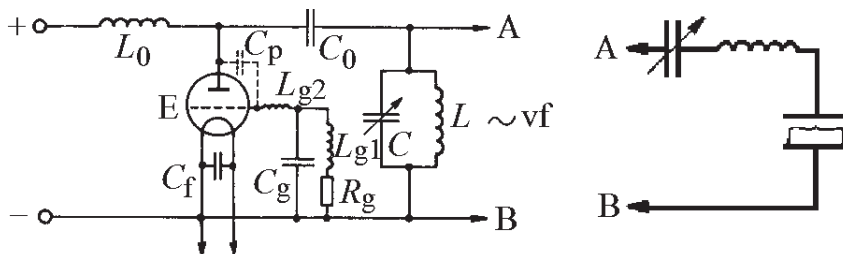
Tab. 4.4 Hodnoty  $\epsilon_r$  a  $\text{tg } \delta$  niektorých dielektrík pri teplote 20 °C [17], [22]

Materiál	$f$ [MHz]	$\epsilon_r$	$\text{tg } \delta$
PVC tvrdý	1	2,8 – 3,4	0,015 – 0,04
PVC mäkký	27,12	3	0,05
Polyamid	1	3,8 – 4,2	0,025 – 0,03
Polymetakrylát	1	2,9 – 3,2	0,02 – 0,03
Polystyrén	1	2,4 – 2,7	0,001 – 0,002
Polyetylén	1	2,2 – 2,4	0,001 – 0,004
Papier (10 % vody)	1	6 – 8	0,012 – 0,02
Porcelán	1	4 – 7	0,028 – 0,055
Olovené sklo	1	7 – 7,5	0,07 – 0,01
Teflón	1	2 – 2,1	0,00016 – 0,0003
Drevo (jedľa, 10 % vody)	10	3,2	0,09
Glej	2 – 15	20 – 40	0,5 – 0,8

Aj z tabuľky 4.4. vidieť, že stratový činiteľ dielektrík je veľmi malý, preto podľa vzťahu (4.15) platí, že  $\epsilon'' \ll \epsilon'$ , t.j. imaginárna zložka komplexnej permitivity je zanedbateľná voči reálnej. To vedie k redukovaniu komplexnej permitivity na reálne číslo, zodpovedajúce skalárnej hodnote skutočnej permitivity dielektrika. Preto približne tiež platí, že  $\epsilon' = \epsilon$ , teda aj  $\epsilon'_r = \epsilon_r$ . To tiež znamená, že platí upravený vzťah (4.21) v praktickom tvare

$$q_z = \omega \cdot \epsilon \cdot \text{tg } \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \text{tg } \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 = 5,55 \cdot f \cdot \epsilon_r \cdot \text{tg } \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (4.108)$$

S ohľadom na stanovené pásma pracovných frekvencií, ako zdroje dielektrických ohrievačov sa tradične používajú elektrónkové generátory. Princiálna schéma jednoduchého generátora tohto typu je znázornená na obr. 4.44.



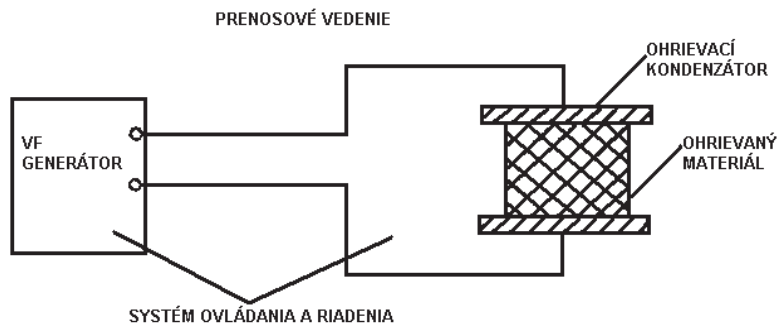
Obr. 4.44 Elektrónkový generátor a prispôsobovací obvod pre dielektrický ohrev [23]

Generátor pracuje s budiacim napätím z usmerňovača, ktorý generuje jednosmerné napätie veľkosti 7 až 15 kV. Také sa privádza na výkonovú vysokofrekvenčnú triódu E (ignitrón), ktorá dodáva prúdové impulzy do oscilačného LC-obvodu. Podľa parametrov LC-prvkov, obvod osciluje na požadovanej pracovnej frekvencii, napr. 15,56 MHz. Cievka  $L_0$  a kondenzátor  $C_0$  majú funkcie oddeľovacích prvkov. Cievka oddeľuje striedavé napätie na anóde od jednosmerného napätia usmerňovača, kondenzátor zase oscilačný obvod od jednosmerného napätia na usmerňovači. Prvky  $C_g$ ,  $R_g$ ,  $L_{g1}$  a  $L_{g2}$  tvoria potrebný mriežkový obvod.

Pracovný kondenzátor ohrievača sa pripája na výstupné svorky generátora A, B prostredníctvom prispôsobovacích obvodov. Ich funkciou je impedančne zosúladiť obvod generátora s obvodom pracovného kondenzátora, čím zároveň umožňujú udržiavať pracovnú frekvenciu v dovolených hraniciach. Jeden z prispôsobovacích obvodov je naznačený na obr. 4.44 vpravo. V súčasnosti sa elektrónkové generátory nahrádzajú tranzistorovými výkonovými zdrojmi (majú vyššiu účinnosť).

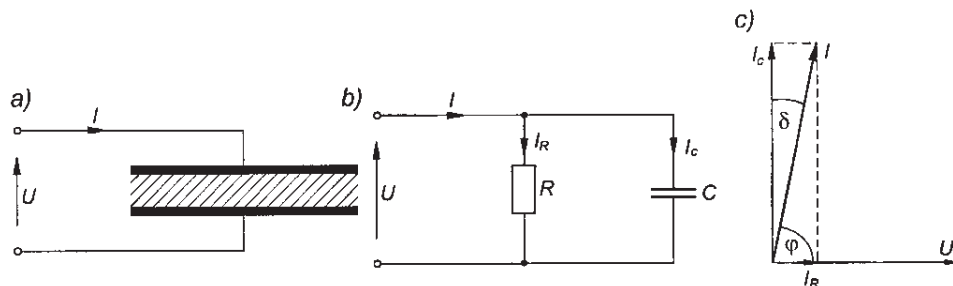
#### 4.5.1 Dielektrické ohrievače, pracovné kondenzátory a ich náhradné schémy

**Dielektrické ohrievače** nazývame elektrotepelné zariadenia slúžiace pre ohrev nevodivých materiálov a polovodičov. Teplo v ohrievačoch sa uvoľňuje predovšetkým prostredníctvom polarizačných javov v reálnych dielektrikách, do ktorých sa privádza energia elektromagnetického poľa o vysokej frekvencii systémom kovových elektród. Tieto s dielektrikom vytvárajú **pracovný (ohrievací) kondenzátor**. Kondenzátor spolu so zdrojom vysokofrekvenčnej energie, prenosovým vedením, prvkami riadenia a merania tvorí dielektrický ohrievač, prípadne dielektrickú pec (obr. 4.45)



Obr. 4.45 Bloková schéma dielektrického zariadenia

Pracovným prvkom dielektrických ohrievačov je vždy systém spravidla doskového kondenzátora a ohrievanej vsádzky, v najjednoduchšom prípade materiálovo homogénnej. Elektrickú náhradnú schému tohto systému tvorí bezstratový kondenzátor s paralelne pripojeným odporom (obr. 4.46).



Obr. 4.46 a) Schéma pracovného kondenzátora, b) náhradná elektrická schéma, c) fázorový diagram prúdov

Predpokladajme, že ohrievaná vsádzka má relatívnu permitivitu  $\epsilon_r$  a definované rozmery – hrúbku  $h$  a stykovú plochu s doskou kondenzátora  $A$ . Potom elektrické parametre náhradnej schémy sa dajú formálne vyjadriť kapacitou bezstratového kondenzátora (dokonalého dielektrika)

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{h} \quad [\text{F}] \quad (4.109)$$

a rezistanciou náhradného odporu (reprezentujúceho straty skutočného dielektrika)

$$R = \frac{1}{\gamma_{\text{ef}}} \cdot \frac{h}{A} \quad [\Omega] \quad (4.110)$$

Ak tieto vzťahy využijeme pre vyjadrenie stratového činiteľa, podľa fázorového diagramu dostaneme výraz

$$\text{tg } \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{\frac{U}{R}}{\omega \cdot C \cdot U} = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} = \frac{\gamma_{\text{ef}}}{\omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \quad (4.111)$$

ktorý je rovnaký, ako už odvodený vzťah (4.17). Náhradná elektrická schéma teda zodpovedá ohrevu skutočného dielektrika, ak náhradný odpor vyjadríme prostredníctvom efektívnej konduktivity. Táto tiež je

$$\gamma_{\text{ef}} = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \text{tg } \delta = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{R \cdot C} \quad [\text{S} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (4.112)$$

Pripomeňme, že efektívna konduktivita je „celkovou“ konduktivitou reálneho dielektrika v tom zmysle, že sa na nej podieľajú dve zložky. Zložka vlastnej konduktivity, vyjadrujúca vodivostné prúdy (pohyb malého počtu voľných nosičov náboja v dielektriku) a zložka reprezentujúca len polarizáciu viazaných nosičov náboja (pozri 4.18).

Energetickými pomermi v dielektriku sme sa už zaoberali v čl. 4.1.2. Odvodili sme vzťah pre množstvo tepla vygenerované za jednotku času v jednotkovom objeme ohrievaného dielektrika, t.j. merný tepelný výkon

$$q_z = p_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{\text{ef}} \cdot E_{\text{max}}^2 = \gamma_{\text{ef}} \cdot E_{\text{ef}}^2 = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \text{tg } \delta \cdot E_{\text{ef}}^2 \quad (4.113)$$

Vzťah platí za predpokladu, že ohrievané dielektrikum je nielen materiálovo homogénne, ale homogénne je aj v ňom pôsobiace elektrické pole.

Pre tento prípad, znovu pri ploche dielektrika  $A$  a hrúbke  $h$ , uvoľňuje sa v ňom tepelný výkon

$$P_t = p_t \cdot V = \gamma_{ef} \cdot E_{ef}^2 \cdot A \cdot h = \gamma_{ef} \cdot U_{ef}^2 \cdot \frac{A}{h} \quad [\text{W}] \quad (4.114)$$

alebo využitím vzťahu (4.112)

$$P_t = P_W = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \text{tg } \delta \cdot U_{ef}^2 \cdot \frac{A}{h} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{R \cdot C} \cdot U_{ef}^2 \cdot \frac{A}{h} \quad [\text{W}] \quad (4.115)$$

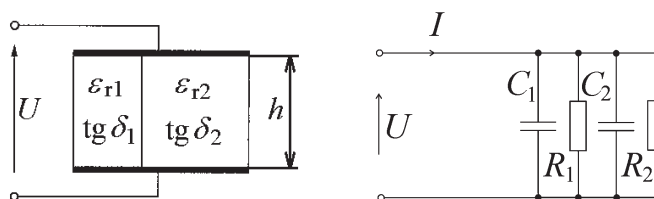
čo je tiež činný výkon kondenzátora ( $P_W = \frac{U_{ef}^2}{R}$ ). Jalová zložka výkonu kondenzátora s kapacitou podľa (4.109) je

$$P_j = \omega \cdot C \cdot U_{ef}^2 = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot U_{ef}^2 \cdot \frac{A}{h} = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E_{ef}^2 \cdot A \cdot h \quad [\text{VAr}] \quad (4.116)$$

Tieto vzťahy vyplývajú aj z fázorového diagramu na obr. 4.46c.

Pri praktických aplikáciách dielektrického ohrevu sa častejšie stretávame s ohrevom nesúrodnej vsádzky. V najjednoduchšom prípade je to dvojzložková vsádzka, teda zložená z dvoch dielektrík, s rôznymi materiálovými vlastnosťami. Navzájom môžu byť spájané priečne alebo pozdĺžne, t.j. vzhľadom na dosky kondenzátora, elektricky paralelne alebo do série.

Na obr. 4.47 je znázornené priečne spojenie takých dielektrík a zodpovedajúca elektrická náhradná schéma.



Obr. 4.47 Priečne spojenie dielektrík a elektrická náhradná schéma

Oba materiály majú rozdielne dielektrické vlastnosti, t.j.  $\epsilon_{r1} \neq \epsilon_{r2}$ ,  $\text{tg } \delta_1 \neq \text{tg } \delta_2$  a povrchy  $A_1 \neq A_2$ . Rovnaké majú hrúbky  $h_1 = h_2$  a sú podrobené pôsobeniu rovnakého napätia, t.j.  $U_{1,ef} = U_{2,ef} = U_{ef}$ ,  $E_{1,ef} = E_{2,ef} = E_{ef}$ .

Za týchto okolností merné tepelné výkony v dielektrikách sú:

$$q_{z1} = p_{t1} = \gamma_{ef,1} \cdot E_{ef}^2 = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \text{tg } \delta_1 \cdot E_{ef}^2 \quad (4.117)$$

$$q_{z2} = p_{t2} = \gamma_{ef,2} \cdot E_{ef}^2 = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r2} \cdot \text{tg } \delta_2 \cdot E_{ef}^2 \quad (4.118)$$

a ich pomer

$$\frac{p_{t1}}{p_{t2}} = \frac{\epsilon_{r1} \cdot \text{tg } \delta_1}{\epsilon_{r2} \cdot \text{tg } \delta_2} \quad (4.119)$$

Z výsledku vyplýva, že merné tepelné výkony v ohrievaných dielektrikách sa rozdeľujú v pomere ich stratových čísiel.

Ak pre vyjadrenie jednotlivých prvkov náhradnej schémy na obr. 4.47 použijeme výrazy (4.109) a (4.110), potom sumárne bude:

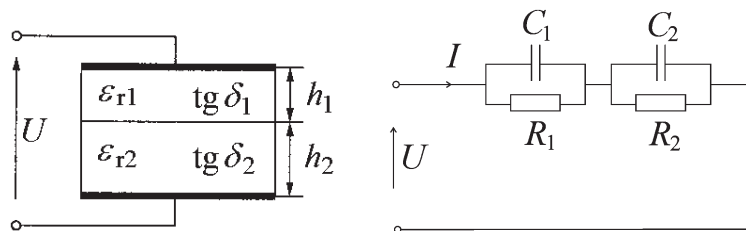
- celková kapacita dvoch ideálnych kondenzátorov

$$C_{1,2} = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0}{h} \cdot (\epsilon_{r1} \cdot A_1 + \epsilon_{r2} \cdot A_2) \quad (4.120)$$

- celková rezistancia dvoch náhradných odporov

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{h}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon_{r1} \cdot \operatorname{tg} \delta_1 \cdot A_1 + \varepsilon_{r2} \cdot \operatorname{tg} \delta_2 \cdot A_2)} \quad (4.121)$$

Na ďalšom obr. 4.48 je znázornené pozdĺžne spojenie dielektrík a znovu zodpovedajúca elektrická náhradná schéma.



Obr. 4.48 Pozdĺžne spojenie dielektrík a elektrická náhradná schéma

Aj v tomto prípade sú tiež rozdielne parametre  $\varepsilon_{r1} \neq \varepsilon_{r2}$ ,  $\operatorname{tg} \delta_1 \neq \operatorname{tg} \delta_2$ , hrúbky vrstiev  $h_1 \neq h_2$  a napätia  $U_{1,ef} \neq U_{2,ef}$ . Vrstvy však majú rovnaké povrchy  $A_1 = A_2 = A$ . Pretože pre merné tepelné výkony teraz platí

$$p'_{t1} = \gamma_{ef,1} \cdot E_{1,ef}^2 = \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \operatorname{tg} \delta_1 \cdot \left( \frac{U_{1,ef}}{h_1} \right)^2 \quad (4.122)$$

$$p'_{t2} = \gamma_{ef,2} \cdot E_{2,ef}^2 = \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} \cdot \operatorname{tg} \delta_2 \cdot \left( \frac{U_{2,ef}}{h_2} \right)^2 \quad (4.123)$$

potom ich pomer je

$$\frac{p'_{t1}}{p'_{t2}} = \frac{\varepsilon_{r1} \cdot \operatorname{tg} \delta_1}{\varepsilon_{r2} \cdot \operatorname{tg} \delta_2} \cdot \left( \frac{U_{1,ef}}{U_{2,ef}} \right)^2 \cdot \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^2 \quad (4.124)$$

Na rozdiel od paralelne spojených dielektrík, pri spojení do série merné tepelné výkony sa rozdeľujú v pomere stratových čísiel, v pomere štvorcov napätí a obrátenom pomere štvorcov hrúbok oboch vrstiev. Pretože pri spojení do série na oboch vrstvách je rovnaká hodnota elektrickej indukcie ( $D = \varepsilon_{r1} \cdot E_1 = \varepsilon_{r2} \cdot E_2$ ), je pomer napätí z (4.124).

$$\frac{U_{1,ef}}{U_{2,ef}} = \frac{E_{1,ef} \cdot h_1}{E_{2,ef} \cdot h_2} = \frac{\frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}} \cdot h_1}{\frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2}} \cdot h_2} = \frac{\varepsilon_{r2} \cdot h_1}{\varepsilon_{r1} \cdot h_2} \quad (4.125)$$

a teda pomer merných tepelných výkonov

$$\frac{p'_{t1}}{p'_{t2}} = \frac{\varepsilon_{r2} \cdot \operatorname{tg} \delta_1}{\varepsilon_{r1} \cdot \operatorname{tg} \delta_2} \quad (4.126)$$

t.j. merné tepelné výkony sú nepriamoúmerné ich stratovým číslam.

Napokon podľa náhradnej schémy na obr. 4.48 a tiež s použitím (4.109) a (4.110) jednoducho vypočítame:

- celkovú kapacitu obvodu

$$C'_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \varepsilon_{r2} \cdot A_1}{\varepsilon_{r1} \cdot h_2 + \varepsilon_{r2} \cdot h_1} \quad (4.127)$$

- celkovú rezistanciu obvodu

$$R'_{1,2} = R_1 + R_2 = \frac{1}{\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \cdot \left( \frac{h_1}{\varepsilon_{r1} \cdot \operatorname{tg} \delta_1} + \frac{h_2}{\varepsilon_{r2} \cdot \operatorname{tg} \delta_2} \right) \quad (4.128)$$

Ostatné výsledky sú použiteľné tiež pre častý prípad praktickej aplikácie dielektrického ohrevu, keď jednu vrstvu tvorí vzduchová medzera medzi ohrievanou homogénnou vsádzkou a doskou kondenzátora.

#### 4.5.2 Niektoré aplikácie dielektrického ohrevu

Technologické výhody dielektrického ohrevu vyplývajú predovšetkým z bezprostredného generovania tepla v ohrievanom dielektriku a prejavujú sa najmä:

- vysokou rýchlosťou ohrevu vsádzky, podstatne vyššou ako pri konvekčnej metóde ohrevu (nepriamy spôsob ohrevu),
- kvalitou dielektricky spracovaných produktov, čo vyplýva z jednoduchej možnosti tvarovania potrebného teplotného poľa prostredníctvom geometrie elektród,
- možnosťou selektívneho ohrevu vsádzky [17].

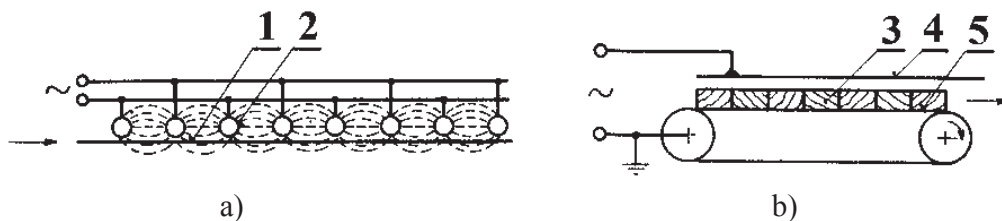
Objektívne treba však pripomenúť, že investičné náklady na dielektrické zariadenia sú pomerne vysoké.

V nasledujúcich odsekoch popíšeme niektoré bežné tepelné technológie, pri ktorých sa využívajú metódy dielektrického ohrevu.

**1. Sušenie** je technologický proces za účelom zníženia podielu alebo celového odstránenia tekutín (najmä vody) z pôvodného materiálu. Týmto spôsobom sa finalizujú napr. papierenské produkty, textilie, drevárske výrobky a pod. Klasický spôsob sušenia býva konvekčný, ofukovaním povrchu materiálu horúcim vzduchom, materiál sa suší postupne od povrchových vrstiev smerom do vnútra. Pri dielektrickom sušení sa vlhkosť znižuje z vnútra rovnomerne v celom objeme vsádzky. Porovnaním oboch spôsobov, dielektrické sušenie má tieto prednosti:

- v dôsledku bezprostredného generovania tepla v dielektriku rýchlosť sušenia je podstatne vyššia ako pri konvekčnom spôsobe,
- vysoká rovnomernosť rozloženia zvyškovej vlhkosti vo vsádzke, bez ohľadu na jej počiatočný stav (dosahuje sa autoreguláciou merného tepelného výkonu ako funkcie stratového čísla  $\varepsilon_r \cdot \operatorname{tg} \delta$  v danom mieste vsádzky),

Princíp dielektrického sušenia papiera je naznačený na obr. 4.49a. Potrebné elektrické pole vytvára systém elektród (2), napájaný z vf-zdroja. Pod valcovými elektródami prechádza sušený pás papiera (1).



Obr. 4.49 Princípy sušenia papiera a) a dreva b) (1 – sušený pás papiera; 2 – valcové elektródy; 3 – sušené drevo; 4 – horná elektróda; 5 – dolná elektróda)

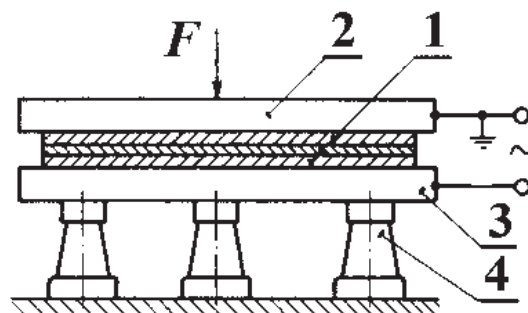


Papierové sušičky sa konštruujú ako samostatné len na báze dielektrického ohrevu alebo aj s konvekčným spôsobom sušenia. Výkony týchto jednotiek sú 200 až 1000 kW, účinnosť sa pohybuje okolo 70 %. Šírka papierového pásu býva až do 10 m, rýchlosť posuvu 1000 m/min.

Na rovnakom princípe pracujú dielektrické sušičky dreva (obr. 4.49b), prevádzkované v režime periodickom alebo priebežnom. Pretože drevené výrobky pri sušení sú náchylné na praskanie, koncentrácia výkonu musí byť obmedzená, prípadne výkon do dreva sa dodáva impulzne.

- Jednou z klasických technológií na báze dielektrického ohrevu v odvetví drevospracujúceho priemyslu je **glejenie**. Uplatňuje sa pri výrobe preglejok, drevotriesky, pri spájaní drevených prvkov v nábytkárstve, pri výrobe kvalitných drevených konštrukcií a pod. Spojovacím prostriedkom bývajú rôzne gleje, v súčasnosti najmä na báze syntetických živíc. Tieto, pre získanie požadovanej tekutosti treba ohriať na teplotu 90 až 120 °C. Vlastnosťou glejov je, že pri týchto teplotách sa znižuje ich stratové číslo  $\epsilon_r \cdot \text{tg } \delta$  približne až 10-krát, čo pri aplikácii dielektrického ohrevu eliminuje nebezpečenstvo ich prehriatia (podstatne klesne ohrievací výkon). Pretože aj drevo má malé stratové číslo, pri glejení sa prakticky neohrieva, teplo sa generuje len v gleji a proces spájania je krátky.

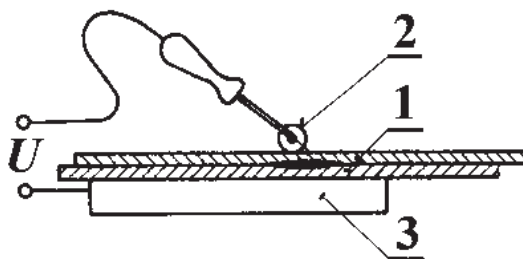
Z tohto typu ohrievačiek sú výkonovo najväčšie zariadenia na výrobu drevotriesok, s výkonom viacgenerátorovej sústavy až 1600 kW. Na obr. 4.50 je schéma dielektrickej ohrievačky pre výrobu preglejok.



Obr. 4.50 Princíp výroby preglejky dielektrickým ohrevom;  
(1 – vrstvy preglejky; 2, 3 – elektródy; 4 – izolátor;  $F$  – tlaková sila)

- Dielektrické zváranie** je v súčasnosti veľmi rozšírená technológia finalizácie výrobkov z umelých hmôt v rôznych odvetviach, napr. v priemysle farmaceutickom, textilnom, v obuvníctve, hračkárstve, v obalovej technike, v galantérii a pod. Uskutočňuje sa prostredníctvom dielektrických zväračiek – ohrievačov bez pracovnej komory, podľa použitia konštruovaných v rôznych prevedeniach a v širokom rozsahu výkonov, v jednotkách až stovkách kW.

Princíp zvárania (šitia) plastov dielektrickou metódou je na obr. 4.51, lokálnym ohriatím oboch fólií (1) medzi pojazdnou elektródou (2) a pevnou (3) sa tieto spoja.



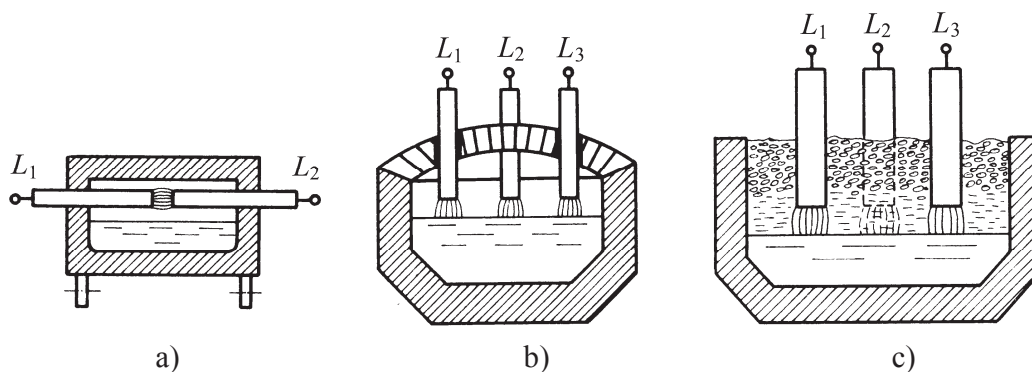
Obr. 4.51 Princíp dielektrického zvárania;  
(1 – zvárané fólie; 2 – pojazdná elektróda; 3 – pevná elektróda)

Dielektrickým zváraním sa spájajú mnohé umelé hmoty tvarovateľné za tepla, napr. PVC, polyvinylacetát, polyamid a ďalšie v tvare fólií do hrúbky 1 mm, za predpokladu, že ich stratový činiteľ  $\text{tg } \delta > 0,01$ . Prípustná intenzita poľa nemá prekročiť 50 až 60 kV/cm, potrebný tlak 0,1 až 1 MPa sa zabezpečuje prítlakom elektród.

#### 4.6 Oblúkové elektrotepelné zariadenia

Do skupiny klasických ohrevov, ale s odlišným princípom premeny elektrickej energie na teplo patrí oblúkový ohrev. Jeho podstatou je oblúkový výboj (elektrický oblúk), ktorého vlastnosti sme stručne prezentovali v čl. 4.1.4. Patrí medzi najstaršie elektrické ohrevy, oblúkové pece v hutníctve sa používajú už viac ako 100 rokov. P. Heroult už r. 1889 skonštruoval a postupne do prevádzky uviedol prvú oblúkovú pec pre tavenie elektrooceli. Jej koncepcia so zvislými elektródami sa uplatňuje aj na súčasných oblúkových peciach. Oblúkové oceliarske pece sú významné výrobné agregáty rôznych elektroocelí z kovového šrotu, na konci 20. storočia ich podiel na svetovej produkcii ocele bol väčší ako 26 %. Oblúkovým ohrevom sa tiež vyrábajú rôzne farebné kovy a najmä ferozliatiny. Sú to základné taviace agregáty v odvetviach ťažkého priemyslu.

Podľa druhu a funkcie tavenej vsádzky v elektrickom obvode zariadenia, t. j. zároveň podľa miesta generovania tepla a jeho prenosu na vsádzku, existujú tri základné typy oblúkových pecí (obr.4.52)



Obr. 4.52 Typy oblúkových pecí podľa funkcie tavenej vsádzky

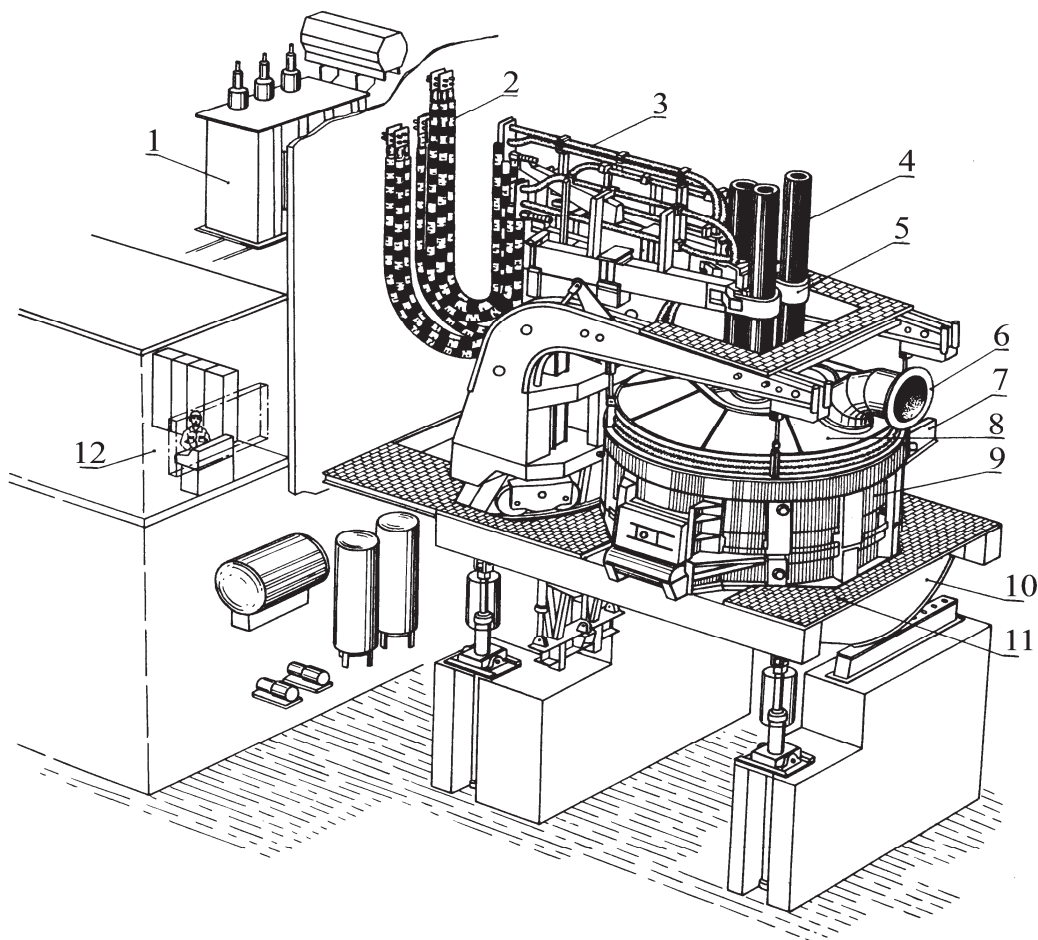
- **oblúkové pece s nepriamym ohrevom** (obr. 4.52a). Elektrický oblúk sa uzatvára napr. medzi dvoma elektródami mimo ohrievanej vsádzky. Vsádzka sa nenachádza v elektrickom obvode pece (pece s nezávislým oblúkom). Teplo generované v oblúku na povrch vsádzky sa prenáša sálaním (vonkajšia výmena tepla), v objeme sa

prehrieva vedením a prúdením (vnútorná výmena tepla). Vsádzka sa teda ohrieva nepriamo. Tento typ pecí sa používa najmä na tavenie farebných kovov a ich zliatin.

- **oblúkové pece s priamym ohrevom a odkrytým oblúkom** (obr. 4.52b). Elektrický oblúk horí medzi jednou, resp. viacerými elektródami a povrchom vodivej vsádzky. Vsádzka je v elektrickom obvode pece, ohraničuje výbojový priestor oblúka a ovplyvňuje elektrické charakteristiky pece. Elektrický oblúk horiaci na povrchu vsádzky je viditeľný (odkrytý). Do objemu vsádzky sa teplo prenáša termokinetickými procesmi. Tento typ pecí sa používa pri výrobe rôznych elektroocelí z kovového šrotu (pece so závislým oblúkom).
- **oblúkové pece s priamym ohrevom a zakrytým oblúkom** (obr. 4.52c). Elektródy týchto pecí sú zasunuté do tavenej vodivej vsádzky a oblúk horí pod pevnou vrstvou zmesi prísad a vsádzky a jej tekutou fázou, je zakrytý. Vsádzka je súčasťou elektrického obvodu pece. Pretože časť tepla sa uvoľňuje tzv. bočnými prúdmi medzi elektródami a pevnou fázou vsádzky (Jouleovo teplo), pece sa tiež nazývajú oblúkovovo-odporové alebo odporovo-oblúkové, podľa prevládajúcej zložky oblúkového alebo Jouleovho tepla. Tieto pece sa používajú najmä pri výrobe rôznych ferozliatin a karbidu kremíka (SiC).

Z uvedených typov pecí najmenšie sú pece s nepriamym ohrevom, ich maximálne obsahy sa pohybujú v jednotkách ton, výkony pecných transformátorov bývajú jednotky MVA. V ostatnej dobe sú vytláčané indukčnými pecami, v ktorých výroba farebných kovov je technologicky aj ekonomicky výhodnejšia.

V súčasnom hutníctve naďalej dominujú oblúkové pece s priamym ohrevom a odkrytým oblúkom alebo zakrytým oblúkom. Oba typy pecí sa vyznačujú robustnou a zložitou konštrukciou, s výkonmi pecných transformátorov v desiatkach až stovkách MVA. Ako príklad zložitosti konštrukcie, na obr. 4.53 uvádzame model trojfázovej oblúkovej oceliarskej pece.



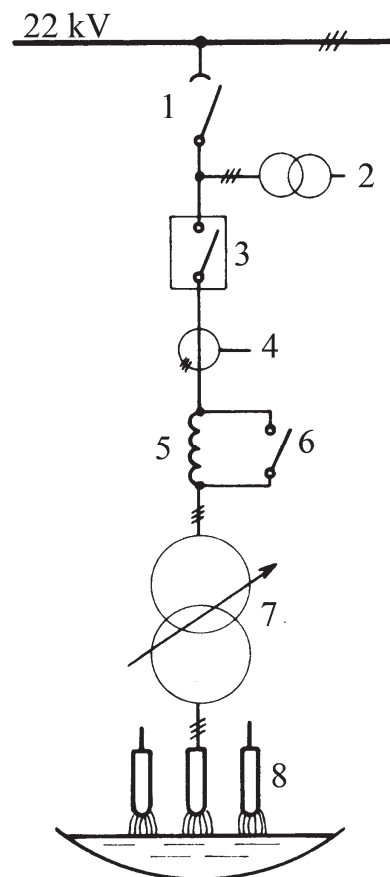
Obr. 4.53 Model trojfázovej oceliarskej oblúkovej pece [21]

(1 – pecný transformátor; 2 – ohybné vodou chladené káble krátkej siete; 3 – vodou chladené Cu-rúry krátkej siete; 4 – elektródy; 5 – držiaky elektród; 6 – odsávanie plynov a prachu; 7 – odlievací žľab; 8 – veko pece; 9 – vaňa pece; 10 – kolíska vane; 11 – pracovná plošina pece; 12 – regulácia a ovládanie pece)

V oceliarskych oblúkových peciach nominálne výkony pecných transformátorov sú závislé od obsahu vaní a charakteru prevádzky, pohybujú sa preto v širokých medziach. Napr. len pre skupinu stredne veľkých pecí (približne 30 až 100 ton vsádzky) výkony sú vymedzené hodnotami 15 až 50 MVA, podľa toho, či sa prevádzkujú v normálnom alebo vysokovýkonnom režime. Výnimkou nie sú výkony 100 a viac MVA pre pece s obsahom vsádzky okolo 200 t, prípadne aj viac.

Vychádzajúc z VA-charakteristík oblúkov v oceliarskych peciach, pece sú typické tzv. **nízkoimpedančné spotrebiče**, pracujúce pri nízkych napätiach a veľmi vysokých prúdoch. Tieto generujú silné elektromagnetické polia s viacerými nepriaznivými účinkami. Elektrický oblúk je tiež zdrojom vyšších harmonických, ktoré v napájacej sieti nie sú žiaduce, a treba ich potláčať.

To sú len niektoré z dôvodov, pre ktoré sa oceliarske oblúkové pece nedajú priamo pripojiť na sieť, ale pripájajú sa sprostredkované elektrickým obvodom s potrebnými prvkami. Ich úlohou je na jednej strane prenášať do pece optimálny výkon pre taviaci proces a na druhej strane zároveň obmedzovať všetky nepriaznivé vplyvy na vlastnú prevádzku pece a na nadradenú napájaciu sieť. Princiálna jedнопólová schéma obvodu trojfázovej oblúkovej oceliarskej pece je znázornená na obr. 4.54.



Obr. 4.54 Jednopolová schéma pripojenia trojfázovej oceliarskej pece na napájaciu sieť (1 – odpojovač; 2 - merací transformátor napätia; 3 – výkonný spínač; 4 – merací transformátor prúdu; 5 - tlmivka; 6 – spínač na prepólovanie tlmivky; 7 – pecný transformátor; 8 – krátka sieť s elektródami pece)

Najdôležitejším prvkom v elektrickom obvode pece je pecný transformátor (7), ktorý transformuje napätie vn-siete na pracovné napätie taviaceho procesu. Výkon transformátora určuje kapacitu pece a závisí od zvoleného technologického režimu. Podľa veľkosti merného výkonu (na jednotku hmotnosti vsádzky) v súčasnosti existujú štyri generačné skupiny oceliarskych oblúkových pecí:

- normálne (RP) –  $P_m = 80 \div 350 \text{ kVA} \cdot \text{t}^{-1}$
- výkonné (HP) –  $P_m = 170 \div 470 \text{ kVA} \cdot \text{t}^{-1}$
- vysokovýkonné (UHP) –  $P_m = 250 \div 650 \text{ kVA} \cdot \text{t}^{-1}$
- veľmi vysokovýkonné (SUHP) –  $P_m = 400 \div 1000 \text{ kVA} \cdot \text{t}^{-1}$

Funkcia tlmivky (5) v obvode pece je dvojaká. Zabezpečuje stabilné horenie oblúka, najmä v dobe natavovania šrotu a zároveň obmedzuje veľkosť prúdu pri prevádzkových skratoch.

Krátka sieť pece (8) zabezpečuje prenos elektrickej energie do pece pri vysokých prúdoch, preto musí spĺňať náročné prevádzkové požiadavky.

Z podobných prvkov sa skladá elektrický obvod oblúkovovo-odporových pecí, ten je spravidla bez tlmivky.

## 4.7 Iné elektrické ohrevy a elektrotepelné zariadenia

V predchádzajúcich článkoch sme samostatne a podrobnejšie popísali štyri metódy elektrických ohrevov, odporový, indukčný, dielektrický a oblúkový. Predovšetkým z dôvodu, že patria do skupiny klasických metód, ale tiež preto, že majú rozsiahle praktické uplatnenie v priemysle i komunálnej sfére. Z tab. 4.1 však vieme, že existujú a prakticky sa využívajú aj ďalšie metódy elektrických ohrevov, buď s podobným alebo fyzikálne odlišným princípom premeny elektrickej energie na tepelnú formu, elektrické teplo. Spomenieme len niektoré.

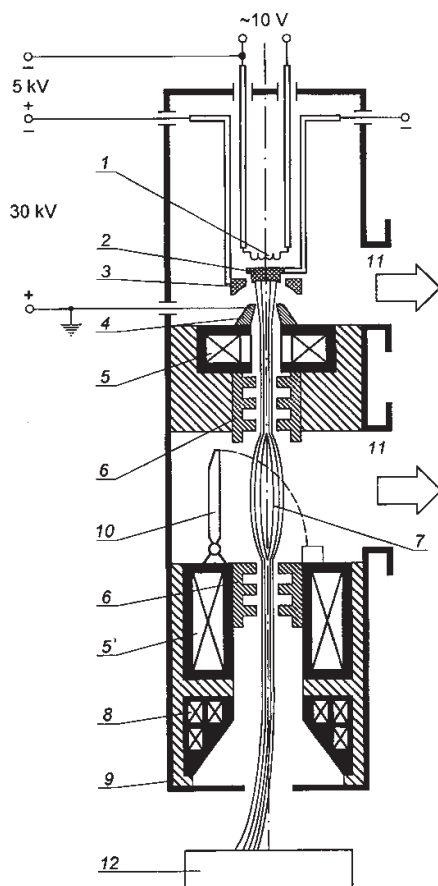
Do prvej skupiny patrí napr. **elektrodový ohrev**, ktorý je analogicky odporovému, líši sa len skupenstvom vsádzky, ktorá býva v kvapalnej fáze. Pôvod generovaného tepla, podobne ako pri odporovom ohreve, spočíva v Jouleovom tepelnom efekte.

Z mnohých aplikácií elektrodového ohrevu v priemysle je významné **elektrické tavenie skla**. Rôzne druhy skiel sa v súčasnosti produkujú najmä v elektrických sklárskych taviacich peciach. Majú mnoho ekonomických aj technologických výhod, v porovnaní s pôvodnými palivovými pecami.

Pri elektrickom tavení skla sa využíva jeho dôležitá vlastnosť, že s rastúcou teplotou podstatne klesá jeho rezistivita. Napr. známe borito-kremičité sklo SIMAX má pri teplote 1000 °C rezistivitu ešte okolo 120 Ω·m, ale pri teplote 1500 °C už len okolo 20 Ω·m. Významné je elektrodynamické pôsobenie poľa medzi elektrodami v peci, výsledkom čoho je vírenie tekutej skloviny v taviacej vani, čím sa sklovina očisťuje. Preto elektricky tavené sklá sú značne kvalitnejšie ako rovnaké produkty z palivových (plynových) pecí [3].

Do skupiny elektrických elektrodových pecí patria aj ďalšie zariadenia, napr. **termické elektrolyzéry**. Sú to výkonmi mohutné agregáty v ktorých sa vyrába najmä hliník alebo horčík elektrickou metódou. V oblasti technológií tepelného spracovania sa ešte stále prevádzkujú **elektrodové soľné pece**, napr. pre kalenie drobných kovových polotovarov v roztavených soliach (napr. zmes  $\text{CaCl}_2 + \text{NaCl}$ , alebo  $\text{BaCl}_2 + \text{KCl}$  a pod.). Ich prevádzka sa však obmedzuje z ekologických dôvodov (pre zdravie škodlivé výpary solí). Pre moderné technológie sú dôležité tzv. **elektrotroskové pece**. Používajú sa pri výrobe kvalitných ocelí, ktoré sa získavajú pretavovaním pôvodného polotovaru vo vhodných troskách, čím sa zbavujú nečistôt (pozri napr. lit. [3]).

V náročných tepelných technológiách sa od druhej polovice dvadsiateho storočia úspešne používajú moderné elektrické ohrevy, do ktorých možno zaradiť mikrovlnový ohrev (čiastočná analógia dielektrického ohrevu), alebo plazmový ohrev, podobný oblúkovému. Na odlišných fyzikálnych princípoch pracujú elektrónový a laserový ohrev. Stručne spomenieme **elektrónový ohrev**, ktorého princíp sme vysvetlili v čl. 4.1.5. Z tohto vieme, že teplo sa získava z kinetickej energie **elektrónového lúča**. Tento dopadá na ohrievanú vsádzku, kinetická energia lúča sa mení na potenciálnu, vsádzka sa ohrieva. Elektrónový lúč sa generuje a formuje vo vhodnom generátore, v prostredí technického vákua (obr. 4.6). Nazýva sa **elektrónové delo**. Princípálna schéma elektrónového dela je na obr. 4.55.



Obr. 4.55 Princíp a schéma elektrónového dela [15]

Podstatnou časťou dela je systém niekoľkých elektród. Elektróda (1) je priamožeravená pomocná katóda, z ktorej emitované elektróny dopadajú na hlavnú pracovnú katódu (2). Táto sa ohrieva a emituje ďalšie elektróny, ktorých počet závisí od jej materiálu a žeraviacej teploty. Pracovná katóda voči pomocnej je anódou s napätím okolo 5 kV. Emitované elektróny z pracovnej katódy sú najskôr elektródou (3) (Wehneltov valec) usmernené do tvaru lúča tak, aby boli schopné prejsť štrbinou pracovnej anódy (4). Jej funkciou je urýchliť elektrónový lúč napätím okolo 30 kV. Aby zrýchlenie elektrónov bolo intenzívne, nesmie dochádzať k zrážkam elektrónov s časticami prostredia, preto celý proces sa odohráva vo vysokom vákuu, s tlakom  $10^{-2}$  až  $10^{-6}$  Pa. Za pracovnou anódou je umiestnená tzv. magnetická šošovka (5), ktorej úlohou je ďalšie sústredenie (fokusácia) elektrónového lúča (7), podľa potreby do veľmi úzkeho tvaru. Šošovkou je cievka s Fe-jadrom, ktorá vytvoreným magnetickým poľom fokusuje zväzok elektrónov. Priestor vysokého vákuua je uzavretý labyrintovým tesnením (6), tzv. diafragmou. Za touto sú ďalšie cievky, fokusačná (5') a vychyľovacia (8). Celý systém dela je vo vzduchotesnom plášti (9), s bezpečnostným uzáverom vákuua (10) a miestom na pripojenie vákuovacích čerpadiel (11). Priestor pod anódou smerom k vsádzke (12) je už bez elektrického poľa, elektrónový lúč na vsádzku dopadá zotrvačnosťou, s nadobudnutou kinetickou energiou až do 100 keV. Elektrónové delo spolu so zdrojmi, vákuovacím zariadením a príslušenstvom tvorí *elektrónovú pec*.

V prípade podrobnejšieho záujmu o elektrónový ohrev alebo ďalšie ohrevy čitateľom odporúčame už citované literárne pramene, najmä [3]; [15]; [17]; [21] a [23].

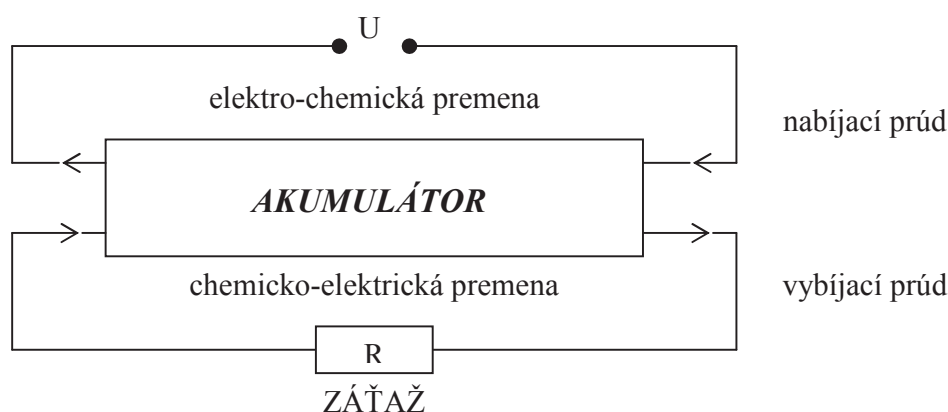
## 5 PREMENA ELEKTRICKEJ ENERGIE NA CHEMICKÚ ENERGIU

Objavy princípov elektrochemických dejov, premeny chemickej energie na elektrickú, resp. naopak, patria medzi najstaršie a spadajú do obdobia konca 18. storočia a 1. polovice 19. storočia. Napr. už r. 1789 *Galvani* prezentoval podnet k získaniu chemického zdroja jednosmerného prúdu, v r. 1796 *Volta* takýto zdroj objavil a skonštruoval prvý galvanický článok. Energetickou bilanciou premeny elektrickej energie na chemickú sa zaoberal *Faraday* a formuloval známe zákony elektrolýzy (r. 1831 – 1845).

Vedný odbor, do ktorého náplne patrí štúdium premeny elektrickej energie na chemickú energiu sa nazýva ELEKTROCHÉMIA. Jej obsahom je aj inverzná premena, t.j. premena chemickej energie na elektrickú. Obe premeny sa uskutočňujú v konverzných systémoch, ktoré sa nazývajú:

- *elektrolyzéry* – uskutočňuje sa v nich premena elektro-chemická
- *galvanické články* – uskutočňuje sa v nich premena chemicko-elektrická.

Procesy prebiehajúce v elektrolyzéroch a galvanických článkoch majú rovnakú fyzikálno-chemickú podstatu, sú len navzájom inverzné. Líšia sa teda postupnosťou procesov, ktorým zodpovedá aj odlišné konštrukčné riešenie oboch typov meničov. Do obsahu elektrochémie spadajú aj elektrochemické *palivové články*, princípom sú analogické galvanickým, líšia sa len v tom, že elektrickú energiu produkujú trvale, pri plynulej dodávke chemickej energie do meniča. Napokon klasickým meničom energie je *elektrický akumulátor*. Je to reverzibilný zdroj jednosmerného prúdu, pracujúci striedavo v režimoch elektro-chemickej a chemicko-elektrickej premeny (obr. 5.1)



5.1 Pracovné režimy akumulátora

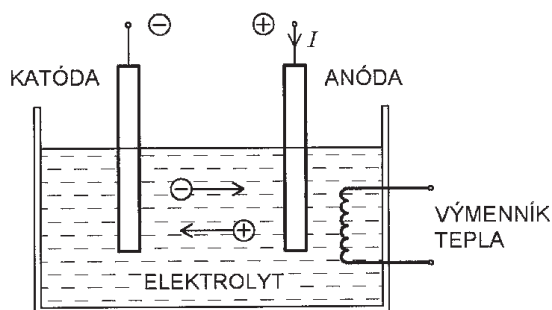
Skôr ako popíšeme jednotlivé konverzné zariadenia elektrochémie, pripomeňme si niektoré dôležité pojmy, známe už zo stredoškolskej fyziky a chémie.

Z fyziky vieme, že okrem kovov (vodiče 1. triedy), dobrými vodičmi elektrického prúdu sú tiež niektoré roztoky kyselín, zásad alebo solí kovov. Nazývame ich *elektrolyty* (vodiče 2. triedy). Medzi kovovým vodičom a roztokom elektrolytu je zásadný rozdiel v tom, že prechodom prúdu kovom sa jeho fyzikálne vlastnosti a chemické zloženie všeobecne nemenia, kým elektrolyt podlieha zmenám. Je to spôsobené tým, že molekuly



elektrolytu v kvapalných rozpúšťadlách sa štiepia na kladné a záporné ióny. Tento proces rozpadu molekúl elektrolytu sa nazýva **disociácia**. Ak taký roztok elektrolytu cez systém elektród pripojíme na zdroj jednosmerného prúdu, vplyvom pôsobenia vytvoreného elektrického poľa jednotlivé ióny sa začnú pohybovať k elektródam s opačnou polaritou a na ich povrchu vylučovať. Tomuto elektrochemickému procesu hovoríme **elektrolýza** a zariadeniu, v ktorom sa uskutočňuje, **elektrolýzér**. Tam, kde je potrebné udržiavať teplotu elektrolytu na požadovanej výške, v elektrolýzéri je umiestnený výmenník tepla. Pri elektrolýze sa teda chemická podstata elektrolytu zmenila, dodávaná elektrická energia sa spotrebovala na realizáciu chemických reakcií, prostredníctvom ktorých na elektródach vylúčené látky majú inú kvalitu. Elektrická energia sa zmenila na chemickú.

Medzi elektrolyty patria aj niektoré tuhé látky, ktoré sa roztavením prevedú do tekutého stavu. Ak roztavenie látky sa robí za účelom zmeny chemickej kvality, proces sa nazýva **termická elektrolýza** alebo elektrolýza tavením. Princíp elektrolýzy, resp. termickej elektrolýzy je naznačený na obr. 5.2.



Obr. 5.2 Princíp elektrolýzy

## 5.1 Elektrolytická disociácia

**Elektrolytická disociácia** (disociácia elektrolytu v roztoku) je teda proces vzniku **voľných iónov** v roztoku elektrolytu, schopných sprostredkovať vedenie elektrického prúdu v tomto roztoku. Podľa počtu iónov, na ktoré sa molekula elektrolytu v roztoku rozpadne, rozoznávame rôzne elektrolyty. Napr. **binárne** – vznikajú dva ióny ( $\text{NaCl}$ ), **terciárne** – vznikajú tri ióny ( $\text{BaCl}_2$ ) a pod. Všeobecne **kovové prvky** vytvárajú obyčajne kladné ióny, kým nekovové prvky dávajú ióny záporne. Ak sú molekuly elektrolytu zložitejšie, dochádza k postupnej disociácii a teda tvorbe rozličných iónov, líšiacich sa štruktúrou a mocnosťou.

Najviac používaným rozpúšťadlom elektrolytov je voda, ktorá je zároveň aj najlepším prostredím pre ich disociáciu. Je to tým, že v prostredí s veľkou relatívnou permitivitou (destilovaná voda má  $\epsilon_r \approx 80$ ) sa silové pôsobenie medzi stavebnými časticami molekuly podstatne zoslabí oproti silovému pôsobeniu vo vákuu ( $\epsilon_r = 1$ ), takže už pri nie veľmi vysokých teplotách dochádza k ich disociácii.

Disociačnú schopnosť elektrolytu (rozpušteného vo vode pri izbovej teplote) vyjadruje **stupeň disociácie**. Je definovaný pomerom počtu disociovaných molekúl elektrolytu  $n_d$  k pôvodnému počtu všetkých molekúl  $n_0$

$$\alpha = \frac{n_d}{n_0} \quad (5.1)$$

Stupeň disociácie závisí od druhu elektrolytu, jeho koncentrácie v rozpúšťadle a od druhu a teploty rozpúšťadla.

Podľa stupňa disociácie (tiež disociačný stupeň elektrolytu) sa elektrolyty orientačne rozdeľujú na silné a slabé. **Silné elektrolyty** ( $\alpha \approx 1$ ) sú také, ktoré aj pri vysokých koncentráciách v roztoku disociujú takmer úplne. **Slabé elektrolyty** ( $\alpha \approx 0$ ), naopak, aj pri malých koncentráciách (veľmi zriedený roztok) disociujú len čiastočne.

Zvlášť v slabých elektrolytoch stupeň disociácie silne závisí od ich koncentrácie v roztoku. So znižovaním koncentrácie stupeň disociácie  $\alpha$  rastie a v limitnom prípade („nekonečne“ zriedený roztok) sa blíži k jednotke. So stupňom disociácie súvisí **disociačná konštanta elektrolytu**  $K_c$  podľa vzťahu

$$K_c = \frac{\alpha^2 \cdot c}{1 - \alpha} \quad [\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (5.2)$$

v ktorom  $c$  je koncentrácia látkového množstva elektrolytu v roztoku [ $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ].

Keďže konštanta  $K_c$  dostatočne zriedeného roztoku elektrolytu je pri stálej teplote takmer nemenná, zo vzťahu (5.2) vyplýva, že  $\alpha$  rastie s klesajúcou koncentráciou elektrolytu v roztoku. Z toho vyplýva, že v nekonečne zriedených roztokoch musí byť  $\alpha = 1$  aj pre slabé elektrolyty.

## 5.2 Princípy premeny elektrickej energie na chemickú, elektrolýza

Elektrolýza je elektrochemická reakcia prebiehajúca pri prechode jednosmerného elektrického prúdu buď cez roztoky alebo taveniny elektrolytov. Uskutočňuje sa v elektrolýzéri, elektrolytickej vani minimálne s dvoma elektródami, katódou a anódou. Elektródy bývajú kovové alebo uhlíkové.

**Podľa prostredia**, v ktorom elektrolýza prebieha, rozdeľujeme ju na:

- elektrolýzu vodných roztokov elektrolytov
- elektrolýzu tavenín elektrolytov (termickú elektrolýzu)
- elektrolýzu vody

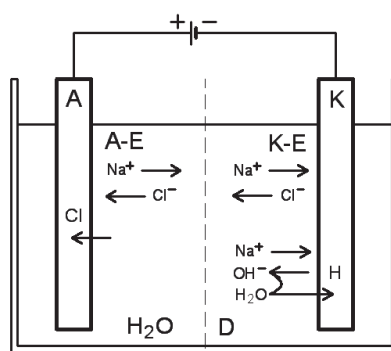
Vedenie elektrického prúdu roztokom alebo taveninou elektrolytu sprostredkováva usmernený pohyb kladných a záporných iónov v prítomnom elektrickom poli. Ión nesúci kladný elektrický náboj sa nazýva **katión**, teda v jednosmernom elektrickom poli sa bude pohybovať ku elektróde so záporným potenciálom, t.j. **katóde**. Naopak ión, ktorý je nosičom záporného náboja sa nazýva **anión**. V tom istom poli sa pohybuje k elektróde s kladným potenciálom, t. j. **anóde**. Náboj katiónu, resp. aniónu je vždy celistvým násobkom elementárneho náboja, ktorý zároveň udáva jeho mocenstvo. **Mocenstvo iónu** je celé kladné alebo záporné číslo vyjadrené podielom náboja iónu a elementárneho náboja  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C. Vyjadruje sa vzťahom

$$z = \frac{q}{e} \quad (5.3)$$

kde  $q$  je náboj iónu. Ióny teda môžu byť kladné jednomocné ( $q = e$ ), kladné dvojmocné ( $q = 2 \cdot e$ ), záporné jednomocné ( $q = -e$ ), záporné dvojmocné ( $q = -2 \cdot e$ ) atď.

Keďže pohybujúce sa ióny nemôžu vstupovať do kovových elektród a pohybovať sa ďalej uzavretým okruhom, musí v tejto časti okruhu elektrický prúd sprostredkovať usmernený pohyb voľných elektrónov. To je príčina, prečo na styku elektród s roztokom elektrolytu dochádza k rôznym elektrochemickým reakciám. Anióny odovzdávajú kladnej elektróde (anóde) elektróny a naopak, kationy z katódy odčerpávajú elektróny (priberajú). Chemické reakcie, pri ktorých sa priberajú elektróny sa nazývajú **redukčné** (katodické), tie, pri ktorých sa odovzdávajú sú **oxidačné** (anodické). Na katóde prebiehajúcou redukciou sa vylučujú elektropozitívne zložky (napr. kovy, vodík), na anóde oxidáciou sa vylučujú elektronegatívne zložky (napr. kyslík, chlór).

Procesy elektrolyzy popíšeme adresnejšie na príklade elektrolytického rozkladu roztoku chloridu sodného (NaCl), ktorý sa používa pri výrobe chlóru (Cl) a hydroxidu sodného (NaOH). Na obr. 5.3 v schematicky naznačenom elektrolyzéri sú znázornené zodpovedajúce procesy.



Obr. 5.3 Schéma elektrolyzéra pre elektrolytický rozklad chloridu sodného (NaCl, kuchynská soľ) [24]

Do vodného roztoku NaCl sú ponorené dve kovové nerozpustné elektródy (A a K), vonkajším obvodom spojené so zdrojom jednosmerného napätia. Priestor elektrolyzéra je rozdelený poréznu stenou D, tzv. diafragmu. Funkciou diafragmy je zamedzenie miešania produktov elektrolyzy difúziou a prirodzenou konvekciou. Pre prúd je diafragma priechodná. Časti elektrolytu, ktorá obklopuje anódu (A) sa zvykne hovoriť **anolyt**, v okolí katódy (K) je **katolyt**. Na anóde prebiehajú anodické, na katóde katodické reakcie. Spolu tvoria celkovú elektrochemickú reakciu v danej sústave. V každom elektrolyzéri sú dôležité miesta na oboch fázových rozhraniach, menovite anóda-elektrolyt a katóda-elektrolyt (A-E a K-E). Na rozhraní A-E sa z aniónov elektrolytu uvoľňujú elektróny, ktoré cez anódu prechádzajú do vonkajšieho obvodu jednosmerného prúdu, čím sa povrch anódy oxiduje. Na rozhraní K-E kationy pohlcujú elektróny z vonkajšieho zdroja, čím sa redukujú, na povrchu katódy prebieha redukcia.

V uvádzanom príklade na začiatku procesu prechod prúdu zaisťujú len ióny chloridu sodného, t.j.  $\text{Cl}^-$  a  $\text{Na}^+$ , nakoľko koncentrácia hydroxidu sodného v roztoku elektrolytu je ešte veľmi malá. Hydroxilové ióny  $\text{OH}^-$  začínajú migrovať k anóde až neskôr.

Postupnosť elektrochemických reakcií v sústave vyjadríme stechiometrickými rovnicami:

1. Na povrchu anódy hlavnou reakciou je oxidácia záporných iónov chloridu. Podružnou reakciou je elektrochemický vznik kyslíka z molekúl vody. Pre hlavnú reakciu platí



2. Na povrchu katódy je hlavnou reakciou redukcia molekuly vody podľa rovnice



Na katóde sa teda uvoľňuje vodík a v roztoku elektrolytu vznikajú hydroxilové ióny, ktoré s migrovanými sodíkovými iónmi dávajú hydroxid sodný (NaCl)

Ako z uvedeného vidieť, na katóde sa reakcie zúčastňujú len molekuly vody a nie sodíkové ióny. Je to dané skutočnosťou, že reakcia (5.5) je energeticky menej náročná ako vylučovanie kovového vodíka z migrovaných iónov  $\text{Na}^+$ . Teda príslušnej elektrochemickej reakcie na elektróde sa vždy nemusí zúčastniť jeden a ten istý druh elektroaktívnej látky.

Stechiometrickú rovnicu celkovej elektrochemickej reakcie v elektrolyzéri získame spočítaním predchádzajúcich rovníc (5.4) a (5.5):



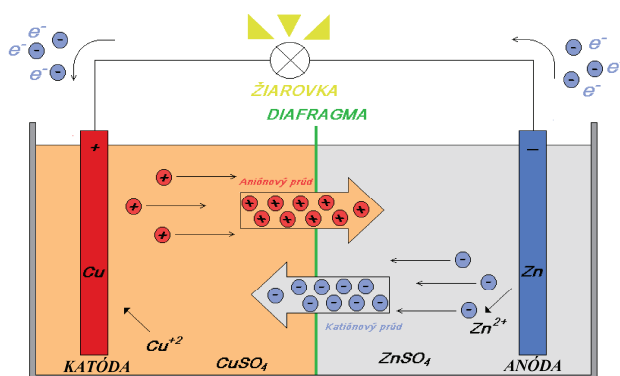
t.j. čitateľnejšie



Z príkladu zároveň vidieť, že na oboch elektródach za rovnaký čas sa vymieňa rovnaký počet elektrónov, preto roztok elektrolytu je v každom mieste trvale elektroneutrálny, nemá žiadne nadbytočné elektricky nabité častice. Je to **zákon elektroneutrality**. Z neho potom vyplýva, že množstvá produktov vylúčených na anóde a katóde po prechode daného elektrického náboja sú ekvivalentné. To už je kvantitatívna stránka chemických procesov pri elektrolyze, ktorú vyjadrujú **Faradayove zákony**. Interpretujeme ich neskôr.

### 5.3 Princípy premeny chemickej energie na elektrickú – galvanické články

Inverzným zariadením k elektrolyzériu je galvanický článok, ktorý elektrickú energiu produkuje z chemickej. Uskutočňuje sa tak prostredníctvom spontánnych chemických reakcií v článku, ak sa nachádza v uzavretom elektrickom obvode. Galvanických článkov je niekoľko typov, princíp ich činnosti vysvetlíme na známom Danielovom článku. (obr. 5.4)



Obr. 5.4 Schéma Danielovho článku [25]

Článok pozostáva z dvoch elektród a z dvoch roztokov elektrolytov, oddelených diafragmom. Jedna elektróda je medená (Cu), ponorená na roztoku síranu meďnatého ( $\text{CuSO}_4$ ), druhá je zinková (Zn), ponorená do roztoku síranu zinočnatého ( $\text{ZnSO}_4$ ). Funkcie oboch elektród, diafragmy a ich konštrukcie sú analogické týmto prvkom v elektrolyzéroch, len fyzikálno-chemické procesy sú navzájom inverzné.

Ak sa Danielov článok spojí prostredníctvom elektród so spotrebičom o odpore  $R$ , uzavretým obvodom bude pretekať jednosmerný prúd  $I$ , teda článok bude vykonávať elektrickú prácu  $R \cdot I^2$  (ak neuvažujeme elektrické straty v obvode). Proces prechodu prúdu spotrebičom je výsledkom niekoľkých spontánných chemických reakcií medzi elektródami a elektrolytmi článku. Dajú sa vyjadriť zodpovedajúcimi stechiometrickými rovnicami:

1. Zo zinkovej elektródy do roztoku  $\text{ZnSO}_4$  sa spontánne vylučuje elektropozitívny zinok vo forme iónov  $\text{Zn}^{2+}$ , pričom sa uvoľňujú dva elektróny ( $2e$ ), teda



Preto zinková elektróda v Danielovom článku predstavuje anódu, uskutočňuje sa na nej oxidačný proces (anodický)

2. Na medenej elektróde – katóde, sa uskutočňuje redukčný proces (katodický), ióny rovnako elektropozitívnej medi prijímajú z elektródy elektróny, na jej povrchu sa vylučuje kovová meď podľa rovnice



Predmetné elektróny uvoľnené na zinkovej elektróde prechádzajú vonkajším obvodom do medenej elektródy, kde sa spotrebujú. Preto anóda (zinková elektróda) tvorí kladný pól v celom obvode.

3. Výsledný proces vyjadruje celková stechiometrická rovnica, ktorú získame spočítaním rovníc (5.8) a (5.9)



alebo

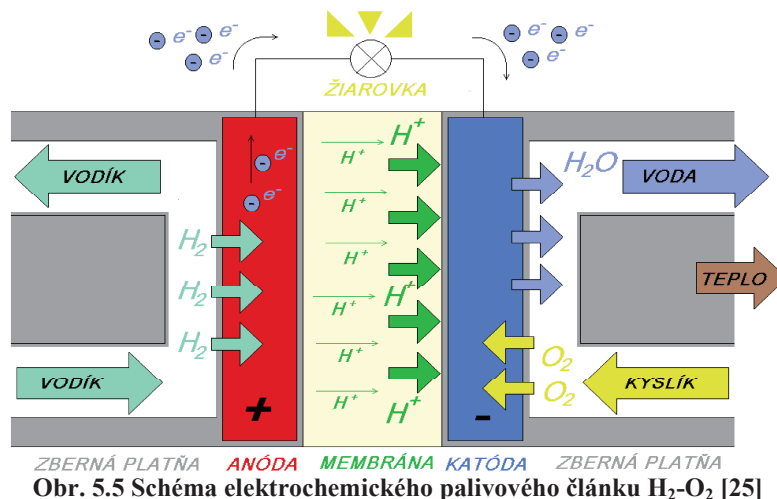


Z rovníc (5.8) až (5.11) tiež vyplýva, že ióny síranu  $\text{SO}_4^{2-}$  sa nezúčastňujú žiadnych elektródových reakcií. Ako migrujúce ióny prenášajú prúd (elektrický náboj) k anóde článku a to v oboch častiach elektrolytu. Na opačnú elektródu – katódu, migrujú ióny medi z katolytu a ióny zinku z anolytu.

## 5.4 Elektrochemické palivové články

Elektrochemické palivové články sú zvláštnym typom galvanických článkov, ktoré od klasických článkov sa líšia tým, že elektrickú energiu produkujú trvale bez elektrického dobíjania. Plynulú výrobu elektrickej energie, t.j. plynulú dodávku elektrickej práce do uzavretého elektrického obvodu spotrebiča umožňuje sústavný prívod tzv. reaktantov k oboch elektródam článku. Reaktantom privádzaným na anódu článku je palivo, reaktantom privádzaným na katódu je oxidant. Palivom článku býva napr. vodík, metán, propán, sodík, uhlík, ..., oxidantom býva buď čistý kyslík alebo vzduch. Vo vnútri článku medzi elektródami vyplní elektrolyt, buď klasický ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{KOH}$ ...) alebo špeciálna napr. polymérová membrána. Výstupné napätia palivových článkov sú radovo porovnateľné s napätiami klasických galvanických článkov.

Podľa druhu použitého paliva a elektrolytu (procesne podľa elektrochemických reakcií v článku) je niekoľko typov palivových článkov. Rovnaký princíp ich činnosti popíšeme na vodíkovo-kyslíkovom článku, teda článku, v ktorom ako palivo sa používa vodík  $H_2$  (obr. 5.5)



Článok sa skladá z dvoch poréznych elektród, pokrytých katalyzátorom (napr. z platiny). Elektrolytom je 40%-ný roztok hydroxidu draselného KOH. Vodík sa privádza pod tlakom na povrch anódy, prechádza jej pórmí, na rozhraní s elektrolytom reaguje so vzniknutými hydroxilovými iónmi  $OH^-$ . Výsledkom reakcie je vznik molekúl vody a uvoľnených elektrónov podľa rovnice



Voľné elektróny prechádzajú do vonkajšieho obvodu spotrebiča (do zátáže). Potrebné hydroxilové ióny vznikajú na povrchu katódy, kde voda reaguje s privádzaným kyslíkom za spoluúčasti elektrónov z vonkajšieho obvodu. Reakcii zodpovedá stechiometrická rovnica



V palivovom článku výsledná reakcia zodpovedá rovnici



podľa ktorej odpadovým produktom je voda a pri reakcii uvoľnené teplo, ako dôsledok zrážok častíc v elektrolyte. Ak sa racionálne využijú, tepelná účinnosť palivových článkov stúpa až nad 80%. Elektrochemické palivové články patria do skupiny priamych meničov chemickej energie na elektrickú.

## 5.5 Faradayove zákony elektrolýzy

Zásadný význam v celej elektrochémií majú zákony, ktoré formuloval M. Faraday už v 1. polovici 19. storočia. Vyjadrujú kvantitatívny vzťah medzi elektrickým nábojom prechádzajúcim elektrolytom a chemickými účinkami, ktoré vyvolal. Skôr ako ich vyslovíme, treba si pripomenúť ešte niektoré ďalšie súvisiace pojmy a veličiny [9]:

- **látkové množstvo** – je to množstvo chemickej rovnorodej látky vyjadrené počtom elementárnych jedincov (atómov, iónov, molekúl, elektrónov, príp. iných častíc).

Jednotkou látkového množstva je mól [mol] – čo je látkové množstvo sústavy, ktorá obsahuje práve toľko elementárnych jedincov, koľko je atómov v 0,012 kilograme uhlíka.

Látkové množstvo sa stanovuje z podielu hmotnosti [kg] a mólovej hmotnosti látky [kg·mol<sup>-1</sup>]

$$n = \frac{m}{M} \quad [\text{mol}] \quad (5.15)$$

- **mólová hmotnosť** (resp. molárna hmotnosť látky) – je hmotnosť jedného mólu danej látky. Zo vzťahu (5.15) vyplýva, že

$$M = \frac{m}{n} \quad [\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}] \quad (5.16)$$

M. Faradayom formulované dva základné zákony elektrolýzy boli zistené experimentálne a patria medzi nemnohé empirické zákony, ktoré platia presne. Znejú:

**1. Faradayov zákon** – množstvo látky [kg] vylúčenej alebo chemicky pozmenenej na elektróde je úmerné veľkosti náboja preneseného iónmi pri elektrolýze, t.j. matematicky

$$m = A \cdot Q = A \cdot \int_0^t I \cdot dt \quad [\text{kg}] \quad (5.17)$$

kde  $Q$  je náboj, ktorý prešiel roztokom elektrolytu [C]  
 $A$  je konštanta, ktorá sa číselne rovná množstvu látky, ktoré sa vylúči, keď roztokom elektrolytu prejde náboj 1 C. Nazýva sa **elektrochemický ekvivalent látky** [kg·C<sup>-1</sup>]

Voľne interpretované, podľa 1. Faradayovho zákona rovnaký elektrický náboj vylúči alebo chemicky pozmení na elektróde vždy rovnaké množstvo tej istej látky.

**2. Faradayov zákon** – rovnaký elektrický náboj vylúči z roztoku rôznych látok také množstvá, ktoré sú úmerné ich mólovým hmotnostiam. Ak má náboj veľkosť 1 C, potom podľa 1. zákona množstvo vylúčenej látky sa rovná jej elektrochemickému ekvivalentu  $A$ . Teda znova matematicky

$$A = k \cdot M \quad [\text{kg} \cdot \text{C}^{-1}] \quad (5.18)$$

kde  $k$  je konštanta úmernosti [mol·C<sup>-1</sup>]

Dosadením (5.18) do (5.17) dostaneme všeobecný (zjednotený) Faradayov zákon

$$m = k \cdot M \cdot Q \quad (5.19)$$

z ktorého vyplýva, že na vylúčenie mólovej hmotnosti ľubovoľnej látky ( $m = M$ ) sa spotrebuje vždy rovnaké množstvo náboja  $Q_0 = 1/k$ . Toto množstvo elektrického náboja sa nazýva Faradayov náboj alebo Faradayova konštanta  $F$ . Z rovnice (5.19), s využitím (5.16), sa dá vypočítať veľkosť Faradayovho náboja

$$Q_0 = \frac{1}{k} = F = \frac{Q}{\frac{m}{M}} = \frac{Q}{n} = 96490 \quad [\text{C} \cdot \text{mol}^{-1}] \quad (5.20)$$

Dosadením (5.20) do (5.19) dostaneme iný tvar všeobecného Faradaovho zákona

$$m = M \cdot \frac{Q}{F} = M \cdot \frac{I \cdot t}{F} \quad (5.21)$$

pri konštantnej intenzite elektrického prúdu  $I$ , predchádzajúceho roztokom elektrolytu za dobu  $t$ .

Energetickú náročnosť elektro-chemických premien rôznych látok vyjadruje elektrochemický ekvivalent. Je to materiálová konštanta, ktorá sa prirodzene nedá ovplyvniť kvalitou elektrochemického procesu, resp. elektrolyzéra. V nasledujúcej tabuľke sú uvedené hodnoty elektrochemického ekvivalentu niektorých chemických prvkov.

Tab. 5.1 Elektrochemický ekvivalent niektorých prvkov [1]

Prvok	Mocenstvo $z$	Elektrochemický ekvivalent $A$ [mg·C <sup>-1</sup> ]	Prvok	Mocenstvo $z$	Elektrochemický ekvivalent $A$ [mg·C <sup>-1</sup> ]
Ag	1	1,1179	Fe	2	0,2894
Al	3	0,0932	H	1	0,0104
Au	3	0,6805	I	1	1,3151
Ba	2	0,7117	K	1	0,4052
Ca	2	0,2077	Na	1	0,2382
Cl	1	0,3674	Ni	2	0,3042
Cr	3	0,1796	O	2	0,0829
Cu	2	0,3292	Pb	2	1,0736
Cu	1	0,6584	Zn	2	0,3388
Fe	3	0,1929			

V reálnych elektrolytických procesoch množstvá látok vylúčených na elektródach sú iné, ako vypočítané podľa 1. Faradayovho zákona. Odlišnosť nespočíva v nepresnosti zákona, ale je spôsobená tým, že na elektródach sa uskutočňujú aj ďalšie sekundárne procesy, spotrebujúce časť dodávanej elektrickej energie. Táto skutočnosť sa vyjadruje účinnosťou primárneho procesu, ktorú pri elektrolýze zvykneme nazývať **prúdovým výťažkom**.

Je definovaný pomerom:

$$\eta_l = \eta_Q = \frac{Q_t}{Q_{sk}} = \frac{I_t}{I_{sk}} < 1 \quad (5.22)$$

v ktorom  $Q_t$ , resp.  $I_t$  je teoretická veľkosť náboja [C], resp. prúdu [A] vypočítaná podľa (5.17)

$Q_{sk}$ , resp.  $I_{sk}$  je skutočná veľkosť náboja, resp. prúdu, potrebná na vylúčenie rovnakej hmotnosti látky so zohľadnením prídavných procesov

S ohľadom na 1. Faradayov zákon prúdový výťažok sa dá vyjadriť aj takto

$$\eta_Q = \eta_m = \frac{m_{sk}}{m_t} < 1 \quad (5.23)$$

čo znamená, že v skutočných procesoch na elektróde sa vylúči menej látky ( $m_{sk}$ ) v porovnaní s teoretickou hmotnosťou ( $m_t$ ). Takto stanovenú účinnosť primárneho procesu môžeme nazývať **hmotnostným (alebo materiálovým) výťažkom elektrolýzy**.

**Energetický výťažok**  $\eta_w$  vyjadruje celkovú energetickú účinnosť  $\eta_{en}$  procesu elektrolýzy a definuje sa podielom elektrickej energie  $W_t$ , ktorá je teoreticky potrebná k výrobe buď hmotnostnej jednotky čistého, tuhého alebo kvapalného produktu (napr. 1 t) alebo objemovej jednotky čistého plynu (napr. 1 m<sup>3</sup>), meraných za normálnych podmienok a elektrickej energie  $W_{sk}$ , pri tejto výrobe skutočne spotrebovanej. Teda



$$\eta_w = \eta_{en} = \frac{W_t}{W_{sk}} = \frac{Q_t}{Q_{sk}} \cdot \frac{U_t}{U_s} = \eta_I \cdot \eta_U < 1 \quad (5.24)$$

Ak  $\eta_I$  je prúdový výťažok podľa (5.22), potom rozdiel  $(1 - \eta_I)$  udáva, aký veľký podiel z celkového množstva vynaloženej elektriny (náboja) sa znehodnocuje vedľajšími elektrochemickými procesmi, chemickou rekombináciou a pod. Všeobecne prúdové výťažky na anóde a katóde nie sú pre vedľajšie procesy rovnako veľké. V praxi sa prúdový výťažok obyčajne vzťahuje len na primárny, hlavný produkt (pri zvolenom príklade buď na lúh alebo chlór) podľa toho, ktorý je z hľadiska odbytu dôležitejší [24].

V ostatnej rovnici  $U_s$  označuje skutočne zmerané jednosmerné napätie na jednom elektrolyzéri vrátane úbytku na prívodoch a  $U_t$  je teoretická veľkosť napätia na danej sústave. Je totožná s tzv. **rovnovážnym napätím**, ktoré sa vypočíta buď z termodynamických údajov sústavy, alebo z hodnôt elektródových potenciálov. Podiel  $U_t/U_s$  sa zvykne nazývať **napät'ovým výťažkom** (v praxi ako hodnotiace kritérium sa používa málo). Rozdiel  $U_s - U_t$  je spôsobený polarizačnými dejmi na elektródach a ohmickým odporom elektrolytu, diafragmy, vodičov a spojov.

Za základné ukazovatele elektrolytickej výroby sa v praxi považujú:

- prúdové výťažky  $\eta_I$
- napätie na elektrolyzéri  $U_s$
- merná spotreba elektrickej energie [ $\text{kWh} \cdot \text{t}^{-1}$ , resp.  $\text{kWh} \cdot \text{m}^{-3}$ ]

## 5.6 Prúdové a napät'ové pomery v elektrolyzéri

V elektrochemických priemyselných zariadeniach procesy elektrolýzy sa uskutočňujú zásadne prechodom prúdu elektrolytu jedným smerom. Len ojedinele a krátkodobo smer prúdu sa môže zmeniť z rôznych technologických dôvodov, napr. za účelom zmenšenia polarizácie elektród. Priemyselné elektrolyzéry sa teda napájajú jednosmerným prúdom, buď z točivých zdrojov (dynamá) alebo zo statických (polovodičových) usmerňovačov napätia.

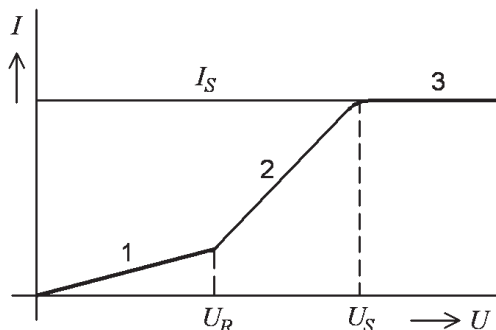
O rozložení prúdu v roztoku elektrolytu rozhodujú geometrické rozmery elektrolyzéra, jeho účinný prierez a dĺžka. Na rozdiel od kovových vodičov, elektrolyty v elektrolyzéroch majú prierez a dĺžku porovnateľné. S ohľadom na pomalé zmeny prúdu tečúceho cez elektrolyt, zodpovedajúce elektrické pole dá sa považovať za kvázi-stacionárne, t.j. intenzita poľa  $E$  je konštantná. Pri tejto podmienke hustotu prúdu v roztoku elektrolytu môžeme vyjadriť vzťahom [1]

$$J = \gamma \cdot E = c_r \cdot \lambda \cdot E \quad [\text{A} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (5.25)$$

v ktorom  $\gamma$  je konduktivita roztoku elektrolytu [ $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ ]  
 $c_r$  je ekvivalentná koncentrácia elektrolytu [ $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ]  
 $\lambda$  je ekvivalentná vodivosť elektrolytu [ $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$ ]

Treba zdôrazniť, že hustota prúdu v rôznych miestach elektrolytu i v rôznych miestach na povrchu elektród nie je všeobecne rovnaká. Jej rozloženie závisí od mnohých okolností, zvlášť od tvaru, rozmerov a rozmiestnenia elektród, od stavu ich povrchu a polarizácie, tiež od tvaru elektrolyzéra a homogenity elektrolytu. Preto v praxi sa počíta so strednou hustotou prúdu, stanovenou buď vzhľadom k činnej ploche povrchu elektród alebo k prierezu elektrolytu.

Na nasledujúcom obr. 5.6 je znázornená závislosť prúdu v roztoku elektrolytu od napätia na elektródach elektrolyzéra. Je to voltampérová charakteristika elektrolytického procesu, z ktorej vidieť, že pre vedenie prúdu v roztoku elektrolytu všeobecne neplatí Ohmov zákon.



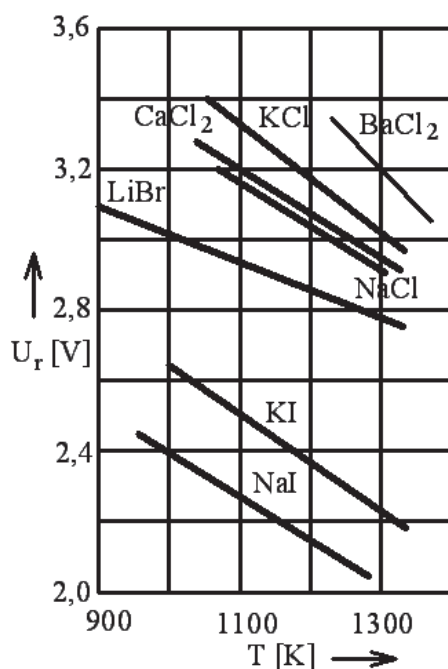
Obr. 5.6 Voltampérová charakteristika elektrolytického procesu

VA-charakteristika je nelineárna, skladá sa z troch typických častí, resp. oblastí. V oblasti náběhu (1), do hodnoty zodpovedajúcej tzv. **rozkladnému napätiu**  $U_R$ , prúd rastie pomaly s napätím, je to tzv. zvyškový prúd. Elektrolyza prakticky neprebíha. Od hodnoty napätia  $U_R$  prúd rastie rýchlo (2), na elektródach prebieha intenzívny elektrolytický proces. Táto oblasť je pracovnou charakteristikou elektrolyzéra. Napokon po prekročení hodnoty napätia  $U_S$  nastáva stav nasýtenia v elektrolyte, prúd ostáva takmer konštantný (oblasť 3). Z pohľadu napätia na elektródach normálny proces elektrolyzy je teda definovaný podmienkou  $U_{\min} \geq U_R$ .

Veľkosť rozkladného napätia závisí najmä od druhu elektrolytu, tiež od fyzikálnochemických podmienok procesu elektrolyzy. V nasledujúcej tabuľke sú uvedené hodnoty rozkladného napätia niektorých vodných roztokov elektrolytov pri rovnakej koncentrácii  $10^3 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ . Na obr. 5.7 je znázornená závislosť napätia niektorých roztavených solí od teploty, z ktorej vyplýva, že so zvyšujúcou teplotou rozkladné napätie klesá.

Tab. 5.2 Rozkladné napätia niektorých roztokov elektrolytov

Elektrolyt	Produkt elektrolyzy	$U_r$ [V]
HNO <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> + O <sub>2</sub>	1,69
H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	H <sub>2</sub> + O <sub>2</sub>	1,67
HCl	H <sub>2</sub> + Cl <sub>2</sub>	1,31
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	H <sub>2</sub> + O <sub>2</sub>	2,21
ZnBr <sub>2</sub>	Zn + Br <sub>2</sub>	1,80
ZnSO <sub>4</sub>	Zn + O <sub>2</sub>	2,55
NiCl <sub>2</sub>	Ni + Cl <sub>2</sub>	1,85
NiSO <sub>4</sub>	Ni + O <sub>2</sub>	2,09
CuSO <sub>4</sub>	Cu + O <sub>2</sub>	1,47
AgNO <sub>3</sub>	Ag + O <sub>2</sub>	0,70



Obr. 5.7 Závislosť rozkladného napätia od teploty [1]

Okrem druhu elektrolytu, veľkosť rozkladného napätia závisí tiež od elektród. Napr. pri výrobe vody s malým množstvom  $H_2SO_4$ , medzi nerozpustnými (napr. platinovými) elektródami je potrebné napätie 1,48 V. Ak je napätie na elektródach menšie, rozklad vody po pripojení elektrolytu na zdroj prúdu síce začne, ale po krátkom čase sa zastaví. Je to spôsobené tým, že pri elektrolýze roztokov elektrolytov medzi nerozpustnými elektródami dochádza na ich povrchu k zmenám chemickej povahy resp. k zmenám koncentrácie elektrolytov. Zmeny elektrickej povahy elektród sú spôsobené buď tým, že elektródami vysielané ióny sa rýchlejšie spotrebujú ako sa tvoria, alebo tým, že produkty elektrolýzy na povrchu elektród a blízkom okolí sa rýchlejšie hromadia ako je možné ich odvieť. To je dôvod, pre ktorý v okolí nerozpustných elektród vzniká sekundárne elektromotorické napätie opačného smeru, aký má primárne napätie zdroja prúdu, spôsobujúce elektrolýzu. Nazýva sa **polarizačné napätie**. Podobne roztok elektrolytu s elektródami sú polarizované, lebo sa správajú ako zdroj prúdu. Aby elektrolýza prebiehala trvale, musí sa na prekonanie protismerného polarizačného napätia zvýšiť primárne napätie na elektródach. Polarizačné napätie súvisí s fyzikálnym javom tzv. **elektrickej dvojvrstvy**, ktorá sa samovoľne vytvára na rozhraní vodičov prvej a druhej triedy a je príčinou vzniku elektródového potenciálu [4]. **Polarizované elektródy** sú teda také, ktorých potenciál sa mení prechodom prúdu vzhľadom na potenciál v bezprúdovom stave. Nepolarizované elektródy majú tieto potenciály rovnaké.

Existencia rozkladného napätia pre príslušnú zlúčeninu má dôležité technické uplatnenie. S využitím tejto skutočnosti sa dá realizovať napr. elektrolytická rafinácia kovov, založená na selektívnom vylučovaní kovov z roztokov ich solí. Na tomto princípe pracujú tiež polarografické snímače, slúžiace na rýchlu analýzu roztokov a rýchle meranie elektrolytov. O rozvoj polarografických metód sa zaslúžil významný český chemik, akademik **J. Heyrovský**, nositeľ Nobelovej ceny (r. 1959).

Z uvedených úvah napokon vyplýva, že napätie privádzané na elektródy elektrolyzéra v pracovnom režime elektrolýzy je súčtom niekoľkých úbytkov napätí. Menovite

$$U = \Delta U_{AK} + \Delta U_e + \Delta U_{pr} \quad (5.26)$$

kde	$\Delta U_{AK} = \Delta U_A + \Delta U_B$	je celkový úbytok napätia na fázových rozhraniach anolyt-anóda a katolyt-katóda (súvisí s polarizačnými javmi na oboch elektródach)
	$\Delta U_e = R_e \cdot I$	je úbytok napätia v roztoku, resp. tavenine elektrolytu s odporom $R_e$
	$\Delta U_{pr} = R_{pr} \cdot I$	je úbytok napätia na ostatných častiach napájacieho obvodu s odporom $R_{pr}$ (odpor elektród, odpor vodičov v obvode, kontaktné odpory, ...)

V technickej praxi elektrolytické procesy majú široké využitie. Elektrolýzou sa vyrábajú také dôležité látky ako je peroxid vodíka, chlór, hydroxid sodný (sodný lúh), vodík, kyslík a pod. Elektrolýza sa využíva pri výrobe hliníka, horčíka, sodíka, pri tzv. galvanickom pokovovaní atď. Tieto procesy sa uskutočňujú v technických zariadeniach – **elektrolýzéroch**. Stručne sa s nimi oboznámime.

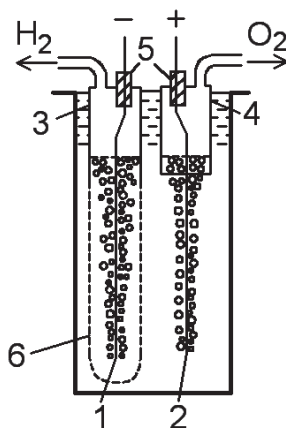
## 5.7 Elektrolyzéry

Základnou časťou každého elektrolyzéra je elektrolytická vaňa. Vane sú konštrukčne rôzne, materiál a tvar vane sa odvodzuje od druhu elektrolýzy. V prevádzke je vaňa naplnená roztokom elektrolytu, do ktorého sú zavedené elektródy buď na báze uhlíka alebo rôznych kovov. Niektoré vane majú zabudovanú tzv. diafragmu, čo je pórovitá stena brániaca premiešaniu anolytu a katolytu. Zároveň slúži aj na mechanické oddeľovanie plynov, ktoré sa zvyknú uvoľňovať na oboch elektródach. Súčasťou niektorých elektrolyzérov je tiež výmenník tepla, zabezpečujúci udržiavanie požadovanej teploty elektrolytu. Konštrukčne sa priemyselné elektrolyzéry prispôsobujú normovanému prúdovému zaťaženiu 40, 60, 80, 100 a 150 kA.

Materiál na výrobu elektrolytických vaní musí byť odolný proti chemickému pôsobeniu elektrolytu. Vane pre elektrolýzu vodných roztokov bývajú buď drevené (kvalitné borovicové drevo), oceľovo-betónové s asfaltovým povlakom alebo oceľové. Vnútorne steny vane okrem asfaltu sa tiež obkladajú olovom, gumou, plastmi, prípadne zmesou síry s kremenným pieskom. Vane pre elektrolýzu tavením (termická elektrolýza) sú rovnako z oceľového plášťa, ale vyplneného žiaruvzdornou výmurovkou (šamot, magnezit, ...).

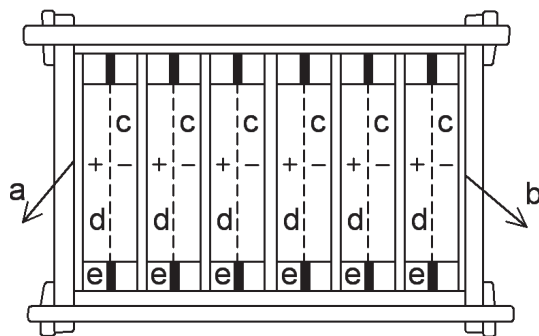
Dôležitou súčasťou elektrolyzérov je **diafragma**. Kvalita diafragmy sa posudzuje podľa pórovitosti, priepustnosti a elektrického i difúzneho odporu, ktorý obmedzuje difúziu medzi anolytom a katolytom. Diafragmy sa vyrábajú z porcelánu, korundu, azbestového papiera, mikropórového kaučuku alebo PVC.

Na obr. 5.8 je schematicky znázornený tzv. monopolárny elektrolyzér na rozklad vody. Funkciu diafragmy spĺňa vrece z azbestovej tkaniny (6), ktoré obaľuje jednu z elektród. Vreca sa upevňuje na zvon, resp. zvony (3 a 4), pod ktorými sa zbierajú jednotlivé plyny. Elektródy (1, 2) sú zavesené na tyčiach s izolačnými vložkami (5). Pri tejto konštrukcii je možné zberné plynové zvony priblížiť k sebe na malú vzdialenosť, čím sa zníži úbytok napätia na elektrolyte na minimum.



Obr. 5.8 Fauserov elektrolyzér na rozklad vody [24]

Existujú aj iné typy elektrolyzéroov na rozklad vody, na obr. 5.9 je znázornený tzv. kalolisový elektrolyzér. Diafragmou je azbestové plátno (d), natiiahnuté medzi rámy elektrolyzéra (e). Kalolisové elektrolyzéry majú dvojaké elektródy, koncové monopolárne (a, b) a vnútorné bipolárne (c). Naznačený elektrolyzér pozostáva z potrebného počtu rámov a elektród, vytvárajúcich anódové a katódové priestory, do ktorých sa privádza elektrolyt. Prívod prúdu zabezpečuje systém monopolárnych elektród.



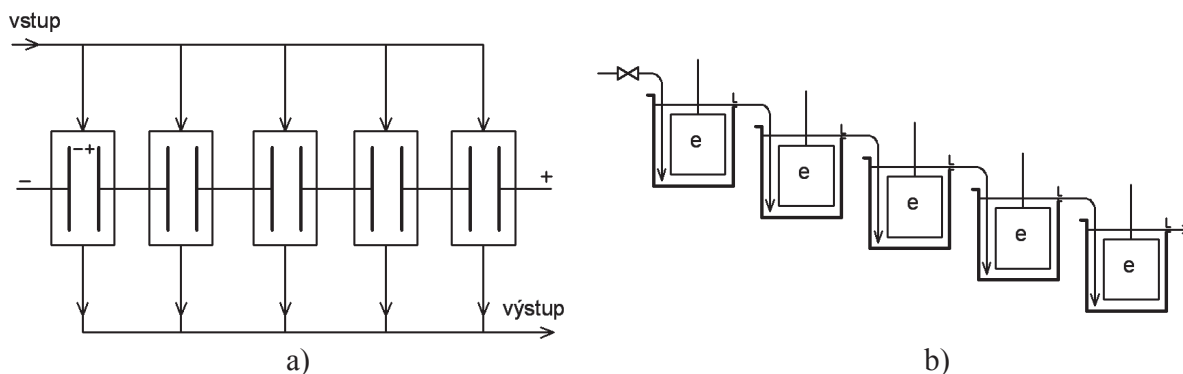
Obr. 5.9 Kalolisový elektrolyzér na rozklad vody [24]

Elektrolytické vane sa ukladajú na oporné izolátory z elektrotechnickej keramiky alebo zo skla, ktoré sú posadené na betónových alebo oceľových podstavcoch. Tieto sú opatrené protikoróznymi povlakmi. Z protikorózných materiálov sú tiež zhotovené prívodné a odvodné potrubia pre elektrolyt. Sú to oceľové rúry, zvnútra povlečené pryžou, kameninou, sklom alebo PVC. Kovové potrubia musia byť systémom izolačných vložiek zabezpečené proti možným skratom.

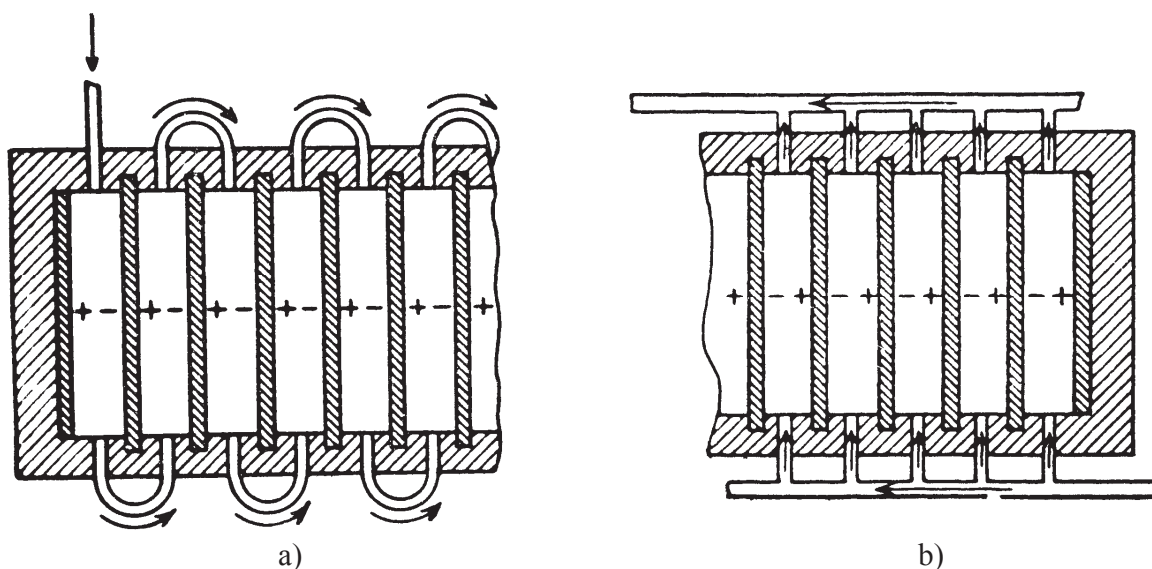
V elektrochemickej prevádzke je spravidla niekoľko elektrolyzéroov. Taká sústava sa sústreďuje do jedného priestoru, elektrolytickej haly. Bezprostredne susedí so zdrojovňou alebo meniarňou prúdu tak, aby prívody elektrickej energie do jednotlivých elektrolyzéroov mohli byť čo najkratšie. Požiadavka na krátke prívody, navrhované z Cu-pásov, vyplýva z obmedzovania elektrických strát spôsobených vysokými prevádzkovými prúdmi.

Okrem klasických elektrolyzéroov pracujúcich v periodickom režime, pri niektorých elektrochemických technológiách sa presadzuje nepretržitý proces elektrolýzy. V tomto prípade sa elektrolyt necháva pretekať prietočným elektrolyzéroom. Je to sústava vhodne volených jednotiek, ktoré sú navzájom prepojené s prívodom pre vstupný (čerstvý) elektrolyt a odvodom pre výstupný (vyčerpaný alebo spracovaný) elektrolyt. Podľa povahy procesu sa požadovaná technológia realizuje buď prietokom v jednej jednotke alebo v niekoľkých za sebou zapojených jednotkách. V prvom prípade sú elektrolyzéry spojené hydraulicky

paralelne (vedľa seba), v druhom prípade je spojenie hydraulicky sériové (za sebou). Aj elektrolyzéry s bipolárnymi elektródami môžu byť prietochné. Uvedené riešenia prietochných elektrolyzérov s mono- a bipolárnymi elektródami sú naznačené na obr. 5.10 a obr. 5.11.



Obr. 5.10 Spojenie prietochných elektrolyzérov [24]  
a) hydraulicky paralelné b) hydraulicky sériové v kaskáde (e-elektrodové zväzky)



Obr. 5.11 Spojenie článkov prietochných elektrolyzérov [24]  
a) hydraulicky sériové s bipolárnymi elektródami  
b) hydraulicky paralelné s bipolárnymi elektródami

### 5.7.1 Generovanie tepla a teplota elektrolytu

Každá elektrochemická reakcia, ktorá sa uskutočňuje v elektrolyzéri je spojená s určitým tepelným efektom. Energetická bilancia tohto efektu sa stanovuje pre tzv. jednotkový reakčný obrat, t.j. obrat, pri ktorom sa na elektródach vymení  $n$ -molov elektrónov. Pri takom obrate sa zaznamenáva zmena:

- reakčnej entalpie elektrolytu  $\Delta H$  [J]
- reakčnej entropie  $\Delta S$  [ $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ ]
- reakčnej voľnej entalpie  $\Delta G$  [J]
- a tzv. reakčného tepla  $Q'$  [J] (tepelné zafarbenie)

Reakčné teplo  $Q'$  je teplo, ktoré treba z elektrolytu odvieť alebo naopak elektrolytu dodať, aby sa jednotkový reakčný obrat uskutočnil izotermicky, t.j. pri danej nezmenenej

teplote elektrolytu. Veľkosť reakčného tepla závisí od vratnosti elektrochemického procesu. Pre vratné deje je

$$Q'_r = T \cdot \Delta S = \Delta H - \Delta G \quad [\text{J}] \quad (5.27)$$

kde  $T$  je termodynamická teplota [K]

$G$  voľná entalpia prostredia, závislá od rovnovážneho napätia elektrolytu  $U_r$ ,

takže

$$\Delta G = n \cdot F \cdot U_r \quad [\text{J}] \quad (5.28)$$

Potom pre vratný dej (veľmi malý prúd) je

$$Q'_r = \Delta H - n \cdot F \cdot U_r \quad (5.29)$$

kde  $F$  je Faradayov náboj a  $n$  je počet molov

Pri nevratných dejoch je skutočné napätie na elektrolyte vyššie ako rovnovážne  $|U| > |U_r|$ , preto platí pre reakčné teplo rovnica

$$Q = \Delta H - n \cdot F \cdot U \quad (5.30)$$

Nakoľko rozdiel entalpií vo vzťahu (5.30) môže byť kladný alebo záporný (entropia prostredia  $\Delta S$  pribúda alebo ubúda), pre zachovanie izotermického deja teplo sa musí z elektrolyzéra odvádzať alebo do elektrolyzéra dodávať. V podmienkach technickej elektrolýzy je spravidla  $\Delta G > \Delta H$ , t.j.  $Q' < 0$ , čo znamená, že priemyselné elektrolyzéry sú skôr zdrojom tepla (vyvíjajú teplo).

Z ostatnej rovnice sa dá vyjadriť množstvo tepla uvoľnené v elektrolyzéri za 1 sekundu, t.j. tepelný výkon (pri splnení izotermických podmienok a ideálnych prúdových výťažkoch  $\eta_I = 1$ ), ak elektrolyzérom preteká prúd  $I$

$$P_t = \frac{Q}{t} = \frac{I}{n \cdot F} \cdot Q' = \frac{I}{n \cdot F} \cdot (\Delta H - n \cdot F \cdot U) = I \cdot \left( \frac{\Delta H}{n \cdot F} - U \right) \quad [\text{W}] \quad (5.31)$$

Z tejto rovnice vyplýva, že tepelný výkon elektrolyzéra sa skladá z dvoch častí:

- z tepelného výkonu na pokrytie Jouleových strát, generovaných prechodom prúdu  $I$  elektrolytom s odporom  $R_e$  ( $R_e \cdot I^2$ )
- z tepelného výkonu, ktorého príčinou sú polarizačné odpory na elektródach a reverzibilné teplo  $T \cdot \Delta S$ , ako sprievodný jav vlastných elektródových reakcií.

K rozlíšeniu oboch zložiek tepelného výkonu ( $P_{t1}$  a  $P_{t2}$ ), najskôr do ostatnej rovnice dosadíme za  $\Delta H$  z rovnice (5.27). Ak je  $\Delta H = T \cdot \Delta S + n \cdot F \cdot U_r$ , dostaneme pre tepelný výkon rovnicu

$$P_t = I \cdot \left( \frac{T \cdot \Delta S}{n \cdot F} + U_r - U \right) \quad (5.32)$$

Nakoľko súvislosť medzi skutočným napätím a prúdom elektrolytu vyjadruje tiež rovnica [24]

$$U = U_r + (\alpha_A - \alpha_B) + I \cdot R_e \quad (5.33)$$

v ktorej členy  $\alpha_A$  a  $\alpha_B$  reprezentujú polarizačné prepätia na oboch elektródach, celkový tepelný výkon elektrolyzéra napokon je

$$P_t = \frac{T \cdot \Delta S}{n \cdot F} \cdot I + (\alpha_B - \alpha_A) \cdot I - R_e \cdot I^2 \quad (5.34)$$

so zložkami

$$P_{t1} = R_e \cdot I^2 \quad [\text{W}] \quad (5.35)$$

a

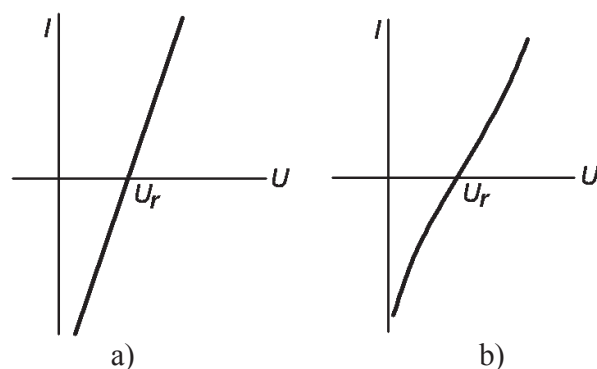
$$P_{t2} = \left( \frac{T \cdot \Delta S}{n \cdot F} + \alpha_B - \alpha_A \right) \cdot I \quad [\text{W}] \quad (5.36)$$

Zložka  $P_{t2}$  vyjadruje tepelný výkon elektrochemických reakcií na povrchu oboch elektród, zložka  $P_{t1}$  predstavuje Jouleovo teplo, spôsobené prechodom prúdu v elektrolyte.

Krátkou poznámkou sa ešte vráťme k rovnici (5.33). Fyzikálny zmysel prepätí  $\alpha$  je v tom, že vyjadrujú rozdiel medzi potenciálom prúdovo zaťaženej elektródy ( $I > 0$ ) a jej rovnovážnym potenciálom ( $I \approx 0$ ), t.j.

$$\alpha = \varepsilon - \varepsilon_r \quad (5.37)$$

Na anódach je prepätie kladné, na katódach záporné. Pretože u polarizovateľných elektród prepätia sú premenlivé ( $\alpha \neq \text{konšt.}$ ), voltampérová charakteristika (5.33) je nelineárna (obr. 5.12)



Obr. 5.12 VA-charakteristiky sústavy ideálne nepolarizovateľných (a) a polarizovateľných elektród (b)

Bez vonkajších zásahov do procesu elektrolýzy teplota v elektrolyzéri sa vždy ustáli na určitej pracovnej hodnote, ktorá závisí od rýchlosti generovania tepla v systéme a od rýchlosti jeho prirodzeného odvodu z elektrolyzéra do okolia.

Ak je teplota elektrolytu vyššia ako optimálna, buď z hľadiska elektrochemických procesov alebo s ohľadom na intenzívne odparovanie vody z elektrolytu, či odolnosť konštrukčných materiálov, treba prirodzený odvod tepla z elektrolytu zvýšiť umelým chladením. Naopak, ak je teplota elektrolytu príliš nízka, t.j. uvoľňované teplo nepostačuje k vyhriatiu elektrolytu na požadovanú teplotu a jej udržaniu na prevádzkovej hodnote, napr. pre dosiahnutie optimálnej vodivosti elektrolytu, teplo do elektrolytu sa musí dodávať.

Technické riešenia chladenia, resp. ohrevu elektrolytov bývajú rôzne. K chladeniu sa bežne používa priemyselná chladiaca voda s teplotou 5 až 35 °C, k ohrevu roztokov zase horúca voda alebo para. Prívod studenej alebo horúcej vody sa rieši prostredníctvom výmenníkov tepla, ktoré sa inštalujú do prívodného potrubia elektrolytu pred elektrolyzér. Iný spôsob chladenia, resp. ohrevu využívajú elektrolyzéry s dvojitým plášťom, do medzipriestoru sa vkladá ohrevné alebo chladiace médium.

Na výmenu tepla priamo v elektrolyzéri sa používajú rôzne meandre, duté tašky a pod., z elektricky nevodivého materiálu alebo vhodných kovov, odolávajúcich danému prostrediu. Tieto ale treba v elektrolyte dokonale izolovať. Napokon funkciu výmenníka



môže spĺňať aj vhodne upravená elektróda (napr. chladené olovené elektródy sa používajú pri elektrochemickej výrobe peroxidu vodíka).

### 5.7.2 Elektródy pre elektrolytické procesy

Jednosmerný prúd sa do roztokov a tavenín elektrolytov privádza elektródami, ktoré okrem dodávky energie potrebnej k uskutočňovaniu chemických reakcií, zároveň vytvárajú priestor (svojím povrchom), v ktorom tieto reakcie prebiehajú.

Elektróda spojená so záporným pólom prúdového zdroja je katóda. Prostredníctvom katódy vstupujú elektróny zo zdroja do elektrolytu, teda na povrchu katódy sa uskutočňujú redukčné pochody. Elektróda spojená s kladným pólom zdroja je anóda. Prostredníctvom anódy elektróny opúšťajú roztok, vracajú sa do prúdového zdroja, teda na povrchu anódy sa uskutočňujú oxidačné procesy. Veľkosť a rozloženie hustoty prúdu na elektródach všeobecne závisí od konduktivity elektrolytu  $\gamma_e$ , od geometrických rozmerov a tvaru celej sústavy elektrolyzéra a od charakteru polarizačných dejov na elektródach (zanedbáva sa pritom úbytok napätia na ich dĺžke, t.j. predpokladajú sa dokonale vodivé elektródy).

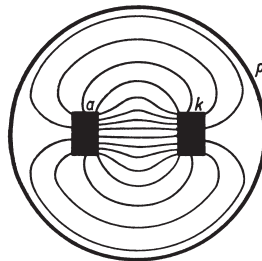
Rozmery a tvar celej sústavy elektrolyzéra na rozložení hustoty prúdu na elektródach sa prejavujú prostredníctvom elektrického poľa. Ak má nádoba elektrolyzéra tvar hranola a celý jeho prierez vyplňujú dve planoparalelné a rovnako veľké doskové elektródy, elektrické pole v elektrolyte je homogénne, teda v každom mieste je vektor intenzity tohto poľa rovnaký. Odpor elektrolytu sa vypočíta jednoducho z rozmerov, teda

$$R_e = \rho_e \cdot \frac{l}{A} \quad [\Omega] \quad (5.38)$$

kde  $\rho_e$  je rezistivita elektrolytu ( $\rho_e = 1/\gamma_e$  [ $\Omega \cdot m$ ])  
 $l$  je vzdialenosť medzi elektródami  
 $A$  je plocha ich povrchu

Potom v súlade s Ohmových zákonom v elementárnej forme  $\mathbf{J} = \gamma_e \cdot \mathbf{E}$  resp.  $\mathbf{E} = \rho_e \cdot \mathbf{J}$  je rozloženie hustoty prúdu na povrchu elektród rovnomerné.

V priemyselných elektrolyzéroch elektródy neuzatvárajú jeho čelné steny a nevyplňujú celý prierez elektrolytu (nie sú ponorené až k dnu). Elektrické pole elektrolytu je nehomogénne. Príklad tohto poľa, znázorneného siločiarami je na obr. 5.13. Rozptyl siločiar poľa zodpovedá tvaru valcového elektrolyzéra a polohe dvoch doskových elektród



5.13 Tvar elektrického poľa medzi doskovými elektródami valcového elektrolyzéra (a-anóda, k-katóda, p-plášť elektrolyzéra)

V nehomogénnom poli je prirodzene hustota prúdu na povrchu elektród rozložená nerovnomerne. Odpor elektrolytu sa nedá vypočítať podľa (5.38), je však menší v porovnaní s homogénnym poľom, pretože zväčšenie prierezu prevláda v celkovom priemere nad vplyvom zväčšenia dĺžky postranných siločiar poľa.

V priemyselnej výrobe sa nerovnomerné rozloženie hustoty prúdu prejavuje napr. pri elektrolytickej rafinácii kovov tým, že sa hrany anódy (napr. surovej medi) rozpúšťajú

rýchlejšie ako stred, rovnako na katóde je vrstva vylúčeného kovu hrubšia na okrajoch ako v strede. Podobne pri elektrolyze roztokov elektrolytov (elektrochemická výroba anorganických látok), vyššia hustota na hranách anódy sa prejavuje zvýšenou koróziou (intenzívnejšia oxidácia).

V technológiách vyžadujúcich vylučovanie kovových povlakov rovnakej hrúbky (napr. galvanotechnika) treba zabezpečiť rovnomerné rozloženie hustoty prúdu na povrchu elektród. Z tohto dôvodu sa zvyšuje napr. vodivosť elektrolytu pridávaním dobre vodivých, ale chemicky neutrálnych prísad, prípadne zväčšením tzv. polarizačného odporu. Ak ani tieto opatrenia nestačia, rovnomerné rozloženie hustoty prúdu sa dosahuje vhodným profilovaním povrchu anód, použitím pomocných katód (prenášajú časť prebytočného prúdu) alebo tiež umiestňovaním nevodivých clon do elektrolytu, ktoré znižujú prúd jeho vytláčaním do vypuklých častí katódy.

Z pohľadu funkcie elektród pri elektrochemickom procese tieto sa rozdeľujú do dvoch skupín:

- elektródy, ktoré sa **látkovo zúčastňujú elektrolytického procesu** (napr. pri galvanotechnike, pri elektrometalurgických procesoch)
- elektródy, ktoré sa **látkovo nezúčastňujú procesu** a sú teda nemennou súčasťou elektrolyzéra (v anorganickom elektrochemickom priemysle), tzv. **indiferentné**

Voľba materiálu prvej skupiny elektród je daná konkrétnym procesom, na ktorom sa látkovo zúčastňujú. Pri voľbe materiálu indiferentných elektród sa prihliada na odolnosť proti korózii v danom elektrolyte, na dobrú elektrickú vodivosť, mechanickú opracovateľnosť, požadované elektrochemické vlastnosti a prijateľnú cenu. Prehľad kovov a ich fyzikálnych vlastností pre výrobu indiferentných elektród je uvedený v nasledujúcej tabuľke:

Tab. 5.3 Niektoré kovy pre indiferentné elektródy [24]

Kov	Rezistivita $\rho_e$ [ $10^{-8} \cdot \Omega \cdot m$ ]	Teplotný koeficient odporu $\alpha$ [ $^{\circ}C^{-1}$ ]
hliník	2,82	0,00421
meď	1,72	0,00393
nikel	7,24	0,00491
olovo	20,63	0,00367
platina	10,6	0,00369
ortuť	95,9	0,00089
striebro	1,62	0,00361
tantal	15,5	0,00347
volfrám	5,75	0,00454
zinok	5,92	0,00325
železo	9,78	0,00634

Okrem uvedených kovov sa pre výrobu elektród (hlavne anód) používa grafit ( $\rho_e = 13,65 \cdot 10^{-6} \Omega m$ ;  $\alpha = 0,00028 \text{ } ^{\circ}C^{-1}$ ) alebo uhlík ( $\rho_e = 40,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ ;  $\alpha = 0,00054 \text{ } ^{\circ}C^{-1}$ ). Z oxidových materiálov je to oxid železnato-železitý (magnetit) alebo oxid olovičitý.

Umiestňovanie elektród do elektrolytických vaní je v zásade dvojaké, horizontálne alebo vertikálne. Konštrukčnou výhodou vertikálneho uloženia je veľké využitie zastavenej pôdorysnej plochy elektrolyzéra a kompaktnosť jeho konštrukcie. Prevádzkovou výhodou je

ľahké odtrhávajúce plynov z povrchu elektród, ak sa na elektródach vylučujú, ako aj jednoduchá vymeniteľnosť, ak ju treba periodicky robiť (napr. pri elektrometalurgických rafinačných procesoch). Vertikálna poloha elektród uľahčuje tiež riešenie prívodu prúdu i konštrukciu samotného elektrolyzéra s diafragmou. Zásadná nevýhoda horizontálnej polohy elektród spočíva vo veľkej zastavanej pôdorysnej ploche elektrolyzéro, preto sa používa zriedka.

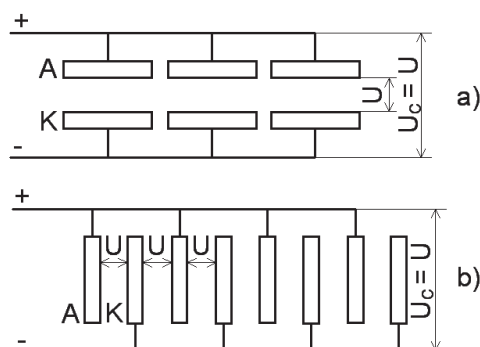
Tvar samotných elektród býva doskový, tyčový alebo valcový. Uprednostňujú sa doskové elektródy, ak sú kovové, vyrábajú sa z plechu, v prípade potreby mechanického vystuženia sa spevňujú pozdĺžnym meandrom. Grafítové alebo uhlíkové elektródy sú v tvare hrubostennej dosky. Tým sa zvyšuje ich mechanická pevnosť, znižuje elektrický odpor a zvyšuje životnosť (grafit sa totiž v kúpeli intenzívne opotrebovávajú).

Kovové valcové elektródy sú do tvaru valca točené z tenkostenného plechu, s priemerom porovnateľným jeho výške. Valcové elektródy sa používajú v kruhových elektrolyzéroch tak, že sa do nich zavesia koaxiálne dve elektródy rôzneho priemeru alebo do osi elektrolyzéra sa zavesí len jedna elektróda, druhú potom tvorí buď vnútorná stena elektrolytickej vane alebo sa použije sústava tyčových elektród, zostavených v pravidelných vzdialenostiach do kruhu. Koaxiálne riešenie valcových elektród je výhodné tam, kde hustota prúdu na jednej z elektród má byť z technologických dôvodov vyššia ako na elektróde opačnej polarít.

Všeobecne pri použití tyčových elektród treba dbať na to, aby hustota prúdu na ich povrchu bola podľa možnosti rovnomerne rozložená. Konštrukčne sa to zabezpečuje tak, že napr. tyčová elektróda sa zavesí do osi valcovej elektródy s opačnou polaritou.

Priemyselný elektrolyzér má zriedka len jeden pár elektród, t.j. jednu anódu a jednu katódu. Spravidla pozostáva z väčšieho počtu párov, ktorý sa odvodzuje od možných rozmerov materiálu elektród, od požiadaviek technologického procesu a od koncepcie prevádzky. Podľa spôsobu pripájania elektród k zdroju jednosmerného prúdu rozoznávame:

- **monopolárne elektródy** – každá elektróda má len jednu polaritu (je buď anódou alebo katódou). Pri tejto koncepcii všetky elektródy rovnakej polarít sú spojené paralelne, celkové svorkové napätie elektrolyzéra  $U_c$  sa rovná napätiu medzi ľubovoľnou katódou a anódou. Elektródy pritom môžu byť prúdovo zaťažované buď jednostranne alebo dvojstranne (bežnejší spôsob). Obe možnosti spájania monopolárnych elektród sú naznačené na obr. 5.14.



Obr. 5.14 Možnosti spájania monopolárnych elektród; jednostranné (a), dvojstranné (b)

Prúdové zaťaženie elektrolyzéra, t.j. prúd tečúci všetkými elektródami jednej polarít sa vypočíta podľa jednoduchého vzťahu

$$I_c = J \cdot A_{u,c} \quad [\text{A}] \quad (5.39)$$

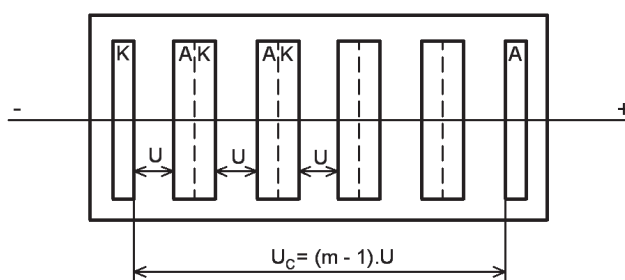
kde  $J$  je použitá hustota prúdu [ $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ ]

$A_{u,c}$  je účinná plocha elektród jednej polaroty [ $m^2$ ]

Prúdové zaťaženie dosahuje hodnoty rádovo desiatky až stovky kA. Na rozdiel od prúdu, napätie jednej vane s monopolárnymi elektródami je nízke, maximálne do 10 V. Aby sa využilo svorkové napätie zdroja prúdu ( $U_z$ ), spája sa elektricky do série taký počet elektrolyzéroov  $n$ , aby sa dosiahla rovnosť

$$U_z = n \cdot U_c = n \cdot U \quad [V] \quad (5.40)$$

- **bipolárne elektródy** – každá elektróda má obidve polaroty, z jednej strany je anódou, z druhej katódou. Bipolárne elektródy sú zavesené do vane v pravidelných vzdialenostiach bez pripojenia na zdroj prúdu. K tomu sa pripájajú len krajné monopolárne elektródy a nimi vytvorené elektrické pole v elektrolyte zabezpečuje bipolaritu vnútorných (obr. 5.15)



5.15 Bipolárne spojenie elektród

V bipolárnych elektrolyzérooch sú teda elektródy pospájané do série, čo znamená, že ak medzi dvoma susednými elektródami je napätie  $U$  a je zároveň rovnako veľké medzi všetkými ostatnými dvojicami, celkové napätie na elektrolyzéri je

$$U_c = (m - 1) \cdot U \quad (5.41)$$

pri počte  $m$  elektródových dosiek. Podobne ako pri monopolárnom spojení aj v tomto prípade je výhodné elektrolyzér zostaviť z takeho počtu elektród, aby sa celkové napätie zhodovalo s napätím zdroja ( $U_c = U_z$ ). Ak má elektrolyzér menší počet elektród, využitie napätia zdroja sa dá znovu riešiť spojením niekoľkých do série.

Pri bipolárnom spájaní elektród celková účinná plocha elektród sa rovná ploche jednej elektródy, je teda podstatne menšia ako u monopolárneho zapojenia. Pre dovolenú hustotu prúdu je potom celkový prevádzkový prúd menší, čo znižuje nároky na prívody prúdu k elektródam.

V oboch alternatívach pripájania elektród k zdrojom prúdu, prívody zo strany zdrojovne sa zhotovujú z Cu alebo Al-pásoviny (pevná časť), z ktorej sa v elektrolytickej hale rozvádzajú na svorky elektród sústavou káblov alebo pružnými Cu-lamelami. S ohľadom na veľké prenášané prúdy treba konštrukcii elektrických prívodov venovať veľkú pozornosť.

### 5.7.3 Elektrické zdroje pre elektrolytické procesy

Zásadnou požiadavkou na vlastnosti zdrojov elektrickej energie pre elektrolytické procesy je udržiavanie výstupného jednosmerného prúdu na konštantnej hodnote. Nezanedbateľnou okolnosťou pri posudzovaní kvality zdrojov je tiež účinnosť premeny (usmernenia) striedavého prúdu na jednosmerný, čo je účinnosť usmerňovača. Poznáme niekoľko druhov priemyselných usmerňovačov, ktoré možno rozdeliť do dvoch skupín:

- skupina agregátov **s pohyblivými (rotačnými) prvkami**, akou je sústava motor-dynamo, rotačný menič (synchronný konvertor) alebo kontaktný usmerňovač

- skupina agregátov *s nepohyblivými (statickými) prvkami*, ktoré tvoria ortuťové alebo polovodičové usmerňovače

V prvej polovici 20. storočia pre elektrochemické procesy sa používali skoro výlučne agregáty 1. skupiny. S rozvojom polovodičovej techniky sa postupne presadili statické meniče, najmä kremíkové a tyristorové usmerňovače.

Kremíkové usmerňovače patria medzi tzv. *neriadené usmerňovače*, t.j. také, ktorých výstupné napätie sa nereguluje. Výstupné napätie *riadených usmerňovačov* sa dá regulovať v širokom rozsahu s minimálnymi stratami, ich základným prvkom sú tyristory.

Usmerňovače oboch typov sa skladajú z týchto častí:

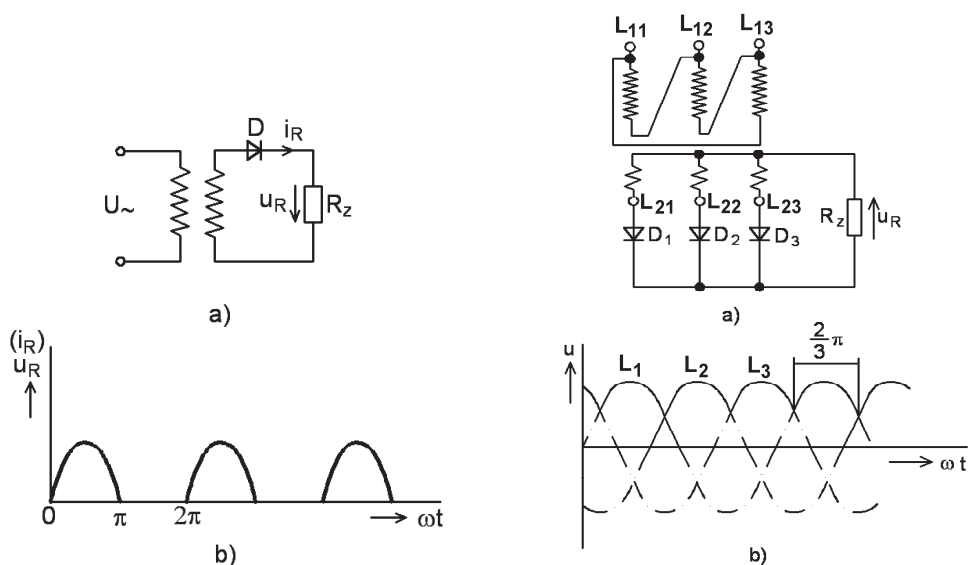
- a) transformátor, ktorý galvanicky oddeľuje napájací obvod striedavého prúdu od jednosmerného prúdu a umožňuje vhodnou voľbou sekundárneho napätia upravovať veľkosť výstupného jednosmerného napätia,
- b) vlastný usmerňovač, ktorý pozostáva z kremíkových diód alebo tyristorov,
- c) filter, zložený z pasívnych elektrických prvkov (indukčnosť, kapacita), ktoré vyhladzujú pulzujúce výstupné napätie.

Podľa napájacej siete primárne vinutie transformátorov je jednofázové alebo trojfázové, počet sekundárnych vinutí závisí od spôsobu zapojenia usmerňovača (jeden až dvanásť vinutí). Trojfázové transformátory sa používajú pre usmernenie veľkých výkonov a v porovnaní s jednosmernými sú výkonnejšie, pretože dosahujú vyššiu hodnotu jednosmerného napätia, jeho menšiu pulzáciu a vyššiu účinnosť premeny. Činnosť usmerňovačov tiež ovplyvňuje:

- charakter záťaže (odporová alebo induktívna)
- existencia protinapätia v obvode záťaže

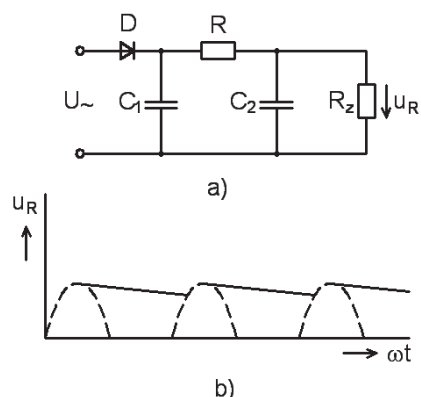
Pri elektrolytických procesoch obvod má charakter odporovej záťaže a s protinapäťím.

Činnosť a porovnanie jednofázového a trojfázového, v oboch prípadoch jednocestného usmerňovača s diódami, znázorňuje obr. 5.16



Obr. 5.16 Princíp jednofázového a trojfázového usmerňovača: schéma zapojenia (a) a časové priebehy napätia (b)

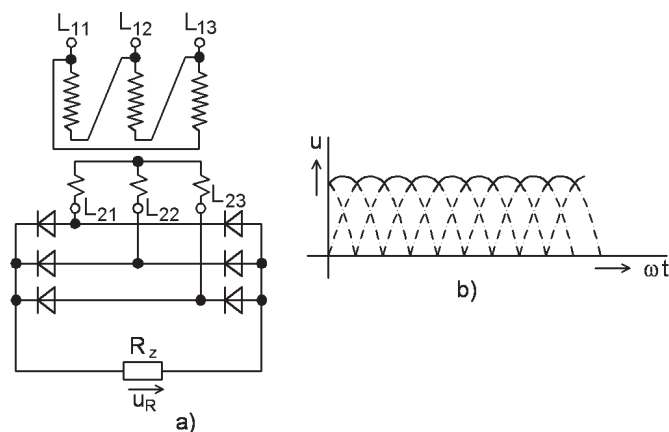
Schéma zapojenia jednofázového jednocestného usmerňovača s RC-filtrom a jeho vplyv na časový priebeh usmerneného napätia je na obr. 5.17



Obr. 5.17 Jednofázový jednocestný usmerňovač a časový priebeh usmerneného napätia

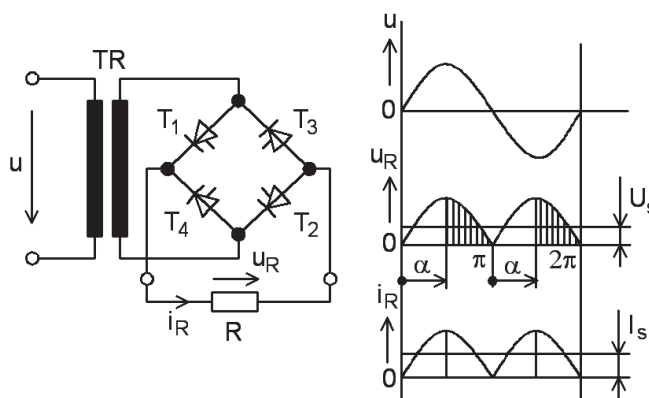
Z priebehov napätí na obr. 5.16 vidieť výhodu trojfázového usmernenia. Kým pri jednofázovom usmernení je stredná hodnota usmerneného napätia  $U_{ss} = 0,45 \cdot U$ , pri trojfázovom je  $U_{ss} = 1,17 \cdot U$ , s použitím filtra bude výstupné napätie prakticky časovo nezávislé. Naznačené priebehy prirodzene platia pre odporovú záťaž. Pri trojfázovom usmernení je primárne vinutie spojené do trojuholníka, sekundárne do hviezdy, aby sa obmedzil nepriaznivý vplyv usmerňovača na napájaciu sieť.

Kvalitnejšie usmerňovače sú s dvojcestným usmernením, t.j. v zapojení diód do mostíka. Trojfázový dvojcestný usmerňovač a zodpovedajúci časový priebeh usmerneného napätia je znázornený na obr. 5.18. Jeho stredná hodnota je  $U_{ss} = 1,34 \cdot U$  [3].



Obr. 5.18 Trojfázový usmerňovač v mostíkovom zapojení a časový priebeh usmerneného napätia [24]

Napokon na obr. 5.19 je znázornený mostíkový riadený usmerňovač, ktorý pracuje s meniteľným pomerom vstupného striedavého a výstupného jednosmerného napätia. Riadiacim prvkom je tyristor.



Obr. 5.19 Tyristorový riadený usmerňovač (jednofázový) [24]

Tyristor pracuje tak, že pokiaľ nedostane spúšťací impulz, nepotečie zaťažovacím odporom prúd. V kladnej polperióde striedavého napájacieho napätia spúšťacie impulzy sú na tyristoroch  $T_1$  a  $T_2$ , zaťažovacím odporom  $R_z$  potečie prúd  $i_R$  až do skončenia polperiódy. Prechodom napätia do záporných hodnôt tyristory  $T_1$  a  $T_2$  sa uzavrujú a spúšťací impulz otvorí dvojicu  $T_3$  a  $T_4$ , čím znovu prechádza odporom  $R_z$  prúd  $i_R$  rovnakého smeru. Dej sa pravidelne opakuje, veľkosť usmerneneného napätia  $u_R$  a prúdu  $i_R$  sa reguluje fázovým uhlom riadiaceho tyristora  $\alpha$ .

Usmerňovacie stanice pre elektrolytickú výrobu sa stavajú pre jednosmerné prúdy 1 až 300 kA a napätia 100 až 1000 V.

## 5.8 Priemyselné využitie elektrolýzy a energetická náročnosť procesov

Ako sme už poznamenali v úvode kapitoly, elektrolytické procesy majú široké použitie, presahujúce rámec „vyslovene“ chemických technológií, do ktorých patrí najmä výroba rôznych anorganických látok. Elektrolýza sa intenzívne využíva aj v iných priemyselných odvetviach. V hutníctve, konkrétne v elektrometalurgii prostredníctvom tzv. **hydrometalurgických technológií** sa vyrábajú rôzne kovy, prítomné v roztokoch elektrolytov, alebo sa rafinujú kovy predtým vyrobené bežným hutníckym (pyrometalurgickým) spôsobom. Elektrolýza je tiež výrobnou bázou **galvanotechniky**, používanej mimo iného v elektrotechnickom priemysle. Galvanizáciou sa rozumie pokovovanie povrchov nekovových alebo menej kvalitných kovových predmetov za účelom zlepšenia fyzikálno-chemických vlastností vrátane ochrany proti korózii. Pre priemysel každej krajiny je rovnako významná elektrolýza tavenín. Na ilustráciu využitia elektrolýzy uvedieme niekoľko príkladov.

1. **Elektrolytická rafinácia kovov** – je elektrolýza vodných roztokov elektrolytov s využitím hydrometalurgických procesov. Je to veľmi rozšírený spôsob výroby čistých kovov, v ostatných rokoch až 80 % takých kovov sa získava práve elektrolytickou rafináciou a nie z jednotlivých rúd. Typickým príkladom je elektrolytická rafinácia medi, pri ktorej sa z hutníckeho medziproductu (tzv. čiernej medi) získava čistá elektrolytická meď s obsahom až 99,98 % Cu.

Elektrolýza prebieha v elektrolyzéri tégľového tvaru, elektrolytom je vodný roztok síranu meďnatého. Anóda je z hutníckej medi, katódou sú tenkostenné plechy z elektrolytickej medi. V priebehu elektrolýzy sa anóda rozpúšťa, na katóde sa vylučuje čistá meď. Hustota prúdu na katóde sa pohybuje v hraniciach 160 až 350 A·m<sup>-2</sup>. Čím je hustota

prúdu menšia, tým kvalitnejšia je vylúčená elektrolytická meď a tým menšia je merná spotreba elektrickej energie. Býva 165 až 350 kWh·t<sup>-1</sup> vylúčenej medi. Prúdový výťažok je 0,9 až 0,98 %. Analogickou technológiou sa rafinuje tiež nikel, kobalt, olovo, striebro, zlato a ďalšie kovy.

2. **Galvanizácia** – je elektrolytický proces, ktorý podľa účelu sa delí na galvanostégiu a galvanoplastiku.

**Galvanostégia** je galvanické pokovovanie povrchov menej kvalitných kovov, prípadne po špeciálnej úprave aj povrchov nekovových predmetov. Predmet, ktorý sa má pokovovať, tvorí katódu, anódou je spravidla doska z kovu, ktorým sa má pokovovať. Elektrolytom musí byť roztok kyseliny, zásady alebo soli tohto kovu. Hustota prúdu na katóde má byť relatívne malá, aby kov pokrýval predmet rovnomerne. Pohybuje sa v desiatkach A·m<sup>-2</sup>, len ojedinele je vyššia (napr. pri poniklovaní predmetov býva 300 A·m<sup>-2</sup>, pri pochromovaní okolo 150 A·m<sup>-2</sup>, ale pri postriebrovaní len 30 A·m<sup>-2</sup>). Galvanostégia sa bežne využíva v slaboprúdovej elektrotechnike, v zlatníctve, bižutérii, pri výrobe optických prístrojov a pod.

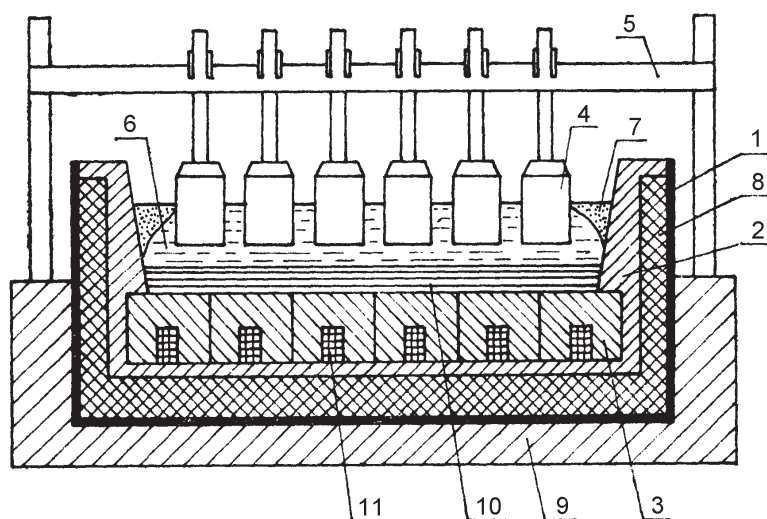
**Galvanoplastika** – je zhotovenie odliatkov rôznych predmetov elektrolytickou cestou. Napr. model zo sadry sa natrie tenkou vrstvou grafitu a s týmto vodivým povrchom sa ponorí do elektrolytu ako katóda. Na nej sa elektrolyticky vylúči potrebná vrstva žiadaného kovu, napr. medi. Anódou je v tomto prípade Cu-doska, elektrolytom roztok modrej skalice (CuSO<sub>4</sub>). Pri dostatočne hrubej vrstve medi na katóde, táto sa od nej odlúpne a tak dostaneme verný odliatok pôvodného modelu. Galvanoplastika sa využíva pri výrobe odliatkov gramofónových platní, drobných umeleckých predmetov a najmä v polygrafii na výrobu tlačových foriem.

3. **Elektrolýza tavenín** – je to druh elektrolýzy, pri ktorej elektrolytom je roztavený polotovar, soľ obsahujúca vyrábaný kov. Využíva sa pri výrobe elektronegatívnych (spravidla alkalických) kovov. Roztavené soli sú najmä rôzne fluoridy alebo chloridy. Príprava soli do roztaveného stavu a jej udržanie na teplote taveniny v elektrolýze sa zabezpečuje tým istým prúdom ako pre vlastný proces elektrolýzy. Preto túto elektrolýzu nazývame tiež **termickou elektrolýzou**. Termická elektrolýza je teda kombinácia tepelných a elektrochemických procesov. Pracovná teplota termickej elektrolýzy (roztavených solí) sa pohybuje v hraniciach 400 až 960 °C, výnimočne aj viac. Preto aj kov vylučovaný na katóde je spravidla v roztavenom stave. Termická elektrolýza sa využíva najmä v hutníctve, na výrobu kovového sodíka, hliníka, horčíka, tiež lítia a fluóru. Energetická náročnosť týchto technológií patrí medzi najvyššie.

Termická elektrolýza sa najviac využíva pri **výrobe hliníka**. Elektrolytom je oxid hliníka Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (bauxit), s teplotou tavenia okolo 2050 °C. Ak sa ale rozpustí v roztavenom kryolite (čo je fluorid hlinito-sodnatý, Na<sub>3</sub>AlF<sub>6</sub>), elektrolýza a vylučovanie hliníka prebieha už pri teplote okolo 950 až 980 °C. Koncentrácia Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> v roztavenom kryolite je 3 až 10 %.

Termický elektrolýzér na výrobu hliníka je znázornený na obr. 5.20. Tvorí ho oceľový plášť elektrolytickej vane (1), ktorá je uložená na betónovom základe (9). Na obmedzenie tepelných strát slúži šamotová výmurovka (8), zakrytá uhlíkovými blokmi (2) a pôdnymi katódami z grafitu (3). Spojenie katód so zdrojom jednosmerného prúdu zabezpečujú masívne privody (11). Privod prúdu na anódy (4) zabezpečujú prípojnice (5) z Cu-pásoviny. Anódy sú vertikálne a pohyblivé, aby sa dala nastavovať konštantná vzdialenosť medzi nimi a katódovou sústavou, nakoľko hrúbka vylúčenej hliníkovej vrstvy (10) sa v priebehu elektrolýzy zväčšuje. Normálne býva 100 až 150 mm. Anódy sú buď grafitové alebo tzv. samovypaľovacie na báze uhlíka (Söderbergove elektródy), požadovanou časťou ponorené do elektrolytu (6). Po okrajoch vane (7) tento zvykne kôrovatieť (tuhnúť v miestach s nižšou teplotou).





Obr. 5.20 Schéma termického elektrolýzera na výrobu hliníka

Proces termoelektrolýzy hliníka prebieha pri napätí 4,5 až 5 V a hustote prúdu 8 až  $60 \text{ kA}\cdot\text{m}^{-2}$ . Celkové napätie na sústave elektrolýzér (zapojených do série) sa pohybuje okolo 250 až 700 V, celkový prúd prechádzajúci sústavou paralelne zapojených elektród v jednej vane dosahuje desiatky kA. Elektrická účinnosť je 0,8 až 0,9 energetická len okolo 0,3 (veľké tepelné straty). Merná spotreba elektrickej energie pri elektrolýtickej výrobe hliníka býva  $17500$  až  $19500 \text{ kWh}\cdot\text{t}^{-1} \text{ Al}$  a patrí medzi najvyššie.

Termickou elektrolýzou sa tiež vyrába *horčík*. Do šamotom vyloženej vane vyplnenej taveninou  $\text{MgCl}_2$  sú zapustené grafitové anódy a oceľové katódy. Priestor medzi katódami a anódami je rozdelený šamotovou diafragmou, chrániacou na katóde vylúčený horčík (zhromaždený na hladine taveniny elektrolytu) pred vplyvom plynného chlóru, anódového produktu. Pracovná teplota procesu je okolo  $720 \text{ }^\circ\text{C}$ , napätie na jednom elektrolýzéri 7 až 8,5 V, merná spotreba elektrickej energie  $18000$  až  $26000 \text{ kWh}\cdot\text{t}^{-1}$  horčíka.

Pri výrobe fluóru s kyslým fluoridom draselným  $\text{KF}\cdot\text{HF}$  ako elektrolytom je pracovná teplota asi  $250 \text{ }^\circ\text{C}$ , merná spotreba elektrickej energie okolo  $12000 \text{ kWh}\cdot\text{t}^{-1}$  fluóru. Ak je elektrolytom kyslý fluorid draselný v zložení  $\text{KF}\cdot 2\text{HF}$  pracovná teplota je  $75 \text{ }^\circ\text{C}$  (resp.  $115 \text{ }^\circ\text{C}$ ) a merná spotreba  $21000$  (resp.  $14000$ )  $\text{kWh}\cdot\text{t}^{-1}$  fluóru.

Energeticky najnáročnejšia je *termoelektrolýza lítia*. Je to elektrolýza  $\text{LiCl}_2$  v tavenine obsahujúcej 50 % hmotnostných jednotiek  $\text{LiCl}$  a 50 %  $\text{KCl}$ . Merná spotreba elektrickej energie dosahuje  $40000$  až  $60000 \text{ kWh}\cdot\text{t}^{-1}$  lítia. Prevádzkové napätie je 8 až 13 V na jednom elektrolýzéri.

4. *Elektrolýtické obrábanie kovov* – je to novodobý spôsob opracovania kovových súčiastok odoberaním materiálu elektrochemickým rozpúšťaním. Obrábací nástroj tvorí katódu, obrobok anódu, priestor medzi nimi sa intenzívne preplachuje elektrolytom. Vplyvom jednosmerného prúdu na katóde sa uvoľňujú vodíkové ióny, na anóde (obrobku) kov stráca elektróny, ktorých počet zodpovedá jeho mocenstvu. Tieto sa dostávajú do elektrolytu, reagujú s jeho zložkami a vytvárajú odpadové produkty. Rýchlosť obrábania závisí od hustoty prúdu, napr. pri elektrochemickom hĺbení býva do  $100 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ , pri napätí 8 až 15 V. Hustota prúdu a rýchlosť obrábania je najväčšia v mieste najmenej vzdialenosti medzi elektródami. Tým sa prekopíruje tvar katódy do anódy, t.j. tvar nástroja do obrobku. Výhodou elektrochemického obrábania je vysoká produktivita a skutočnosť, že z nástrojovej elektródy neubúda, na obrobku nevzniká tepelne ovplyvnená vrstva.

Okrem elektrochemického hĺbenia ďalšími metódami obrábania je napr. elektrochemické leštenie, brúsenie, značkovanie, leptanie a ďalšie procesy.

## 6 PREMENA ELEKTRICKEJ ENERGIE NA MECHANICKÚ ENERGIU

Silové účinky magnetického poľa na vodiče pretekané elektrickým prúdom patria medzi zásadné a zároveň najstaršie poznatky z elektrotechniky. Získavali sa postupne na poli fyziky 18. a 19. storočia. Napr. už r. 1784 Coulomb vyslovil postulát o pôsobení sily medzi dvoma elektrickými nábojmi, resp. magnetickými pólmi, v r. 1820 Ørsted objavil magnetické účinky elektrického prúdu, r. 1821 Faraday propagoval možnosť využitia elektrickej energie pre získanie mechanickej práce. Ten istý autor v r. 1831 až 1845 teoreticky popísal javy elektromagnetickej indukcie a formuloval základy teórie elektromagnetického poľa.

Adekvátne týmto poznatkom v laboratóriách sa postupne konštruovali prvé meniče elektrickej energie na mechanickú prácu – *elektrické motory*. Už v r. 1828 až 1834 jednoduché motory zostrojili postupne Barlow, Ritchie a Jacobi. V r. 1866 prvé dynamo skonštruoval Siemens. Rápidny rozvoj v konštrukcii a využívaní elektrických motorov nastal až koncom 19. storočia, teda v období začiatkov systematickej výroby elektrickej energie (r. 1882). V tejto dobe bol podiel mechanickej práce na spotrebe elektrickej energie najvyšší, podstatne vyšší ako podiely ostatných koncových foriem, produkovaných z elektrickej energie.

Konverzné zariadenie, ktoré slúži pre elektro-mechanickú, resp. mechanicko-elektrickú premenu energie sa všeobecne nazýva *elektrický stroj*. Je to stroj, v ktorom na princípe elektromagnetickej indukcie sa uskutočňujú predmetné premeny tak, že aspoň jedna z foriem energie je elektrická. V tomto zmysle elektrické stroje sú:

- *elektrické generátory* – meniče mechanickej energie na elektrickú
- *elektrické motory* – meniče elektrickej energie na mechanickú
- *transformátory* – menia parametre tej istej elektrickej energie (prúd, napätie)

Každý z vymenovaných elektrických strojov má tri samostatné obvody (ako na obr. 2.17), rozdielne podľa funkcie stroja.

Stroj vo funkcii generátora má:

- primárny obvod so zdrojom mechanickej energie (pohonom)
- sekundárny elektrický obvod, produkujúci elektrickú energiu do záťaže
- magnetický obvod, prostredníctvom magnetického poľa spája predchádzajúce obvody (indukčne)

Stroj vo funkcii motora má:

- primárny elektrický obvod so zdrojom elektrickej energie
- sekundárny obvod, produkujúci mechanickú prácu do záťaže
- magnetický obvod, s rovnakým cieľom ako pri generátore

Stroj vo funkcii transformátora má:

- primárny elektrický obvod so zdrojom elektrickej energie
- sekundárny elektrický obvod so spotrebou elektrickej energie
- magnetický obvod, s rovnakým cieľom ako pri generátore

Okrem uvedeného kritéria elektrického stroja je zvykom tiež triediť podľa ďalších charakteristických znakov, napr.

- **podľa prevádzkového prúdu**

- jednosmerné
- striedavé

(jednosmerné generátory sú dynamá, striedavé sa nazývajú alternátory)

- **podľa pohybu**

- točivé (generátory, motory, ...)
- netočivé (transformátory, polovodičové meniče, ...)

- **podľa princípu činnosti**

- transformátory
- asynchrónne stroje
- synchronné stroje
- jednosmerné stroje
- komutátorové stroje
- iné, špeciálne

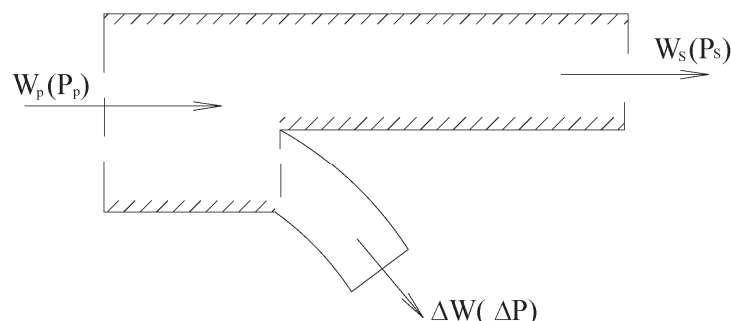
- **podľa ďalších elektrických parametrov** (výkon, napätie, frekvencia a pod.)

## 6.1 Premena energie a energetická bilancia točivých elektrických strojov

Bez ohľadu na smer premeny energie predpokladajme, že do točivého elektrického stroja privádzame do jeho primárneho obvodu energiu  $dW_p$ , čo je príkon  $P_p$  za dobu  $dt$ . V stroji sa energia mení na inú formu, získaná energia v sekundárnom obvodu má hodnotu  $W_s$ , čo je výkon stroja  $P_s$  v rovnakej dobe  $dt$ . Pretože v točivom stroji ako v každom inom meniči pri premene energie vznikajú určité straty, prirodzene platí, že  $P_s < P_p$ , resp.  $W_s < W_p$ . Energetické straty majú charakter tepla, ktorým sa ohrievajú jednotlivé časti stroja a ich veľkosť je

$$\Delta W = W_p - W_s = (P_p - P_s) \cdot dt \quad (6.1)$$

Rovnici (6.1) zodpovedá schéma všeobecnej energetickej bilancie elektrického stroja, znázornená na obr. 6.1



Obr. 6.1 Energetická bilancia elektrického stroja

Energetické straty majú niekoľko príčin, rozdielných miestom a princípom generovania tepla v stroji. V točivom elektrickom stroji tomu zodpovedajú straty:

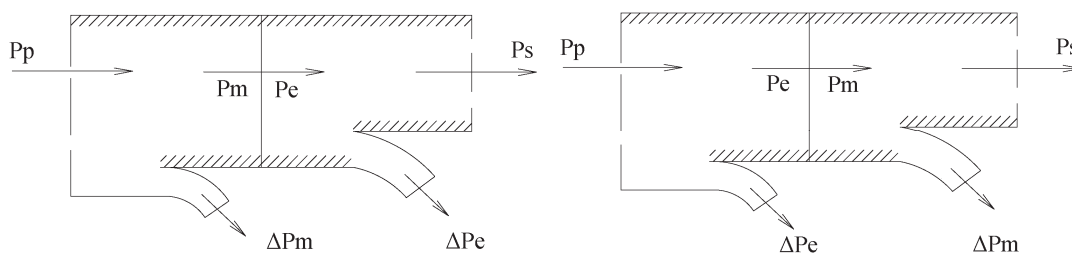
1. elektrické, čo sú Jouleove straty vo všetkých elektricky vodivých obvodoch stroja (vodičoch, vinutiach, ...)
2. magnetické, t. j. straty vírivými prúdmi a hysterézne vo feromagnetických častiach stroja (prirodzene, ak sa nachádzajú v striedavom magnetickom poli)
3. mechanické, ktoré vznikajú trením v ložiskách, ventilátoroch a pod.
4. dielektrické, straty v izoláciách, podrobených pôsobeniu striedavých elektrických polí.

Jednotlivé straty sú veľkosťou rôzne, spravidla najväčšie sú elektrické a magnetické, dielektrické sú zanedbateľné, zvlášť v strojoch pre nízke napätie a frekvencie. Od celkových strát prirodzene závisí celková energetická účinnosť elektrických strojov

$$\eta_c = \eta_{en} = \frac{P_s}{P_p} = \frac{P_s}{P_s + \Delta P} < 1 \quad (6.2)$$

ktorá sa pohybuje v širokých hraniciach od 30 % až do 99 %, od strojov malých výkonov (rádovo desiatky W), po stroje veľmi veľkých výkonov (rádovo jednotky MW a viac).

Ak točivý elektrický stroj budeme konkretizovať generátorom a motorom potom postupnosť premien energie (v súlade s obr. 6.1) môžeme znázorniť schémami na obr. 6.2.



Obr. 6.2 Schéma premien energie: a) v generátore b) v motore [26]

**Pre generátor platí (obr. 6.2a):**

- užitočný mechanický výkon na rozhraní premeny je

$$P_m = P_p - \Delta P_m \quad (6.3)$$

čo je rozdiel mechanického príkonu  $P_p$  (na vstupe generátora) a mechanických strát  $\Delta P_m$ .

- užitočný elektrický výkon  $P_{už,e}$  na výstupe (na svorkách) generátora je

$$P_s = P_e - \Delta P_e = P_{už,e} \quad (6.4)$$

čo je rozdiel generovaného elektrického príkonu  $P_e$  a elektrických strát v generátore  $\Delta P_e$ , pričom platí, že  $P_m = P_e$ . Z oboch rovníc (6.3) a (6.4) ľahko získame rovnicu celkovej energetickej bilancie premeny energie v generátore

$$P_p = P_{už,e} + \Delta P_m + \Delta P_e \quad (6.5)$$

**Pre motor platí (obr. 6.2b):**

- užitočný elektrický výkon na rozhraní premeny je

$$P_e = P_p - \Delta P_e \quad (6.6)$$

čo je rozdiel elektrického príkonu  $P_p$  na svorkách motora a elektrických strát  $\Delta P_e$

- užitočný mechanický výkon  $P_{už,m}$  na hriadelí motora

$$P_s = P_m - \Delta P_m = P_{už,m} \quad (6.7)$$

čo je rozdiel generovaného mechanického príkonu  $P_m$  a mechanických strát v motore  $\Delta P_m$ , pričom je  $P_e = P_m$ . Rovnica celkovej energetickej bilancie premeny energie v motore (z rovníc 6.6 a 6.7)

$$P_p = P_{už,m} + \Delta P_e + \Delta P_m \quad (6.8)$$

Pri oboch premenách točivý moment (točivého) elektrického stroja je definovaný vzťahom

$$M = \frac{P_m}{\omega} = \frac{P_e}{\omega} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (6.9)$$

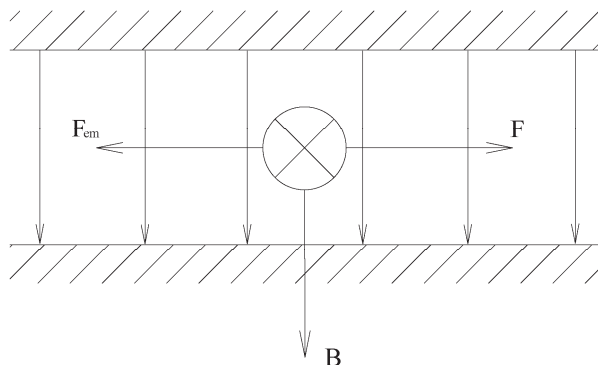
kde  $\omega$  je uhlová rýchlosť stroja [ $\text{s}^{-1}$ ].

V stroji vo funkcii generátora je to točivý moment pôsobiaci proti momentu stroja (napr. turbíny), ktorý poháňa generátor. V stroji vo funkcii motora je to moment, ktorý prekonáva záťažný moment poháňaného stroja, teda koná užitočnú mechanickú prácu.

Z predmetnej energetickej bilancie premeny energie v generátore a motore vyplýva niekoľko záverov.

1. V každom elektrickom stroji jeho príkon je vždy väčší ako výkon. V súlade so zákonom o zachovaní energie, rozdiel medzi príkonom a výkonom určujú celkové energetické straty, ktoré sa spotrebujú vo forme tepla na neúčinný ohrev jednotlivých častí stroja.
2. Mechanické straty stroja sa kryjú z jeho mechanického výkonu, ostatné straty sa kryjú z elektrického výkonu stroja.
3. Proces premeny energie v generátore a motore je vzájomne ekvivalentný, z čoho vyplýva, že v každom elektrickom stroji môže byť pôvodný smer premeny energie zmenený na smer opačný. Táto vlastnosť sa nazýva **vratnosť elektrických strojov**.

Princíp vratnosti točivých elektrických strojov vysvetlíme pomocou obr. 6.3, odvodením niekoľkých jednoduchých rovníc.



Obr. 6.3 Princíp elementárneho elektrického stroja [26]

Z fyziky si pamätáme, že ak na vodič, umiestnený v magnetickom poli s orientáciou vektora indukcie  $\mathbf{B}$  podľa obr. 6.3, budeme pôsobiť vonkajšou silou  $\mathbf{F}$  (pohybovať ním konštantnou rýchlosťou  $\mathbf{v}$ ) v smere kolmom na vektor  $\mathbf{B}$ , v predmetnom vodiči bude sa indukovať elektromotorické napätie

$$u_e = \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \cdot l \quad [\text{V}] \quad (6.10)$$

kde  $\mathbf{B}$  je stredná hodnota indukcie pozdĺž vodiča dĺžky  $l$ . Ak na vodič je pripojená záťaž s odporom  $R$ , v uzavretom obvode začne pretekať indukovaný prúd  $i$  v naznačenom smere

⊗. Ak je magnetické pole stacionárne, prúd je konštantný a obr. 6.3 znázorňuje jednoduchý zdroj elektrickej energie – **elementárny generátor**.

Premenu mechanickej energie (reprezentovanú silou  $F$ ) na elektrickú energiu (reprezentovanú prúdom  $i$ ), potvrdíme prostredníctvom energetickej bilancie procesu. Indukovaný prúd vo vodiči vyvoláva na ňom elektrodynamický účinok, ktorý sa prejavuje pôsobením sily  $F_{em}$ . Táto má orientáciu proti sile  $F$ , teda proti pohybu vodiča a je

$$F_{em} = B \cdot i \cdot l \quad [V] \quad (6.11)$$

Pretože podmienkou rovnomerného pohybu vodiča v magnetickom poli je rovnosť oboch síl ( $F_{em} = F$ ) musia byť tiež rovné aj zodpovedajúce výkony, teda  $F \cdot v = F_{em} \cdot v$ . Ak v ostatnom zápise silu  $F_{em}$  vyjadríme pomocou rovnice (6.11), s využitím rovnice (6.10) dostaneme zápis

$$F \cdot v = B \cdot i \cdot l \cdot v = u_e \cdot i \quad [V] \quad (6.12)$$

Rovnica (6.12) vyjadruje premenu mechanickej energie ( $F \cdot v$ ) na elektrickú energiu ( $u_e \cdot i$ )

Popísaný proces premeny oboch foriem energie prebieha aj v obrátenom smere. Ak vodičom v magnetickom poli nepohybujeme ( $F = 0$ ;  $v = 0$ ), ale ho spojíme s vonkajším elektrickým zdrojom, tvorí uzavretý elektrický obvod s pretekajúcim prúdom  $i$ . Do systému stroja sa dodáva elektrická energia, ktorá na vodič pôsobí elektromagnetickou silou ako na obr. 6.3, teda vodič sa bude pohybovať v opačnom smere. Systém pracuje ako **elementárny motor**, pohyblivý vodič môže konať užitočnú prácu (ak je mechanicky zaťažovaný).

Napätie elektrického zdroja  $U$  musí byť vyššie ako elektromotorické  $u_e$  o úbytok napätia v obvode vodiča  $\Delta U = R \cdot i$ , teda

$$U = u_e + R \cdot i \quad (6.13)$$

ktorému zodpovedá príkon odoberaný zo siete

$$U \cdot i = u_e \cdot i + R \cdot i^2 \quad (6.14)$$

čo s využitím rovníc (6.10) a (6.11) napokon je

$$U \cdot i = B \cdot v \cdot l \cdot i + R \cdot i^2 = F_{em} \cdot v + R \cdot i^2 \quad (6.15)$$

Z ostatného vzťahu vyplýva, že elektrická energia (výkon  $U \cdot i$ ) sa mení na mechanickú energiu (výkon  $F_{em} \cdot v$ ). Zvyšok predstavuje Jouleove straty v obvode motora ( $R \cdot i^2$ ). Z uvedených poznatkov napokon vyplýva princíp vratnosti elektrického stroja.

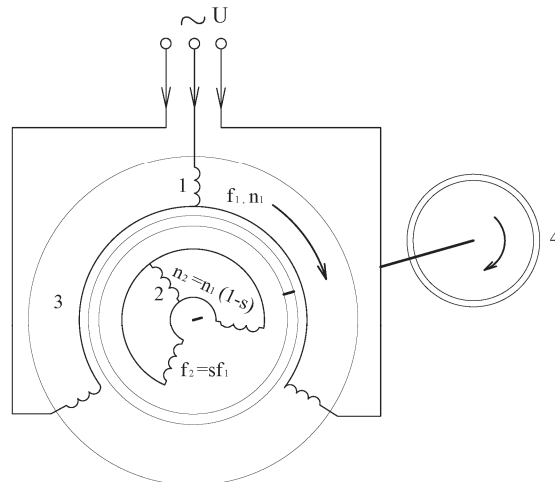
Pretože obsahom kapitoly je premena elektrickej energie na mechanickú, stručne sa zmienime o jednom type elektrických motorov, najjednoduchšom asynchrónnom.

## 6.2 Princíp asynchrónneho motora

Asynchrónny motor, ako každý iný točivý elektrický stroj, konštrukčne sa skladá z dvoch častí. Z pevnej – statora a otáčavej – rotora. Stator sa vyrába z dynamo plechov s drážkami, v ktorých je uložené spravidla trojfázové vinutie tak, že je prepínateľné z hviezdy do trojuholníka. Rotor je rovnako z dynamoplechov, podľa spôsobu vinutia konštrukčne je dvojaký. **Krúžkové motory** (motory s vinutým rotorom) majú vinutie rovnaké ako stator, ktoré je vyvedené cez kefy a krúžky na svorkovnicu motora. **Klietkové motory** (rotory s klietkou nakrátko) majú miesto vinutia v drážkach rotora medené alebo hliníkové tyče, ktoré sú na oboch čelných stranách spojené kruhmi nakrátko, čím sa vytvára obvod v tvare klietky. Motor s kotvou nakrátko je najjednoduchší, preto aj najpoužívanejší elektrický točivý stroj. Sústava stator – rotor sa rieši v tvare dvoch súosových valcov,

vnútorný valec tvorí rotor, je upevnený na hriadeľi a otáča sa v ložiskách vo vnútri vonkajšieho valca – statora.

Činnosť asynchrónneho stroja vo funkcii motora vysvetlíme pomocou obr. 6.4.



Obr. 6.4 Princíp činnosti trojfázového asynchrónneho motora [26] (1) statorové vinutie, (2) rotorové vinutie, (3) vzduchová medzera, (4) záťaž

Ak trojfázové statorové vinutie (1) sa pripojí k napájacej sieti ( $U$ ), jeho cievkami budú pretekať prúdy s fázovým natočením  $120^\circ$ , čím v magnetickom obvode generujú otáčavé magnetické pole. To sa bude otáčať tzv. synchronnými otáčkami  $n_1$ . Pretože indukčné čiary tohto poľa pretínajú vodiče statorového aj rotorového vinutia (2), v oboch sa budú indukovať zodpovedajúce napätia. Indukované napätie v statorovom vinutí pôsobí proti indukujúcemu, preto obmedzuje statorové prúdy na hodnoty, pre ktoré je motor (statorové vinutie) konštruovaný. Indukované napätie v rotorovom vinutí (2) vyvoláva v ňom prúdy, ktoré spolu s prítomným magnetickým poľom generujú elektrodynamický účinok na vodiče vinutia o sile podľa vzťahu (6.11). Preto sa začnú vychýľovať v smere otáčania poľa, teda rotor sa začne otáčať.

Pri postupnom zvyšovaní otáčok sa bude znižovať relatívny pohyb vodičov rotora voči poľu statora, spomalí sa časová zmena magnetického toku viazaného vodičmi, zníži sa teda indukované napätie aj prúd, čoho výsledkom je aj zníženie mechanickej sily pôsobiacej na vodiče. Dochádza k ustáleniu otáčok rotora pod hodnotu synchronných. Preto motor sa nazýva asynchrónny alebo indukčný. Indukčný preto, že jeho pôsobenie je založené na indukovaní napätia v rotore od magnetického poľa vyvolaného statorom. Z uvedeného popisu výsledok sa dá stručne vysloviť takto: elektrická energia dodávaná zo siete do statora sa prostredníctvom vytvoreného otáčavého magnetického poľa prenáša na rotor a z toho v mechanickej forme na hriadeľ poháňaného zariadenia. Elektrický stroj pracuje ako asynchrónny motor (s otáčkami menšími ako sú synchronne), na hriadeľi rotora sa generuje hnací točivý moment podľa vzťahu (6.9).

Statorové vinutie je prirodzene rovnomerne rozložené v drážkach po obvode statora s posunutím o  $120^\circ$  voči sebe, rotorové vinutie krúžkových motorov je troj- alebo viacfázové. Vzduchová medzera (3) z dôvodu dobrej magnetickej väzby medzi statorom a rotorom má byť čo najmenšia. Pri danej priestorovej konfigurácii cievok vinutia a fázovom posunutí prúdov o  $120^\circ$  vytvorené magnetické pole je presne také, aké by sme vytvorili rovnomerným otáčaním permanentného magnetu okolo osi rotora. Preto sa nazýva **otáčavé magnetické pole**.

Ak striedavým prúdom vybudené magnetické pole po obvode statora má jeden severný a jeden južný pól (počet pólov stroja je  $2p = 2$ , teda počet pólových dvojíc, resp. polpárov stroja je  $p=1$ ), potom dobe jedného kmitu prúdu zodpovedá otočenie poľa o  $360^\circ$ . Ak je teda počet synchronných otáčok poľa za 1 minútu  $n_1$ , zodpovedajúca frekvencia je

$$f_1 = \frac{n_1}{60} \quad [\text{Hz}; \text{min}^{-1}] \quad (6.16)$$

čo je frekvencia statorového prúdu. Teda synchronne otáčky dvojpólového stroja pri sieťovej frekvencii 50 Hz sú

$$n_1 = 60 \cdot f_1 = 3000 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1} \quad (6.17)$$

Synchronne otáčky s viac pólovými dvojicami sú

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} \quad (6.18)$$

Ak v ustálenom stave otáčky rotora voči statoru označíme  $n_2$  [ $\text{s}^{-1}$ ], potom rozdiel

$$n_s = n_1 - n_2 \quad [\text{s}^{-1}] \quad (6.19)$$

definuje (relatívne) otáčky rotora voči otáčavému poľu statora. Nazývame ich **sklzové otáčky**. Sklzovým otáčkam zodpovedá frekvencia indukovaného napätia v rotorovom vinutí

$$f_2 = p \cdot n_s \quad [\text{Hz}; \text{s}^{-1}] \quad (6.20)$$

Sklzové otáčky zároveň definujú tzv. **sklz asynchronného stroja** ako ich pomer k synchronným otáčkam

$$s = \frac{n_s}{n_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (6.21)$$

Teda skutočné otáčky rotora za 1 minútu s využitím vzťahu (6.18) sú

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) = \frac{60 \cdot f_1}{p} \cdot (1 - s) \quad [\text{min}^{-1}] \quad (6.22)$$

Pretože asynchronne stroje pracujú so sklzom  $s \ll 1$ , zo vzťahu (6.22) vyplýva, že otáčky rotora sú blízke synchronným. Hodnoty sklzu sa pohybujú v priemere okolo 5%, pri najmenších motoroch bývajú okolo 10%, pri najväčších okolo 1%.

Ak je rotorové vinutie spojené, rovnako ním tečie trojfázový prúd, analogicky vytvárajúci otáčavé magnetické pole. Pole sa vzhľadom na rotor točí sklzovými otáčkami

$$n_s = \frac{60 \cdot f_2}{p} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (6.23)$$

a vzhľadom na stator otáčkami

$$n_1 = n_s + n_2 \quad [\text{min}^{-1}] \quad (6.24)$$

Synchronne otáčky sú teda súčtom sklzových otáčok a otáčok rotora, resp. inými slovami obidve otáčavé polia sa sčítavajú do výsledného, spoločného magnetického poľa, ktoré sa otáča synchronnými otáčkami  $n_1$ .

Ak ostatnú rovnicu vyjadríme pomocou frekvencií, dostaneme

$$\frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot f_2}{p} + n_2 \quad (6.25)$$

odkiaľ frekvencia rotora je

$$f_2 = f_1 - p \cdot \frac{n_2}{60} \quad [\text{Hz}; \text{min}^{-1}] \quad (6.26)$$

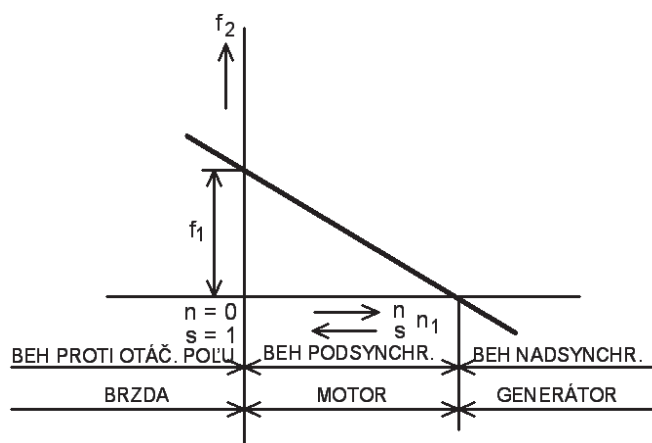


Pretože otáčky rotora  $n_2$  môžu byť kladné alebo záporné (kladné pri otáčaní rotora v smere poľa, záporné pri otáčaní proti smeru poľa), frekvencia rotora môže byť vyššia alebo nižšia ako frekvencia napájacej siete. Asynchrónny stroj teda môže pracovať ako **menič frekvencie**.

Napokon, z rovnice (6.21) využitím (6.18) a (6.23) vyplýva, že

$$s = \frac{f_2}{f_1} \text{ resp. } f_2 = s \cdot f_1 \quad (6.27)$$

Závislosť frekvencie  $f_2$  od sklzu a otáčok je znázornená na obr. 6.5

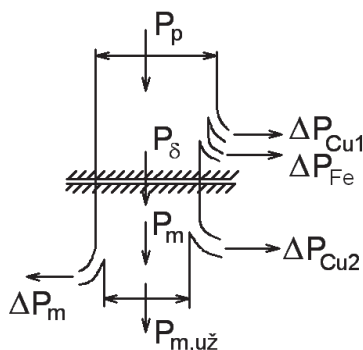


Obr. 6.5 Závislosť frekvencie rotora od sklzu a otáčok [27]

Obrázok znázorňuje tri základné prevádzkové stavy asynchrónneho stroja, t.j. vo funkcii motora, generátora a brzdy.

### 6.2.1 Straty a účinnosť asynchrónnych motorov

V čl. 6.1 sme bilancovali premenu energie v točivých elektrických strojoch všeobecne. Uplatníme ju na asynchrónny motor konkrétnym vyjadrením jednotlivých strát (obr. 6.6)



Obr. 6.6 Rozdelenie elektrického príkonu asynchrónneho motora

V súlade s označením na obr. 6.6 rovnica energetickej (výkonovej) bilancie je

$$P_p = \Delta P_{Cu,1} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu,2} + \Delta P_m + P_{m,už} \quad [W] \quad (6.28)$$

Jednotlivé zložky znamenajú:

- $P_p$  je elektrický príkon motora. Nakoľko je spotrebičom súmerne zaťažujúcim trojfázovú sieť, vyjadruje sa známym vzťahom

$$P_p = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 \quad (6.29)$$

pre fázové hodnoty napätia a prúdu statora  $U_1$ ,  $I_1$  a účinník  $\cos \varphi_1$ .

- Prúd statora v jeho vinutí s odporom  $R_1$  generuje elektrické straty

$$\Delta P_{Cu,1} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 \quad (6.30)$$

- $\Delta P_{Fe}$  predstavuje straty v železe statora, pozostávajúce zo strát hysterézných a vírivými prúdmi

$$\Delta P_{Fe} = \Delta P_h + \Delta P_v \quad (6.31)$$

Prostredníctvom otáčavého magnetického poľa na rotor sa teda prenáša výkon

$$\Delta P_\delta = \Delta P_p - \Delta P_{Cu,1} - \Delta P_{Fe} \quad (6.32)$$

Nazýva sa **výkon vo vzduchovej medzere**, ktorý, ak zanedbáme straty v železe rotora (sú malé), sa ďalej rozdeľuje na

- $\Delta P_{Cu,2}$ , čo predstavuje elektrické straty vo vinutí rotora s odporom  $R_2$  a napr. výkon spotrebovaný spúšťáčom, resp. regulátorom otáčok (odpor  $R_{sp}$ ). Teda

$$\Delta P_{Cu,2} = 3 \cdot (R_2 + R_{sp}) \cdot I_2^2 \quad (6.33)$$

- a na mechanický výkon

$$P_m = \Delta P_\delta - \Delta P_{Cu,2} \quad (6.34)$$

Ak od toho odčítame mechanické straty  $\Delta P_m$  (trenie v ložiskách, ventilácia, ...) dostávame koncový, mechanický užitočný výkon na hriadeli motora

$$P_{m,už} = P_m - \Delta P_m \quad (6.35)$$

Z naznačenej bilancie jednoducho stanovíme účinnosť asynchrónneho motora

$$\eta = \frac{P_{m,už}}{P_p} = \frac{P_p - (\Delta P_{Cu,1} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu,2} + \Delta P_m)}{P_p} \quad (6.36)$$

Vzťah (6.36) vyjadruje celkovú, teda energetickú účinnosť elektromotora. Ak by sme chceli vyjadriť elektrickú účinnosť, potom vo vzťahu treba vynechať mechanické straty  $\Delta P_m$ . Za normálneho stavu motora sú tieto podstatne menšie ako súčet  $\Delta P_{Cu,1} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu,2}$ , takže v konečnom výsledku môžeme považovať pri elektromechanickej premene energetickú účinnosť za elektrickú. Hodnoty účinnosti asynchrónnych motorov sa pohybujú v rozsahu 75 až 93 %.

## 6.2.2 Točivý moment asynchrónneho motora

Podľa vzťahu (6.9) medzi výkonom, otáčkami a točivým momentom  $M$  platí tiež vzťah

$$P = \omega \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M \quad [W, s^{-1}, N \cdot m] \quad (6.37)$$

v ktorom  $n$  sú otáčky za 1 sekundu. Pre vyjadrenie momentu asynchrónneho stroja je rozhodujúci výkon vo vzduchovej medzere, ktorý sa prenáša magnetickým poľom s otáčkami  $n_1$ , teda v súlade s predchádzajúcim platí konkrétne

$$P_{\delta} = 2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot M \quad [\text{W}, \text{s}^{-1}, \text{N} \cdot \text{m}] \quad (6.38)$$

Elektrický výkon rotora sa prirodzene musí prenášať rovnakým momentom, ale inými otáčkami. Sú to otáčky poľa voči rotoru, t.j. sklzové  $n_s$ . Preto elektrický výkon v rotore (6.33) spotrebovaný formou strát je tiež ich funkciou:

$$\Delta P_{\text{Cu},2} = 2 \cdot \pi \cdot n_s \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot s \cdot n_1 \cdot M = s \cdot P_{\delta} \quad (6.39)$$

Zvyšok elektrického výkonu rotora je celkový mechanický výkon na hriadeli motora (6.34), s otáčkami  $n_2$ :

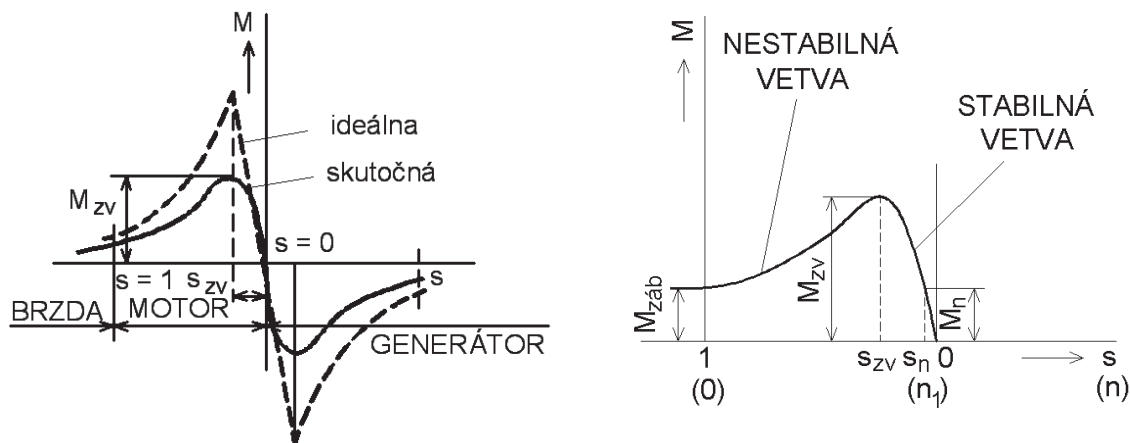
$$P_m = 2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot (1-s) \cdot M = (1-s) \cdot P_{\delta} \quad (6.40)$$

Z ostatných dvoch rovníc a rovnice (6.34) napokon dostaneme

$$P_{\delta} = P_m + \Delta P_{\text{Cu},2} = (1-s) \cdot P_{\delta} + s \cdot P_{\delta} \quad (6.41)$$

čo znamená, že rozdelenie výkonu vo vzduchovej medzere na mechanický a elektrický (na krytie strát  $\Delta P_{\text{Cu},2}$ ) závisí od sklzu. Sklz asynchrónneho stroja má byť preto čo najmenší.

Výpočet veľkosti momentu asynchrónneho stroja sa robí podľa vzťahu (6.38), v ktorom výkon vo vzduchovej medzere  $P_{\delta}$  sa stanovuje z elektrických hodnôt náhradnej schémy stroja. Ich vzájomnú súvislosť vyjadruje **momentová charakteristika**. Na obr. 6.7a je znázornená predmetná charakteristika asynchrónneho stroja.



Obr. 6.7 Závislosť točivého momentu od sklzu: a) asynchrónneho stroja b) asynchrónneho motora [27]

Podobne ako z priebehu funkcie  $f_2 = f(s)$  (obr. 6.5) aj z obr. 6.7 vyplývajú tri prevádzkové stavy asynchrónneho stroja. V rozsahu sklzu  $0 < s < 1$  pracuje v podsynchronnom stave, teda vo funkcii motora. Motor nemôže dosiahnuť synchronné otáčky ( $s = 0$ ), pretože v tomto stave relatívny pohyb rotora voči poľu by bol nulový, v jeho vodičoch by sa neindukovalo napätie, vodičmi by netiekol prúd, teda nepôsobila by ani

mechanická sila, ktorá vyvoláva na hriadeli točivý moment. Vo funkcii generátora asynchrónny stroj bude pracovať vtedy, ak na rotor privedieme mechanickú energiu prostredníctvom pohonného stroja, ktorým sa rotor bude otáčať nadsynchrónnymi otáčkami ( $n_2 > n_1$ ;  $s < 0$ ). Mechanická energia rotora sa prostredníctvom magnetického poľa (elektromagnetickou indukciou) mení v statorovom vinutí na elektrickú formu, odkiaľ sa prenáša do siete. V porovnaní s motorom v generátore dochádza k zmene smeru toku energie, čo vyžaduje zmenu zmyslu relatívneho pohybu vodičov rotora voči točivému poľu. To sa práve dosahuje nadsynchrónnymi otáčkami asynchrónneho stroja (zmenou znamienka sklzu), ktorý v tomto stave vyvíja generátorový (brzdny) točivý moment. Túto dvojsmernú premenu zúčastnených foriem energie sme už nazvali ako **princíp vratnosti elektrického stroja**.

Napokon tretí základný prevádzkový stav asynchrónneho stroja je vo funkcii brzdy. Nastáva vtedy, ak sa bremenom, ktoré treba brzdiť, vnúti stroju otáčky proti zmyslu točivého poľa. Potom stroj vyvíja brzdny moment. V tomto stave je sklz  $s > 1$  a otáčky rotora  $n_2$  sú „záporné“ (opačný smer voči  $n_1$ ).

Charakteristické body momentovej charakteristiky stroja pre stav motora sú naznačené na obr. 6.7b. V stave kľudu rotora ( $s = 1$ ) stroj vyvíja záberový  $M_{zab}$ , ktorý má veľkosť 1 až 2,5-násobku menovitého momentu  $M_n$ . S týmto momentom sa motor rozbieha, otáčky  $n_2$  sa zvyšujú, sklz klesá, moment rastie do hodnoty zvratu  $M_{zv}$ , čo je maximálny moment motora. Táto časť momentovej je nestabilná a prevádzka motora nežiaduca. Je to preto, že so zvýšením záťaže na hriadeli motora sa znížia otáčky  $n_2$ , zvýši sa sklz, točivý moment klesá, až sa motor môže zastaviť. Stabilnou časťou charakteristiky je oblasť sklzu v hraniciach  $s \in \langle s_{zv}; 0 \rangle$ , v ktorej sa nachádza hodnota nominálneho momentu  $M_n$ . V hraniciach tejto vetvy charakteristiky s nárastom sklzu (poklesom  $n_2$  zvýšenou záťažou na hriadeli), točivý moment rastie a motor sa nezastaví. Pomer momentu zvratu a nominálneho momentu sa nazýva momentová preťažiteľnosť, ktorá sa pohybuje okolo hodnoty 2.

Ostatnými druhmi elektrických motorov sa už zo spomenutého dôvodu v úvode kapitoly nebudeme zaoberať, sú obsahom samostatného predmetu na bakalárskom stupni štúdia. Napokon základný fyzikálny princíp premeny elektrickej energie na mechanickú prácu je vo všetkých rovnaký, spočívajúci v silovom účinku elektromagnetického poľa na vodič.

## ZÁVER

Je zvyšovanie energetickej spotreby znakom pokroku? Práve naopak! Je predsa pochabosťou používať viac energie ako je nevyhnutné potrebné. Pokrok znamená získať čo najviac s čo najmenším množstvom energie.

Frederik Vester

Dodajme, že Vesterov výrok rovnako platí pre elektrickú energiu.

## POUŽITÁ A ODPORÚČANÁ LITERATÚRA

- [1] MASNÝ, J., TERASIAK, Z.: Przemiany energii elektrycznej. Warszawa, WNT, 1985. ISBN 83-204-0709-5
- [2] NOVÁK, P.: Rozvoj elektrotechniky z pohľadu praktického využívania elektrickej energie. Zborník: 70. výročie VSE, š.p. Košice. 1999, str. 127-140.
- [3] NOVÁK, P.: Elektrické teplo. Košice. Equilibria. 2010. ISBN 978-80-89284-48-1
- [4] ILKOVIČ, D.: Fyzika. Bratislava, SVTL. 1959
- [5] TARABA, B., BEHULOVÁ, M., KRAVÁRIKOVÁ, H.: Mechanika tekutín, termomechanika. Bratislava, STU, 2004. ISBN 80-227-2041-0
- [6] ŠORIN, A.S.: Sdílení tepla (preklad z ruského originálu). Praha, 1968.
- [7] HABEL, J.: Osvětlování. Praha, Vyd. ČVUT, 1995. ISBN 80-01-00728-6
- [8] NOVÁK, P.: Základy teórie elektrických ohrevov. Košice, ES TU, 1991. ISBN 80-7099-092-9.
- [9] Naučný slovník elektrotechnický 8. Využitie elektrickej energie. Bratislava, ALFA, 1990. ISBN 80-7099-092-9
- [10] HAŇKA, L.: Teórie elektromagnetického pole. Praha, SNTL/ALFA, 1982
- [11] KRIVANDIN, V.A.: Metallurgičeskaja teplotechnika-tom I. Moskva, Metallurgia, 1986.
- [12] CHALUPKA, M.: Elektrické osvetlenie v praxi. Bratislava, SVTL, 1963.
- [13] KUHLING, H.: Fyzika (preklad 6. nemeckého vydania). Bratislava, ALFA, 1970.
- [14] HRADÍLEK, Z.: Elektrické teplo. Ostrava, Vyd. VŠB, 1989. ISBN 80-7078-006-1
- [15] KURBIEL, A.: Nagrzewanie urzadzeniami elektronicznymi. Kraków. Wyd. AGH, 1996. ISBN 0239-6114
- [16] SVENČANSKIJ, A.D., SMELIANSKIJ, M.JA.: Električeskije promyšlennije peči – tom 2. Moskva. Energia, 1970.
- [17] HERING, M.: Podstawy elektrotermii, czII. Warszawa, WNT, 1998. ISBN 83-204-2319-8.
- [18] VENIKOV, V.A.: Teoria podobija i modelirovanije. Moskva. Vyššaja škola, 1966.
- [19] NOVÁK, P.: Elektrické ohrevy, 1 časť. Košice. Mercury-Smékal, 2002 ISBN 80-89061-60-5.
- [20] KUNEŠ, J. a kol.: Základy modelování. Praha. STNL 1989.
- [21] HERING, M.: Podstawy elektrotermii, cz1. Warszawa. WNT 1992. ISBN 83-204-1384-7.
- [22] KABATA, J.: Nagrzewanie rezystancyjne. Warszawa. WPW, 1988.
- [23] RADA, J. a kol.: Elektrotepelná technika. Praha. STNL/ALFA, 1985.
- [24] REGNER, A.: Technická elektrochemie 1. Elektrochemie anorganických látek. Praha, Academia, 1967.
- [25] PLOTH, M.: Význam a využitie elektrickej energie pre elektrotechnický priemysel. Bakalárska práca. FEI TU v Košiciach. 2008.
- [26] PETROV, G.N.: Elektrické stroje I (preklad z ruského originálu). Praha, Academia, 1980.

- [27] HRAŠKO, P., PUZJAK, I.: Elektrotechnika. Bratislava, ALFA, 1983







Pavel Novák, Dušan Medveď

**PREMENY ELEKTRICKEJ ENERGIE**

Vydavateľ: Equilibria, s.r.o.

Náklad: 50 ks

ISBN 978-80-8143-030-5